Книги для современной школы.

С. И. Шохоръ-Троцкій

преподаватель Педагогическихъ курсовъ
военнаго вѣдомства, Педагогическихъ
курсовъ Фребелевскаго общества, женской гимназіи кн. Оболенской и Выборгскаго коммерческаго училища въ СПБ.

ГЕОМЕТРІЯ на ЗАДАЧАХЪ

КНИГА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ:

а) начальныхъ школъ съ продолжительнымъ курсомъ; б) низшихъ и среднихъ классовъ средне-учебныхъ заведеній; в) профессіональныхъ ▭ ▭ школъ и курсовъ и т. п. ▭ ▭

(свыше 300 политипажей въ текстѣ).

Курсъ основанъ на методическихъ упражненіяхъ въ геометрическомъ черченіи.

МОСКВА.— 1909.

ИЗДАНІЕ
Т-ва И. Д. Сытина.

Типографія Т-ва И. Д. Сытина, Пятницкая улица, свой домъ.
МОСКВА.—1909.

Цѣль изданій подъ общимъ заглавіемъ:

„Книги для современной школы“—

поспособствовать осуществленію реформы школьнаго образованія въ Россіи, поскольку реформа эта зависитъ отъ библіотеки учителя и библіотеки учащагося.

Въ составъ этихъ изданій должны войти не только учебныя книги въ тѣсномъ смыслѣ слова, но и книги, могущія быть полезными для учителей, для внѣклассныхъ занятій учащихся, — вообще изданія, могущія улучшить школьное образованіе въ какомъ-либо отношеніи. Ростъ и развитіе современнаго научнаго знанія и современная культура стали предъявлять къ школьному образованію такія требованія, которымъ теперешняя постановка школьнаго дѣла удовлетворить уже не въ состояніи. Пойти навстрѣчу этимъ запросамъ жизни и знанія необходимо, и **„Книги для современной школы“**, по мѣрѣ возможности, будутъ считаться съ этими запросами. Само собою разумѣется, что среди **„Книгъ для современной школы“** найдутъ свое мѣсто переводы тѣхъ иностранныхъ классическихъ сочиненій, которыя наиболѣе въ состояніи посодѣйствовать достиженію цѣлей предпринятыхъ нами изданій.

Цѣль математической серіи **„Книгъ для современной школы“** — пойти навстрѣчу давно уже сознаваемой многими учителями потребности въ измѣненіи курса *математики* въ школахъ разныхъ типовъ. Необходимость этого измѣненія вполнѣ ясно сознана американской и западно-европейской школами. Въ Западной Европѣ за послѣднія два десятилѣтія обнародовано не мало учебныхъ книгъ и пособій, докладовъ и журнальныхъ статей, брошюръ и объемистыхъ сочиненій, направленныхъ въ сторону коренного измѣненія не только способовъ проработки, но и самаго содержанія математики, какъ учебнаго предмета. И это справедливо относительно курса математики въ школахъ различныхъ типовъ: общеобразовательныхъ и профессіональныхъ, низшихъ и высшихъ, и даже въ курсахъ университетскихъ. У насъ равнымъ образомъ замѣчаются въ учебно-педагогической литературѣ, въ программахъ нѣкоторыхъ оффиціальныхъ учрежденій и въ учебной практикѣ стремленія того же порядка.

Въ Западной Европѣ новое направленіе насчитываетъ въ числѣ своихъ приверженцевъ такихъ авторитетныхъ представителей знанія, какъ покойный Джонъ Тиндалль, какъ Евгеній Дюрингъ, Джонъ Перри, Оливеръ Лоджъ, Феликсъ Клейнъ, Эмиль Борель, Жюль Таннери, Лезанъ. Основныя требованія этого направленія сводятся къ сближенію учебнаго математическаго матеріала съ жизнью, къ согласованію его съ положеніями психологіи возраста учащихся и съ основными идеями и принципами истиннаго знанія. Въ связи съ этимъ стоитъ также отрицательное отношеніе сторонниковъ новаго направленія къ безраздѣльно до сихъ поръ господствовавшему въ школѣ преклоненію предъ отвлеченно-діалектическими и схоластическими методами обработки учебнаго математическаго матеріала. Это стремленіе къ необходимой реформѣ школьнаго математическаго образованія потребовало критическаго отношенія также къ традиціонному раздѣленію математики на низшую и такъ называемую высшую, на чистую и такъ называемую прикладную.

Книгоиздательство Т-ва И. Д. Сытина.

ВНИМАНІЮ УЧАЩАГО.

Въ **„Геометріи на задачахъ“** предлагается *основной* (предварительный, приготовительный, пропедевтическій) курсъ геометріи, который, какъ показалъ опытъ западно-европейской и американской школъ, долженъ предшествовать курсу геометріи, преслѣдующему въ очень многихъ пунктахъ болѣе или менѣе діалектическія цѣли.

„Геометрія на задачахъ“ состоитъ изъ двухъ книгъ. Одна (книга для учителей) содержитъ тѣ упражненія, которыя ученики должны проработать подъ непосредственнымъ руководствомъ учителя. Другая (книга для учащихся) содержитъ тѣ упражненія, которыя ученики должны и могутъ проработать болѣе самостоятельно, въ классѣ или на дому. Такое раздѣленіе учебнаго матеріала чрезвычайно упорядочиваетъ и дѣлаетъ вполнѣ планомѣрною какъ работу учителя, такъ и работу учениковъ.

Нумерація упражненій въ обѣихъ книгахъ **„Геометріи на задачахъ“** проведена такъ, что, напримѣръ, №№ 1, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 12 помѣщены въ книгѣ для учителей, а какъ бы недостающіе въ ней нумера (№№ 2, 6, 7, 11) — въ книгѣ для учащихся. Какъ только данная задача или рядъ ихъ изъ книги для учителей проработаны учениками подъ *непосредственнымъ* руководствомъ учителя, недостающую задачу или рядъ ихъ можно предложить ученикамъ уже для болѣе *самостоятельной* работы въ классѣ или на дому.

Первый выпускъ книги для учащихся содержитъ рядъ задачъ и ученій, относящихся до прямой линіи, линейнаго угла, окружности круга, измѣренія угловъ, до треугольниковъ, равенства и подобія ихъ, до проекціи прямой на прямую и на плоскость, до симметріи, до параллельныхъ прямыхъ, до многоугольниковъ, ихъ равенства, подобія, суммы ихъ угловъ, до вычисленія длины окружности и до рѣшенія нѣкоторыхъ задачъ на построеніе.

Матеріала предложено въ книгѣ для учащихся много въ виду различныхъ цѣлей, преслѣдуемыхъ книгою. Нѣкоторыя упражненія, пригодныя для учащихся, едва достигшихъ 11-лѣтняго возраста, могутъ оказаться ненужными для учащихся старшаго возраста, и наоборотъ: кое-что можетъ оказаться для даннаго класса излишнимъ или недоступнымъ. Отъ учителя и программы зависитъ *количество* матеріала, подлежащаго самостоятельной проработкѣ учащимися.

Геометрическому орнаменту отведено въ книгѣ довольно значительное мѣсто не только изъ практическихъ и эстетическихъ соображеній, но и изъ соображеній чисто-методическихъ. Они сближаютъ жизнь съ ученіемъ, пріучаютъ учащагося внимательно относиться къ свойствамъ геометрическихъ фигуръ, обогащаютъ его память геометрическими представленіями и воспитываютъ его пространственное воображеніе. Однако же вычерчиванію орнаментовъ тушью не отведено отдѣльныхъ упражненій изъ соображеній чисто практическихъ и методическихъ: цѣль курса—не обученіе техническому черченію. Но если бы учащій пожелалъ внести и этотъ элементъ въ черченіе (какъ это дѣлаетъ, напр., Бурле), то это отъ него зависитъ.

Рѣзкаго раздѣленія между вопросами плоской геометріи и геометріи въ пространствѣ въ книгѣ не проведено. Значительное мѣсто въ упражненіяхъ отведено симметріи, и вообще положенію фигуръ въ плоскости и въ пространствѣ.

Для лучшаго выдѣленія тѣхъ или другихъ линій на чертежѣ можно и учителю, и ученикамъ прибѣгать къ цвѣтнымъ мѣлкамъ и карандашамъ.

Ученики въ этомъ курсѣ занимаются преимущественно рѣшеніемъ задачъ. Теоремы они доказываютъ только такія, которыя не принадлежатъ къ числу очевидныхъ для нихъ и которыя не требуютъ слишкомъ тонкихъ разсужденій. Къ доказательству же очевидныхъ теоремъ ученики могутъ обращаться только въ случаѣ особеннаго ихъ интереса къ самому процессу доказательства. Но это зависитъ и отъ состава класса, и отъ такта учителя. — Одного долженъ опасаться учитель: какъ бы не преувеличить интереса учениковъ къ отвлеченностямъ. Во всякомъ случаѣ, ни педантически избѣгать возникновенія естественнаго интереса учениковъ къ доказательствамъ, ни педантически навязывать имъ этотъ интересъ не слѣдуетъ.

Задачи и упражненія, нумера которыхъ снабжены звѣздочкой, можно временно опустить съ тѣмъ, чтобы впослѣдствіи къ нимъ вернуться. Нѣкоторые параграфы можно перемѣстить, цѣликомъ или частью, одинъ на мѣсто другого. Но въ предѣлахъ одного и того же параграфа перемѣщать упражненія одно на мѣсто другого можно только съ нѣкоторою осторожностью. Выпускать кое-что, какъ это видно изъ предыдущаго, конечно, дозволительно, но дѣлать это слѣдуетъ тоже съ осторожностью.

Сближеніе всякаго знанія съ жизнью и природой и сближеніе жизни и природы съ математическимъ знаніемъ не только не унижаютъ достоинства послѣдняго, но, наоборотъ, возвышаютъ его до степени знанія истиннаго, а не словеснаго только. А потому многіе вопросы поставлены въ книгѣ на почву наблюденія опыта, эксперимента и изготовленія моделей изучаемыхъ фигуръ.

Необходимо, чтобы въ распоряженіи класса находились: 1) коллекція готовыхъ наглядныхъ геометрическихъ пособій, тѣлесныхъ и проволочныхъ; 2) классные чертежные инструменты: циркуль, линейка, чертежный треугольникъ (послѣдніе два предмета на всемъ протяженіи одинаковой толщины и безъ приколоченныхъ къ нимъ ручекъ) и мѣлки; 3) измѣрительные приборы: мѣрительная лента, масштабъ, транспортиръ и какая-нибудь таблица (если возможно, сравнительная) мѣръ длины, поверхностей и объемовъ съ изображеніями главнѣйшихъ единицъ мѣръ протяженія *).

Полезно (особенно при желаніи учителя вести дѣло согласно требованіямъ такъ называемаго „лабораторнаго“ метода преподаванія математики) имѣть въ своемъ распоряженіи слѣдующіе матеріалы и инструменты для изготовленія учителемъ, на-глазахъ у учениковъ, наглядныхъ пособій разнаго рода: 1) писчую бумагу, бумагу цвѣтную, нѣсколько листовъ картона, бумагу, разлинованную мелкими квадратиками (лучше всего миллиметренную), прозрачную восковую бумагу, жидкій клей, сургучъ, составъ для паянія металла безъ паяльной трубки (такъ называемый „тинолъ“), глину, смѣшанную съ воскомъ (такъ называемый „пластицинъ“ для лѣпки), бѣлую тонкую жесть, нитки, нѣсколько вязальныхъ спицъ, деревянныхъ палочекъ, булавокъ, кнопокъ, пробокъ, мягкую мѣдную проволоку, и т. п.; 2) инструменты: ножницы, плоскогубцы, острогубцы, круглогубцы, острый ножъ, такъ называемые „стэки“ (палочки для лѣпки), приборъ для пробиванія отверстій въ картонѣ, простой циркуль, шило, и т. п.

Въ распоряженіи каждаго ученика должны быть: очиненный къ уроку (а не во время урока) карандашъ, перочинный ножикъ, циркуль, снабженный карандашомъ, небольшая линейка, небольшой чертежный

---

*) Къ числу такихъ таблицъ принадлежитъ „Наглядная таблица соотношеній нѣкоторыхъ мѣръ протяженія“, составленная пишущимъ эти строки. Спб. 1904 г. Ц. 60 коп.

треугольникъ, масштабъ, транспортиръ, резинка и тетради. Готовальня, инструменты и матеріалы для выполненія чертежей въ туши вообще не обязательны для уроковъ геометріи. Полезны: синій и красный карандаши, очиненные къ уроку, и запасная чистая бумага.

Полезно для дѣла, если въ распоряженіи учащагося находятся четыре тетради: двѣ классныхъ (одна безъ линеекъ, другая, разграфленная квадратиками) и двѣ — для домашнихъ работъ (того же рода). Это сильно упорядочиваетъ работу учениковъ и значительно облегчаетъ учителю вѣрное сужденіе объ ихъ успѣхахъ. Тетради, разграфленныя квадратиками, особенно полезны при рѣшеніи учениками задачъ на вычисленіе площадей и вообще во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда важна относительная длина прямыхъ.

Книга для учителей и книга для учениковъ представляютъ собою одно методическое цѣлое. Но въ книгѣ для учениковъ сдѣланы противъ книги для учителей добавленія, имѣющія цѣлью постепенно пріучить учащихся также къ самостоятельной работѣ надъ матеріаломъ, не проработаннымъ или не вполнѣ проработаннымъ подъ непосредственнымъ руководствомъ учителя.

Добавлены: а) многія упражненія въ „лабораторномъ“ направленіи; б) упражненія, относящіяся къ центральной симметріи въ плоскости и въ пространствѣ; в) кое-что изъ области ученія о гомотетическихъ фигурахъ; г) нѣкоторыя упражненія въ примѣненіи синуса угла къ рѣшенію прямоугольныхъ и равнобедренныхъ треугольниковъ въ подходящихъ случаяхъ; д) таблицы натуральныхъ величинъ синусовъ угловъ отъ 1° до 90° включительно съ точностью до 0,001 (таблица эта помѣщена въ книгѣ два раза для бóльшаго удобства); е) упражненія въ выклеиваніи правильныхъ многогранниковъ; ж) больше мѣста, чѣмъ въ книгѣ для учителей, отведено употребленію масштаба; з) практическимъ способамъ приблизительнаго построенія правильныхъ семиугольниковъ, девятиугольниковъ и вообще правильныхъ многоугольниковъ съ любымъ числомъ сторонъ, отведено довольно много мѣста не только изъ практическихъ соображеній, но и изъ методическихъ: безъ нѣкоторыхъ знаній о правильныхъ многоугольникахъ обойтись невозможно, а такая постановка этихъ вопросовъ, при которой учащіеся ограничиваются только нѣкоторыми свѣдѣніями о правильномъ шестиугольникѣ и квадратѣ, конечно, не можетъ считаться, по своей отрывочности, сколько-нибудь удовлетворительною; и) нѣкоторыя упражненія въ примѣненіи отношенія подобія двухъ подобныхъ фигуръ къ рѣшенію нѣкоторыхъ задачъ; к) нѣкоторыя упражненія въ примѣненіи такъ наз. „метода вращенія“ къ рѣшенію нѣкоторыхъ вопросовъ; л) свѣдѣнія о невозможности трисекціи всякаго угла и описаніе циркуля (вѣрнѣе: „вилки“) Гермеса; послѣднее описаніе служитъ для лучшаго внѣдренія въ сознаніе учениковъ представленія о невозможности трисекціи всякаго угла съ помощью линейки и обыкновеннаго циркуля.

Интересующихся методическими соображеніями составитель позволяетъ себѣ отослать къ книгѣ, имъ составленной и изданной подъ заглавіемъ **„Геометрія на задачахъ,** книга для учителей“ (Москва, 1908).

Въ заключеніе считаю долгомъ выразить искреннюю признательность классному художнику А. Г. Гроссману и преподавательницѣ Выборгскаго (въ Спб.) коммерческаго училища О. В. Яфа—за ихъ помощь при подборѣ орнаментовъ, а послѣдней—за выполненіе чертежей и за помощь въ дѣлѣ методическаго распредѣленія нѣкоторыхъ орнаментовъ. Само собою разумѣется, что отвѣтственность за недостатки этой книги вообще, и за недочеты въ распредѣленіи матеріала—въ частности, можетъ лежать только на составителѣ книги.

С. Шохоръ-Троцкій.

СПБ., Бассейная, 15.
Іюнь.—1908 г.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Нѣсколько словъ для учащихся.

Для чертежей прежде всего нужны: чистая бумага, хорошо очиненный карандашъ, линейка, циркуль и резинка. Иногда необходимъ **масштабъ**. Такъ называется линейка съ одинаковыми дѣленіями: дециметръ, раздѣленный на центиметры и миллиметры, или длиною въ нѣсколько дюймовъ, съ подраздѣленіями на линіи, и т. п. Иногда полезны чертежный наугольникъ и транспортиръ. Но для чего служатъ масштабъ, чертежный наугольникъ и транспортиръ, вы узнаете впослѣдствіи.

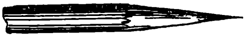
Въ началѣ же своихъ занятій геометріей и черченіемъ вы должны имѣть въ виду только слѣдующее:

1) **Не нажимайте сильно карандаша** на бумагу, когда вы чертите или пишете карандашомъ.

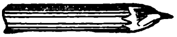
2) **Не прокалывайте** остріемъ ножки циркуля бумагу насквозь, когда вы ставите эту ножку на бумагу. На всякій случай подкладывайте подъ бумагу, на которой вы чертите, четвертушку болѣе плотной бумаги, напримѣръ,

обертку отъ старой тетради, которая вамъ уже больше не нужна, или нѣсколько четвертушекъ бумаги, которыя только для этого и употребляйте.

3) Карандаши чините не во время занятій, а **до начала урока.** Когда остріе карандаша отъ черченія притупилось, оттачивайте его на отдѣльной бумажкѣ. Чѣмъ эта бумажка шероховатѣй, тѣмъ скорѣе можно на ней отточить карандашъ. Чините карандашъ такъ, чтобы изъ дерева выглядывалъ довольно длинный конецъ графита, какъ показано на рисункѣ.



Хорошо очиненъ.



Дурно очиненъ.

4) Если у васъ подъ рукою нѣтъ линейки, то можете его замѣнить другимъ карандашомъ, или можете взять чистый листокъ бумаги и изъ него, сложивъ его нѣсколько разъ вдоль, изготовить себѣ линейку **на-время.** Но такая линейка, конечно, не можетъ замѣнить деревянной.

5) Если у васъ нѣтъ циркуля, то можете **на-время** замѣнить его бумажной лентой. Окружность можете тогда проводить съ помощью «ленты» (изъ болѣе плотной бумаги) или съ помощью бумажки, сложенной вдоль нѣсколько разъ. Нужна при этомъ булавка

(лучше — кнопка): ею вы можете аккуратно проколоть такую дырочку въ этой лентѣ, чтобы черезъ нее можно было продѣть остріе карандаша. Ленту можно замѣнить тесемкой или ниткой съ узломъ. Кнопкою же (или булавкой) вы можете приколоть ленту (или тесемку, или нитку) къ бумагѣ, лежащей на столѣ. Но такія приспособленія, конечно, не могутъ замѣнить циркуля.

6) Всякій чертежъ, какъ и все, что вы дѣлаете, вы должны выполнять, по возможности, **старательно**, т.-е. такъ, чтобы вы потомъ могли смѣло сказать, что сдѣлать его лучше вы не были въ состояніи.

7) Руки, а также предметы, вамъ нужные для черченія, вы должны содержать **въ чистотѣ.**

8) Если надо написать буквы на чертежѣ, то пишите ихъ **аккуратно** и дѣлайте болѣе похожими на печатныя, чѣмъ на писанныя.

9) Начертанія и названія французскихъ буквъ слѣдующія (пропущены тѣ буквы, которыя называются и пишутся такъ же, какъ русскія): *B b* (бэ), *C c* (сэ), *D d* (дэ), *F f* (эфъ), *G g* (же), *H h* (ашъ), *I i* (и), *J j* (жи), *L l* (эль), *N n* (энъ), *P p* (пэ), *Q q* (кю), *R r* (эръ), *S s* (эсъ), *U u* (ю), *V v* (вэ), *W w* (дубльвэ), *X x* (иксъ), *Y y* (игрэкъ), *Z z* (зэдъ).

10) Вы должны **сохранять** для справокъ свои **тетради** (какъ домашнія, такъ и классныя): онѣ могутъ понадобиться. Для нѣкото-

рыхъ отдѣльныхъ работъ своихъ (изъ бумаги) сдѣлайте себѣ обложку (или папку), и ихъ тоже сохраняйте для справокъ. На каждой такой работѣ надпишите, къ которому нумеру въ книгѣ она относится.

11) Чертежъ отъ чертежа аккуратно **отдѣляйте** чертой или рамкой (съ помощью линейки).

12) Когда урокъ оконченъ или всѣ заданныя задачи разрѣшены, проведите съ помощью линейки **двойную черту,** чтобы отдѣлить работы одного дня отъ работъ слѣдующаго.

13) Передъ началомъ урока надписывайте, для порядка, сбоку справа, подъ двойной чертой, **день, число, мѣсяцъ и годъ,** примѣрно, такъ: Четвергъ, 20 марта 1908 г.

14) Когда чего-нибудь не понимаете въ классѣ, **спросите учителя.** Когда чего не понимаете дома, сначала **запишите** въ домашней тетради, **чего** вы не понимаете, и на **слѣдующій день** спросите объ этомъ учителя въ началѣ урока.

15) Если въ книгѣ есть чертежъ, нужный для какой-нибудь задачи, то чертежъ этотъ напечатанъ либо на той же страницѣ, либо на одной изъ **ближайшихъ** страницъ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Прямая линія, уголъ и дуга окружности.

§ 1. Прямая линія.

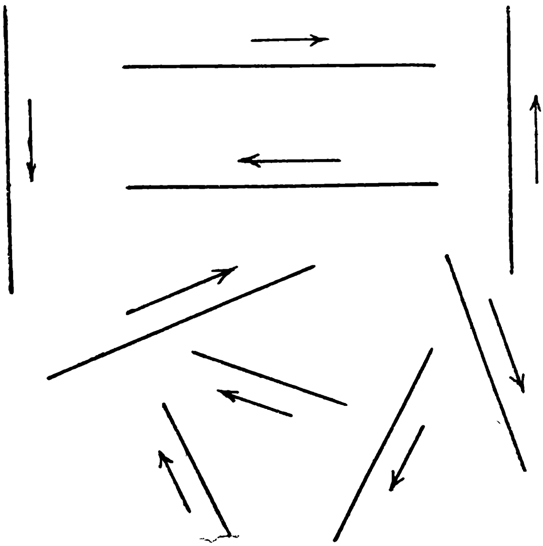
2. Возьмите кусокъ бумаги, сложите его пополамъ и карандашомъ проведите линію по внутреннему сгибу. | Какая это будетъ линія: прямая или нѣтъ? | Проведите линію по наружному сгибу бумажки, которую вы сложили пополамъ, и посмотрите сквозь развернутую бумажку на свѣтъ. | Сколько вы увидѣли линій: одну или двѣ? | Если вы увидѣли двѣ, что это значитъ? | Что нужно сдѣлать, чтобы прямую линію провести какъ разъ по сгибу? | Не лучше ли это сдѣлать съ помощью линейки? | Нельзя ли линейку сдѣлать изъ другого куска бумаги? | Достаточно ли тверда такая линейка? | Деревянная или металлическая линейка лучше?

2а. Начертить какую-нибудь прямую линію съ помощью линейки. | Нарисовать отъ-руки прямую линію почти такой же длины. | Какая прямая проведена вѣрнѣе?

Начертить прямую линію сверху внизъ. | Начертить прямую линію слѣва направо. | Начертить прямую линію справа налѣво.

Начертить прямую линію снизу вверхъ. | Начертить прямую линію слѣва сверху направо внизъ. | Начертить прямую линію справа сверху налѣво внизъ.

2б. Начертить чертежъ, который былъ бы похожъ на слѣдующій:



Къ № 25.

2в. Взять кусокъ бумаги, положить на страницу тетради и по прямому краю положеннаго куска бумаги провести прямую линію.

6. Взять точку въ плоскости чертежа и изъ нея провести, съ помощью линейки, прямую линію. | Взять точку въ плоскости чертежа и начертить шесть прямыхъ линій, выходящихъ изъ этой точки. | Изъ другой точки провести 10 лучей.

7. Взять точку въ плоскости и провести прямую черезъ нее съ помощью линейки. | Попробуйте то же самое сдѣлать отъ-руки. | Какая прямая лучше проведена?

Раздѣлите, съ помощью линейки, страницу тетради на четыре части, по возможности одинаковыя, двумя прямыми: одну проведите черезъ середину страницы вдоль, а другую тоже черезъ середину страницы, но поперекъ.

Возьмите въ каждой изъ четырехъ частей страницы по одной точкѣ и изъ каждой проведите по прямой въ разныхъ направленіяхъ.

11. Начертить прямую и изъ нея отъ-руки сдѣлать стрѣлку. | Начертить прямую и такую стрѣлку, которая показываетъ ея направленіе.

Взять двѣ точки и соединить ихъ прямою линіей. Взять двѣ точки, соединить ихъ прямою линіею и обозначить стрѣлкой то направленіе, въ которомъ прямая проведена.

Взять точку и соединить ее съ другой точкой прямою линіею.

Начертить прямую линію между двумя точками.

Замѣтьте: когда говорятъ, что прямая проведена между двумя точками, то это значитъ, что эта прямая соединяетъ одну изъ точекъ съ другою.

7a. Начертить ломаную линію, которая состоитъ изъ двухъ частей (звеньевъ). | Начертить ломаную, состоящую изъ трехъ звеньевъ.

Начертить зигзагъ.

Взять двѣ точки, измѣрить разстояніе между ними своей мѣрительной линейкой (масштабомъ) и записать, сколько въ ней центиметровъ или линій (смотря по тому, какія единицы нанесены на вашъ масштабъ).

Взять двѣ точки, соединить ихъ прямою линіей и измѣрить ея длину, а затѣмъ отъ первой точки до второй провести ломаную линію и измѣрить ея длину.

11. Начертить прямую, подъ нею — другую, которая короче первой, потомъ третью—еще короче, не измѣряя ихъ. | Измѣрить каждую изъ нихъ.

Начертить два отрѣзка одной и той же прямой. Взять двѣ точки и найти разстояніе между ними.

Начертить три отрѣзка одной и той же прямой.

Начертить три отрѣзка трехъ различныхъ прямыхъ, измѣрить каждый изъ нихъ и записать надъ каждымъ отрѣзкомъ, какъ велика его длина.

Замѣтьте: вмѣсто двухъ словъ „прямая линія“ иногда говорятъ короче: „прямая“.

13. Начертить четыре прямыя линіи и отмѣтить, что одна изъ нихъ конечная прямая, другая—безконечная въ одномъ направленіи, третья—безконечная въ другомъ направленіи, а четвертая—безконечная въ обоихъ направленіяхъ. | Направленія второго и третьяго лучей обозначить также стрѣлками.

13а. Начертить конечную прямую линію, отмѣтить ея концы, и у концовъ сбоку поставить двѣ буквы: *A* и *B*. | Начертить прямую линію, не отмѣчать ея концовъ и надъ прямою, неподалеку отъ ея концовъ, поставить двѣ буквы: *M* и *N*. | Начертить „лучъ“, т.-е. прямую линію съ отмѣченнымъ ея началомъ, не отмѣчать ея конца и поставить букву *A* близъ начала, но сбоку, а другую букву *K* поставить вблизи ея конца, но надъ прямою. | Договоримся именно такимъ, а не инымъ, образомъ ставить буквы, если хотимъ отмѣтить, что прямая *AB* — конечная прямая, прямая *MN*—безконечная прямая, а прямая *AK*—лучъ.

15. Начертить прямую, не отмѣчать ея концовъ и на ней взять нѣсколько отрѣзковъ.

16. Начертить прямую, не отмѣчать ея концовъ, взять на ней отрѣзокъ, на ней же, на нѣкоторомъ разстояніи,—другой отрѣзокъ, затѣмъ на нѣкоторомъ разстояніи—третій отрѣзокъ, и стереть резинкой тѣ отрѣзки, которые отдѣляютъ одинъ отъ другого отложенные (или „нанесенные“) отрѣзки.

17. Взять отрѣзокъ прямой, у концовъ поставить буквы *G* и *H* и на немъ точку, близъ которой поставить букву *M*; затѣмъ резинкой стереть отрѣзокъ *MG* и букву *M*.

19. Взять точку и изъ нея провести прямую слѣва направо. | Взять другую точку и изъ нея провести прямую линію справа налѣво. | Взять третью точку и изъ нея провести прямую линію слѣва направо внизъ. | Взять точку и изъ нея провести прямую линію справа налѣво внизъ. | Взять точку и изъ нея провести прямую линію слѣва направо вверхъ. | Взять точку и изъ нея провести прямую линію справа налѣво вверхъ.

19а. Взять точку, изъ нея провести прямую линію въ какомъ-нибудь направленіи и изъ той же точки провести прямую въ томъ же направленіи. | Сколько получилось при этомъ прямыхъ линій? | Запишите въ тетради (аккуратно!) задачу, разрѣшите ее, отмѣтьте стрѣлками направленія, въ которыхъ вы провели прямыя, и запишите, сколько вы получили прямыхъ линій.

19б. Взять точку и изъ нея провести нѣсколько лучей.

Взять точку и изъ нея провести возможно больше лучей.

Замѣтьте: чтобы лучи близъ точки не слились въ одно сплошное пятно, поставьте точку и аккуратно прикладывайте къ ней линейку, но проводите прямыя линіи не отъ самой точки, а отъ нѣкоторой другой, по близости отъ взятой точки; постарайтесь при этомъ получить „солнце“.

19в. Взять точку, изъ нея провести двѣ прямыя въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и записать, сколько получилось лучей, и сколько получилось прямыхъ линій. | Получилось два луча, лежащихъ на одной прямой линіи.

19г. Взять точку, изъ нея провести двѣ прямыя линіи въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; направленія эти отмѣтить стрѣлками; надъ первой точкой поставить букву A, надъ обоими лучами, поближе къ нимъ, поставить двѣ буквы: B и C. | Получились лучи AB и AC; иногда говорятъ въ такихъ случаяхъ, что эти лучи лежатъ на одной и той же прямой BC.

19д. Взять пять точекъ, изъ каждой провести два луча не въ однихъ и тѣхъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и записать, сколько получилось угловъ.

21. Приготовьте бумажную ленту съ прямыми краями. | Приготовьте изъ бумаги линейку, сложивъ бумагу пополамъ. | Затѣмъ начертите пять отрѣзковъ, отмѣтьте ихъ концы, поставьте у концовъ различныя буквы (прописныя, а не строчныя); проведите пять лучей и на первомъ лучѣ отложите, съ помощью бумажной ленты, первый отрѣзокъ, на второмъ — второй, и т. д.; наконецъ, у концовъ отрѣзка на каждомъ лучѣ поставить тѣ же двѣ буквы, но строчныя, которыя стоятъ у отдѣльныхъ отрѣзковъ.

То же самое сдѣлайте съ помощью циркуля.

21а. На двухъ лучахъ нанести по одному и тому же отрѣзку прямой съ помощью бумажки. | Начертить два одинаковыхъ отрѣзка съ помощью циркуля. | Начертить отрѣзокъ прямой и еще одинъ, съ нимъ совмѣстимый, съ помощью циркуля. | Начертить два другихъ, но тоже равныхъ между собою отрѣзка. | Начертить пять равныхъ между собою отрѣзковъ, отмѣтить ихъ концы разными буквами (прописными) и записать, какіе отрѣзки равны между собою, слѣдующимъ, примѣрно, образомъ:

$$AB = CD;\ AB = EF;$$

и т. д. | Постарайтесь ничего не пропустить, а для этого запишите сначала, какимъ отрѣзкамъ равенъ отрѣзокъ AB, затѣмъ—какимъ равенъ отрѣзокъ CD, и т. д.

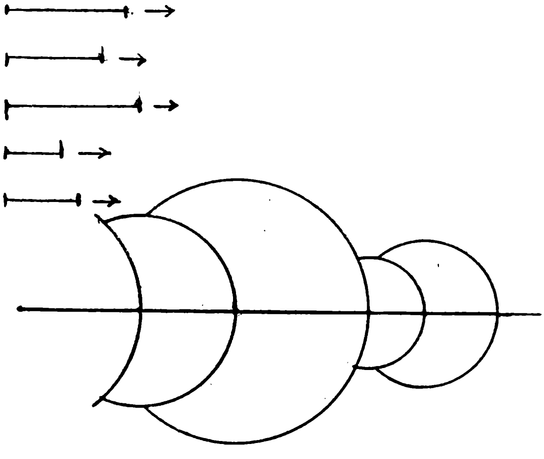
22в. Начертить прямую, на ней взять точку и по обѣ стороны этой точки на этой прямой отмѣтить сначала двѣ точки на одномъ и томъ же отъ точки разстояніи, т.-е. симметричныя по отношенію къ этой точкѣ, потомъ еще двѣ, затѣмъ еще двѣ и, наконецъ, еще двѣ.

22г. Начертить прямую, на ней взять точку и найти двѣ симметричныя по отношенію къ ней, находящіяся отъ нея на разстояніи 10 мм., затѣмъ еще двѣ — на разстояніи 15 мм. | Вычислить, какъ велико разстояніе отъ каждой изъ этихъ пяти точекъ до каждой изъ остальныхъ.

22д. Начертите прямую, на ней возьмите точку и еще какія-нибудь двѣ точки, симметричныя по отношенію къ этой точкѣ; измѣрьте, на какомъ разстояніи каждая изъ нихъ отстоитъ отъ первой точки, запишите это надъ каждымъ изъ отрѣзковъ, которые вы измѣряли, и записи эти снабдите наименованіемъ.

22е. Возьмите точку въ плоскости чертежа и изъ нея проведите двѣ прямыя (два луча) въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; на этихъ лучахъ отмѣтьте двѣ точки, симметричныя относительно первой точки; затѣмъ изъ той же первой точки проведите еще два луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и на нихъ возьмите тоже по точкѣ, чтобы эти послѣднія двѣ точки также были симметричны по отношенію къ первой точкѣ. | Сколько всѣхъ точекъ вы отмѣтили на этихъ четырехъ лучахъ?

24. Перечертите чертежъ, похожій на чертежъ этого нумера; постарайтесь не испортить книгу, которая вамъ еще будетъ нужна, а поэтому старайтесь не дѣлать никакихъ наколовъ циркулемъ въ книгѣ.



Къ № 24.

24а. Начертить еще одинъ чертежъ въ томъ же родѣ съ четырьмя отрѣзками, обозначить ихъ концы, отъ лѣвой руки направо, послѣдовательно буквами A, B, C, D и E и записать, чему равны суммы:

$$AB+BC+CD+DE,$$
$$AB+BC+CD$$
и
$$AB+BC.$$

24б. Начертить пять одинаковыхъ отрѣзковъ и сдѣлать чертежъ наподобіе предыдущаго и записать суммы.

24в. Отложить какую-нибудь конечную прямую на лучѣ отъ начала луча послѣдовательно четыре раза, стереть остальную часть луча, обозначить концы первой конечной прямой буквами A и B, а концы суммы четырехъ отрѣзковъ буквами C и D.

Замѣтьте: вмѣсто того, чтобы писать $AB+AB$, пишутъ $AB\times2$; вмѣсто того, чтобы писать

$$AB+AB+AB,$$

пишутъ $AB\times3$ и т. д. | Вмѣсто того, чтобы писать $AB\times2$ (со знакомъ умноженія), пишутъ $2AB$; вмѣсто того, чтобы писать $AB\times3$, пишутъ $3AB$ и т. д.

***25а.** Начертить пять отрѣзковъ, имѣющихъ одно и то же направленіе; на отдѣльномъ лучѣ отложить ихъ сумму и резинкой стереть оставшійся конецъ луча. | Обозначить отрѣзки буквами a, b, c, e и f, а отрѣзокъ на отдѣльномъ лучѣ буквою s, и записать, чему равна сумма: $a+b+c+e+f$.

26. Начертить четыре отрѣзка и отдѣльно ихъ сумму. | Начертить ихъ сумму, принявъ первый отрѣзокъ за третій, второй за четвертый, третій за первый, и четвертый за второй. | Получились ли въ обоихъ случаяхъ одинаковые отрѣзки? | Если не получились, то это значитъ, что одинъ или оба чертежа сдѣланы невѣрно.

26б. Начертить отрѣзки длиною въ 9 миллиметровъ, въ 11 миллиметровъ и въ 10 миллиметровъ, сложить эти отрѣзки на отдѣльномъ лучѣ и узнать, сколько миллиметровъ въ ихъ суммѣ, сначала съ помощью масштаба, а затѣмъ безъ помощи масштаба.

26в. Начертить отрѣзокъ AB и помножить его на 4.

Замѣтьте: если прямая

$$CD = AB \times 4,$$

то пишутъ, что

$$CD = 4AB.$$

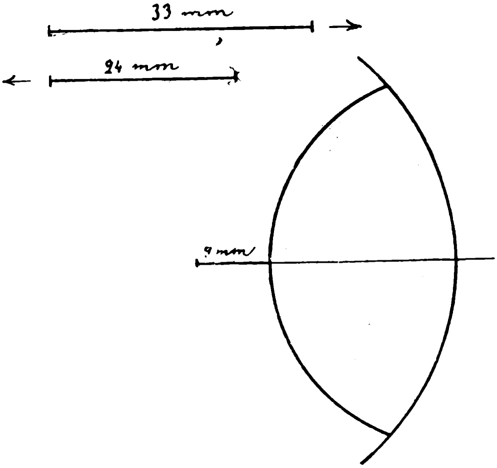
26г. Начертить какую-нибудь конечную прямую MN и конечную прямую PQ, если извѣстно, что

$$PQ = 2MN.$$

Начертить какую-нибудь конечную прямую XY и прямую RS, если извѣстно, что $RS = 3XY$.

26д. Сочините и разрѣшите еще три подобныя задачи!

28. Перечертить чертежъ съ подписью: къ № 28.



Къ № 28.

28а. Начертить еще одинъ чертежъ наподобіе предыдущаго, но взять отрѣзки, длина которыхъ 40 мм. и 27 мм.

28б. Начертить два не одинаковыхъ отдѣльныхъ отрѣзка прямыхъ линій и вычесть меньшій изъ большаго. | Обозначить направленіе уменьшаемаго, а также направленіе, въ которомъ надо отложить (нанести) вычитаемое, стрѣлками.

28в. Начертить два не одинаковыхъ отрѣзка прямыхъ линій, найти ихъ разность, а отрѣзокъ, равный этой разности, отложить, отдѣльно отъ уменьшаемаго и вычитаемаго, въ видѣ отдѣльной конечной прямой.

28г. Отложить прямую въ 30 мм. и прямую въ 18 мм. и, не откладывая второй прямой на первую, начертить отдѣльно прямую, равную ихъ разности. | То же самое сдѣлать съ прямыми, изъ которыхъ одна имѣетъ въ длину 26 мм., а другая 24 мм.

32. Начертить пять прямыхъ отрѣзковъ: длиною въ 5 мм., 7 мм., 12 мм. и 8 мм., сложить ихъ съ помощью линейки и циркуля; вычислить, чему равна ихъ сумма, и провѣрить это вычисленіе съ помощью масштаба. | Если длина суммы этихъ отрѣзковъ не будетъ равна 32 мм., то чертежъ сдѣланъ невѣрно.

32а. Начертить нѣсколько прямыхъ отрѣзковъ одинаковой длины, измѣрить каждый изъ нихъ, вычислить, чему равна ихъ сумма, и провѣрить отвѣтъ съ помощью масштаба.

32б. Начертите двѣ прямыхъ, изъ которыхъ одна значительно больше другой, и отложите меньшую прямую на большей, послѣдовательно отъ начала бóльшей, столько разъ, сколько возможно.

34. Провѣрьте, насколько вѣрна ваша линейка, съ помощью бумажной линейки и съ помощью чертежей. | Сдѣлайте провѣрку всѣхъ четырехъ ея „лезвей“. | Если она въ какомъ-нибудь мѣстѣ невѣрна, отмѣтьте это сверху линейки небольшимъ надрѣзомъ, но постарайтесь не испортить лезвея линейки.

34а. Провѣрьте, насколько вашъ масштабъ можно считать прямымъ, и насколько прямыми можно считать лезвея вашего карандаша, если онъ многогранный. |

Сдѣлайте сами дома линеечку изъ лучинки и провѣрьте, насколько она вѣрна, сначала съ помощью своей линейки, а затѣмъ съ помощью чертежа.

38. Начертить какую-нибудь конечную прямую, а на отдѣльномъ лучѣ отложить ее 2 раза; стереть излишекъ луча резиной, обозначить концы первой прямой буквами A и B, а концы второй — буквами C и D, и записать, чему равно:

$$AB:CD.$$

Такія же задачи разрѣшите для другой пары отрѣзковъ прямой, изъ которыхъ второй больше перваго въ 3 раза, въ 4 раза и въ 5 разъ; но, во избѣжаніе недоразумѣній, обозначьте концы каждаго новаго отрѣзка новыми буквами.

***38а**. Для разрѣшенныхъ задачъ этого нумера записать, чему равны

$$CD:AB \text{ и т. д.}$$

Замѣтьте: если прямая AB больше прямой CD въ два раза, т.-е. если

$$AB:CD=2,$$

то число 2—отвлеченное число и называется отношеніемъ первой прямой ко второй; если прямая MN больше прямой OP въ 3 раза, т.-е. если

$$MN:OP=3,$$

то 3—отвлеченное число и называется отношеніемъ прямой MN къ прямой OP. — Далѣе, если прямая AB больше прямой CD въ два раза, т.-е. если

$$AB:CD=2,$$

то число 2 есть то число, на которое надо помножить прямую CD, чтобы получить прямую. AB.

***Замѣтьте также:** если вы знаете, что такое половина, и умѣете обозначать половину такъ: $\frac{1}{2}$, то вы можете написать:

$$CD:AB=\frac{1}{2};$$

тогда можете сказать, что дробь $\frac{1}{2}$ есть то число, на которое надо помножить прямую *AB*, чтобы получить прямую *CD*, и дробь эта называется отношеніемъ прямой *CD* къ прямой *AB*.

***38б**. На одномъ лучѣ отложить нѣкоторую конечную прямую 3 раза, а на другомъ — ту же прямую 2 раза; стереть резинкой остальныя части каждаго луча и найти, чему равно отношеніе первой конечной прямой ко второй, и чему равно отношеніе второй конечной прямой къ первой.

Начертить конечную прямую *AB*, далѣе—конечную прямую *CD*, которая равнялась бы 5*AB*, и другую конечную прямую *EF*, которая равнялась бы 7*AB*, и найти, чему равно отношеніе прямой *CD* къ прямой *EF*, и чему равно отношеніе прямой *EF* къ прямой *CD*.

Начертить двѣ конечныя прямыя, въ которыхъ прямая *AB* была бы общей мѣрой, притомъ такой общей мѣрой, чтобы отношеніе первой прямой ко второй прямой равнялось $\frac{5}{4}$.

38в. Нарѣжьте изъ бумаги нѣсколько лентъ одинаковой длины и ширины (для этого сложите четвертушку бумаги пополамъ, полученное—снова вдоль пополамъ и т. д., а потомъ разрѣжьте ее на ленты).— Первую ленту, какую возьмете въ руку, сложите поперекъ пополамъ, вторую—поперекъ на три одинаковыхъ части (это удается не сразу), третью—тоже поперекъ на 4 одинаковыя части, четвертую—на 5 одинаковыхъ частей (сразу это тоже не удастся, а потому испорченную ленту бросьте послѣ того, какъ испортите ее, и попробуйте это сдѣлать съ другою), и т. д.

Нарѣжьте еще нѣсколько лентъ одинаковой длины и ширины и первую ленту раздѣлите на 8 одинаковыхъ частей; тогда каждую часть можете называть такою мѣрою этой ленты, которая содержится въ лентѣ восемь разъ. | Не смѣшивайте этой мѣры съ единицею мѣры! | Единицы мѣры длины—аршинъ, вершокъ, центиметръ, а не та часть, которую вы получили, когда раздѣлили ленты на 8 одинаковыхъ частей!

Раздѣлите другую ленту на 7 одинаковыхъ частей; эта часть будетъ такою мѣрою второй ленты, которая въ ней содержится 7 разъ.

Замѣтьте: мѣрою данной конечной прямой можетъ служить любая ея доля: половина, треть, четверть и т. д.; однимъ словомъ: мѣрою конечной прямой можетъ быть всякая такая ея часть, которая въ ней содержится цѣлое число разъ.

38г. Возьмите двѣ одинаковыя ленты, раздѣлите каждую изъ нихъ на 10 одинаковыхъ частей; отъ одной изъ нихъ отрѣжьте 3 такія части прочь и отрѣзанное разорвите, а остальной кусокъ, въ которомъ 7 одинаковыхъ частей сравните со второй, не тронутой лентой. | Въ одной изъ лентъ мѣрою служитъ часть, которая въ лентѣ содержится 10 разъ, а въ другой лентѣ мѣрою будетъ такой же величины часть, которая въ ней содержится 7 разъ. | Эта часть содержится въ каждой изъ лентъ цѣлое число разъ: въ одной 10 разъ, въ другой 7 разъ.

Замѣтьте: такая мѣра, которая содержится въ каждой изъ данныхъ двухъ конечныхъ прямыхъ цѣлое число разъ, называется общей мѣрой обѣихъ прямыхъ.

38д. Сдѣлайте изъ бумаги еще нѣсколько паръ такихъ лентъ, у которыхъ была бы общая мѣра.

38е. Начертите двѣ не одинаковыя конечныя прямыя и обозначьте ихъ концы буквами; найдите ихъ общую мѣру, т.-е.: 1) отложите меньшую на большей столько разъ, сколько она въ ней умѣстится, и если останется остатокъ, то запишите, что большая прямая равна столькимъ-то меньшимъ + такой-то остатокъ; 2) затѣмъ отложите остатокъ въ меньшей прямой, и если останется остатокъ, то запишите, что меньшая прямая равна столькимъ-то остаткамъ + новый остатокъ; 3) далѣе, второй остатокъ отложите въ первомъ и, если останется третій остатокъ, поступите такъ, какъ поступали раньше; 4) продолжайте это до тѣхъ поръ, пока не получите такого остатка, который содержится въ предыдущемъ цѣлое число разъ.

То же самое сдѣлайте относительно другой пары не одинаковыхъ конечныхъ прямыхъ.

Замѣтьте: послѣдній остатокъ, умѣстившійся въ предпослѣднемъ цѣлое число разъ, представляетъ собою общую мѣру данныхъ двухъ конечныхъ прямыхъ линій.

38ж. Начертить такія двѣ конечныя прямыя, чтобы ихъ общею мѣрою былъ центиметръ.

Начертить такія двѣ прямыя, чтобы ихъ общею мѣрою былъ дюймъ.

Въ сажени, какъ извѣстно, 7 футовъ или 3 аршина; въ аршинѣ 16 вершковъ, а въ футѣ 12 дюймовъ. Вычислить, сколько въ аршинѣ содержится дюймовъ, и опредѣлить, можетъ ли $\frac{1}{2}$ фута, $\frac{1}{3}$ фута, $\frac{1}{4}$ фута, $\frac{1}{5}$ фута, $\frac{1}{6}$ фута, $\frac{1}{7}$ фута, $\frac{1}{8}$ фута, $\frac{1}{9}$ фута, $\frac{1}{10}$ фута, $\frac{1}{11}$ фута и $\frac{1}{12}$ фута считаться общей мѣрой фута и аршина. | Записать результаты слѣдующимъ образомъ: $\frac{1}{2}$ фута содержитъ 6 дм., но 6 дюйм. въ 28 д. не содержится цѣлаго числа разъ, а потому полфута не общая мѣра фута и аршина, и т. д.

40. Начертить двѣ конечныя прямыя, найти ихъ общую мѣру и вычислить, сколько разъ эта общая мѣра содержится въ каждой изъ этихъ прямыхъ.

Общая мѣра двухъ прямыхъ—половина центиметра; въ одной изъ нихъ она содержится 5 разъ, а въ другой — 7 разъ; начертите эти двѣ прямыя.

***42.** Начертить двѣ конечныя прямыя, найти ихъ общую мѣру и отношеніе первой прямой ко второй.

Начертить двѣ конечныя прямыя, у которыхъ общей мѣрой былъ бы центиметръ, и которыхъ отношеніе было бы равно $\frac{10}{7}$, и начертить двѣ другія конечныя прямыя, у которыхъ общей мѣрой былъ бы миллиметръ, и отношеніе которыхъ было бы равно тоже $\frac{10}{7}$.

Начертить такія двѣ прямыя *AB* и *CD*, чтобы отношеніе $AB : CD$ равнялось 5,7. | Начертить такія двѣ прямыя *EF* и *GH*, чтобы отношеніе

$$EF : GH$$

равнялось $\frac{8}{11}$.

***42а**. Въ одной конечной прямой центиметръ содержится 15 разъ; отношеніе этой прямой къ нѣкоторой другой прямой равно $\frac{7}{5}$. Сколько центиметровъ содержится во второй прямой, и какая доля центиметра составляетъ общую мѣру этихъ двухъ прямыхъ?

***Замѣтьте:** если вершокъ — общая мѣра двухъ прямыхъ, то и полвершка, и $\frac{1}{3}$ вершка, и четверть вершка, и всякая доля вершка—ихъ общія мѣры.

42б. Начертить двѣ прямыя линіи: длина первой прямой 6 цм., длина другой 4 цм. | Какъ велика длина ихъ общей наибольшей мѣры? (Намекъ: центиметръ содержится въ первой прямой 6 разъ, а во второй 4 раза; не содержится ли какая-нибудь большая конечная прямая цѣлое число разъ въ первой прямой и цѣлое число разъ—во второй?)

Въ двухъ прямыхъ линіяхъ вершокъ содержится по цѣлому числу разъ: въ одной 24 раза, а въ другой 30 разъ. Какъ велика общая наибольшая мѣра обѣихъ прямыхъ? (Намекъ:

6 вершковъ $\times$ 5 = 30 в., а 6 вершковъ $\times$ 4 = 24 в.).

Нѣкоторая конечная прямая въ одной прямой содержится 35 разъ, а въ другой 21 разъ. Сколько разъ содержится первая конечная прямая въ общей наибольшей мѣрѣ обѣихъ остальныхъ прямыхъ?

Начертить двѣ прямыя, въ одной изъ которыхъ общая мѣра содержится 15 разъ, а въ другой—9 разъ, и найти ихъ общую наибольщую мѣру.

42в. Начертить двѣ конечныя прямыя линіи не одинаковой длины и найти ихъ общую мѣру, отложивъ меньшую на большую, первый остатокъ—на меньшую, второй остатокъ—на первый и т. д., и отдать себѣ отчетъ въ томъ, будетъ ли найденная общая мѣра наибольшей, или же возможна еще большая мѣра.

Замѣтьте: найденная такимъ образомъ общая мѣра будетъ наибольшей.

Смѣшанныя задачи.

45. Начертить конечную прямую и продолжить ее въ обоихъ направленіяхъ.

Начертить конечную прямую, концы ея соединить ломаною линіей, найти сумму звеньевъ этой ломаной и измѣрить первую прямую и сумму всѣхъ звеньевъ ломаной линіи. | Начертить конечную прямую и отдѣльно отъ нея лучъ и на этомъ лучѣ отложить отъ его начала начерченную конечную прямую. | Начертить двѣ конечныя прямыя не одинаковой длины и найти: а) ихъ сумму, б) разность между большею и меньшею и в) отношеніе большей прямой къ меньшей.

Начертить съ помощью линейки двѣ прямыя на отдѣльныхъ двухъ листахъ бумаги и съ ихъ помощью провѣрить правильность линейки.

Провѣрить съ помощью линейки, можно ли поверхность стола считать плоскостью.

Сложить кусокъ бумаги пополамъ, положить ее на другую бумагу, прижать ее вплотную къ этой второй бумагѣ, зачернить карандашомъ участокъ этой послѣдней, не покрытый сложеннымъ кускомъ бумаги, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какая линія отдѣляетъ зачерненный кусокъ бумаги отъ незачерненнаго, покрытаго сложеннымъ кускомъ бумаги.

Взять двѣ точки на плоскости четвертушки бумаги, провести прямую линію черезъ эти двѣ точки. | Взять двѣ точки и соединить ихъ прямою. | Взять двѣ точки и провести изъ одной точки прямую до второй точки. | Взять двѣ точки и между ними провести прямую — это значитъ соединить ихъ прямою.

Изъ одной и той же точки провести нѣсколько лучей въ разныхъ направленіяхъ и стрѣлками отмѣтить эти направленія. | Взять двѣ точки и изъ одной изъ нихъ провести прямую чрезъ вторую точку. | Взять нѣсколько конечныхъ прямыхъ и отложить ихъ на лучѣ послѣдовательно отъ начала луча.

Помножить данную конечную прямую на 6, обозначить концы данной конечной прямой буквами *A* и *B*, а концы полученной послѣ умноженія прямой — буквами *A* и *C* и записать, чему равны отношенія $AC:AB$ и $AB:AC$.

Начертить отрѣзки, равные порознь 1 цм., 2 цм., 3 цм., 4 цм., 5 цм., 6 цм., 7 цм., 8 цм., 9 цм. и 10 цм., и записать, чему равны отношенія:

10-го отрѣзка	къ 5-му
8	4 „
6	3 „
4	2 „
2	1
9	5 „
7	4 „
3	2 „
5	9 „
5	7-му.

Взять двѣ точки, соединить ихъ прямою и нѣсколькими ломаными и отдать себѣ отчетъ въ томъ, которая линія короче всѣхъ: прямая линія или которая-нибудь изъ ломаныхъ.

Взять двѣ точки и найти линію, которая короче всякой ломаной, соединяющей эти двѣ точки, и которая соединяетъ тѣ же двѣ точки.

Замѣтьте: когда говорятъ о разстояніи между двумя точками, то при этомъ имѣютъ въ виду длину прямой линіи, которая соединяетъ эти двѣ точки, т.-е. имѣютъ въ виду кратчайшее между точками разстояніе.

45а. Взять двѣ точки и узнать, какъ велико разстояніе между ними.

Взять точку и найти другую, которая находится отъ первой на разстояніи $7^1/_2$ цм. | Если можете найти много такихъ точекъ, то найдите пять такихъ точекъ и соедините ихъ съ первой точкой прямыми.

Начертить конечную прямую и, не измѣряя ея, начертить другую конечную прямую такой же длины.

Начертить три отдѣльныя прямыя разной длины и начертить еще 5 прямыхъ, изъ которыхъ одна равна суммѣ первыхъ двухъ, другая – суммѣ первой и третьей, еще одна — суммѣ второй и третьей, еще новая прямая — разности между первой и второй. | Начертите еще одну прямую, которая равнялась бы суммѣ всѣхъ взятыхъ сначала трехъ прямыхъ линій.

45б. Мальчикъ сложилъ пять одинаковыхъ прямыхъ и измѣрилъ ихъ сумму; оказалось, что сумма эта равна 20 цм. Какъ велика длина каждой изъ сложенныхъ имъ прямыхъ линій?

45в. Начертите прямую линію, въ которой 7 мм. содержались бы цѣлое число разъ, и другую прямую, въ которой 7 мм. содержались бы также цѣлое, но иное число разъ, и начертите отдѣльно отъ обѣихъ этихъ прямыхъ общую мѣру ихъ. | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, представляетъ ли эта общая мѣра обѣихъ прямыхъ линій, вами начерченныхъ, ихъ наибольшую мѣру, или нѣтъ.

45г. Измѣрьте длину вашего масштаба и длину страницы вашей тетради миллиметромъ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, сколько миллиметровъ содержитъ ихъ общая наибольшая мѣра.

То же самое сдѣлайте съ длиною и шириною страницы вашей тетради.

45д. Натрите мѣломъ нитку или бечевку, приколотите одинъ конецъ ея кнопкой или гвоздикомъ къ какой-нибудь доскѣ (къ картону или куску пропускной бумаги, лежащему на доскѣ, и т. п.), натяните эту нитку и тогда приколотите ее въ другомъ мѣстѣ другимъ гвоздемъ такъ, чтобы нитка лежала на доскѣ или картонѣ; затѣмъ приподымите нитку. | Когда вы ее отпустите, она ударитъ по доскѣ и на ней оставитъ слѣдъ. | Что за линія при этомъ получится?

Замѣтьте: такъ проводятъ прямую линію плотники, столяры. На земной поверхности садовники, плотники, каменщики и землекопы проводятъ прямыя линіи съ помощью веревки.

45е. На четвертушкѣ бумаги проведите въ какомъ-нибудь направленіи прямую линію отъ края до края и постарайтесь согнуть четвертушку такъ, чтобы прямая эта оказалась на самомъ сгибѣ. | Около этой прямой (или, какъ говорятъ, вокругъ нея), какъ вокругъ оси, постарайтесь согнуть и разогнуть каждую изъ частей такъ далеко, насколько это возможно.

Проткните четвертушку бумаги вязальной спицей въ двухъ, трехъ, четырехъ мѣстахъ и приведите во вращеніе бумагу вокругъ неподвижной спицы или возьмите концы спицы в руки между указательными и большими пальцами и приведите спицу вмѣстѣ съ бумагой во вращательное движеніе.

Замѣтьте: прямая линія можетъ быть „осью“ вращенія плоскости и всякой вещи, черезъ которую она проходитъ.

45ж. На четвертушкѣ бумаги проведите отъ края до края какую-нибудь не прямую линію и постарайтесь согнуть бумагу такъ, чтобы эта линія оказалась на мѣстѣ сгиба и одинъ кусокъ бумаги прильнулъ бы къ другому. | Удалось ли вамъ это сдѣлать?

Замѣтьте: осью вращенія можетъ быть только прямая линія; линія не прямая не можетъ быть осью вращенія.

45з. Представьте себѣ, что точка движется въ плоскости въ одномъ и томъ же направленіи, не измѣняя его во все время движенія. | Представьте себѣ, что другая точка движется сначала въ одномъ направленіи, потомъ, достигнувъ извѣстнаго мѣста, стала двигаться въ другомъ направленіи, но не въ прямо-противоположномъ. | Которая точка двигалась по прямой линіи, и которая—по ломаной? | Начертите обѣ линіи.

Представьте себѣ, что точка въ плоскости три раза мѣняла направленіе своего движенія, и начертите такую линію, чтобы можно было сказать, что эта точка, можетъ-быть, двигалась по этой линіи.

Замѣтьте: иногда говорятъ, что прямая линія есть слѣдъ нѣкоторой точки, двигавшейся въ одномъ и томъ же направленіи.

§ 2. Линейный уголъ.

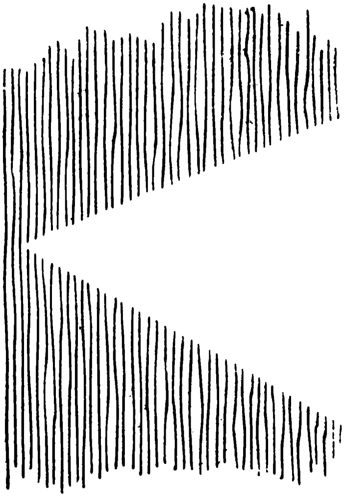
49. Положите сложенную пополамъ бумажку неподвижно на тетрадь и постарайтесь заштриховать часть бумажки такъ, чтобы карандашъ каждый разъ соскакивалъ съ сложенной бумажки на чистую и на послѣдней образовалъ бы рядъ штриховъ, начала которыхъ находятся на одной прямой. | Съ помощью этой бумажки сдѣлайте рисунки въ родѣ сдѣланнаго на слѣдующей страницѣ.

Изъ точки, взятой на плоскости, проведите въ той же плоскости двѣ прямыя не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и зачерните часть плоскости такъ, чтобы уголъ остался не зачерненнымъ.

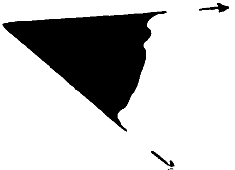
Вырѣжьте изъ бумаги какой-нибудь уголъ, положите его на плоскость чертежа, зачерните его и граничащую съ нимъ часть плоскости чертежа.

Изъ точки въ плоскости проведите двѣ прямыя въ той же плоскости, но не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ, и зачерните уголъ.

Изъ точки, взятой въ плоскости, проведите двѣ прямыя, образующія уголъ, и сотрите часть его сторонъ.



Къ № 49.



Къ № 49.

Замѣтьте: когда говорятъ объ углѣ, образованномъ двумя прямыми, то при этомъ не обращаютъ вниманія на длину его сторонъ.

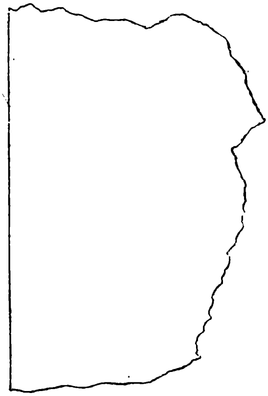
49а. Изъ точки на плоскости провести въ той же плоскости двѣ прямыя такъ, чтобы онѣ образовали уголъ, и продолжить эти прямыя въ томъ же направленіи по возможности дальше.

Замѣтьте: уголъ отъ этого не увеличится и не уменьшится; уголъ не измѣнится.

49б. Изъ точки, взятой на плоскости, провести двѣ прямыя въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ въ той же плоскости и еще одну прямую въ какомъ-нибудь третьемъ направленіи.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой на плоскости, провести въ той же плоскости двѣ прямыя въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ, и еще одну прямую въ третьемъ направленіи, то получатся два угла, и такіе углы называются смежными.

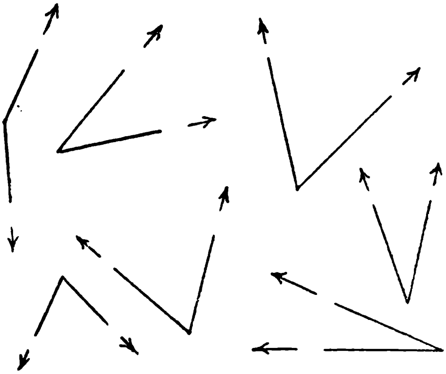
49в. Взять кусокъ бумаги съ однимъ прямымъ обрѣзомъ и не прямыми остальными краями, взять на прямомъ обрѣзѣ точку, разрѣзать ножницами по прямой линіи кусокъ бумаги на двѣ части, начавши разрѣзъ изъ этой точки, и начертить отдѣльно два угла, которые при этомъ получились.



Къ № 49в.

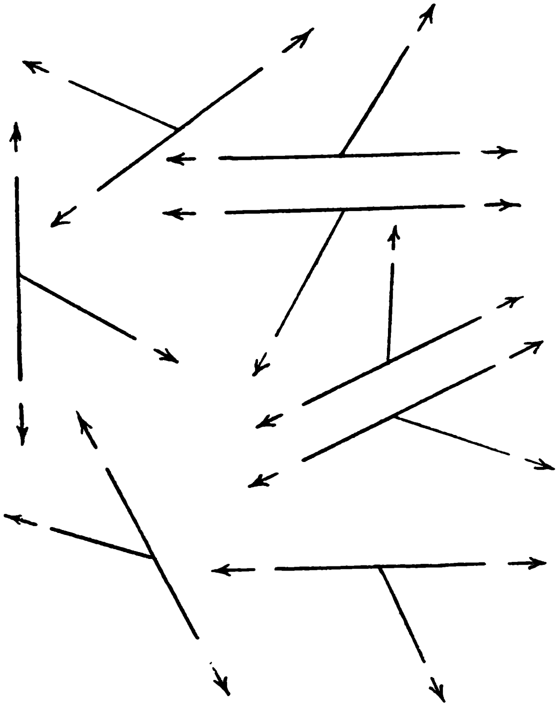
Сложить нѣсколько бумажекъ въ стопочку и ножницами или острымъ ножикомъ, съ помощью линейки, разрѣзать стопочку прямыми линіями на части. | Сколько получится угловъ, если считать, что бумажка дастъ по одному углу съ каждой ея стороны?

50б. Начертить по пяти угловъ вершинами вверхъ, внизъ, вправо, влѣво, вбокъ. | Начертите чертежъ въ родѣ слѣдующаго:



Къ № 50б.

Начертите чертежъ въ родѣ слѣдующаго:



Къ № 50б.

Взять три точки *А*, *В* и *С*, не лежащія на одной прямой, и соединить точку *А* съ точками *В* и *С* прямыми линіями.

Взять три точки *А*, *В* и *С* такъ, чтобы онѣ всѣ лежали на одной прямой, и чтобы точка *В* лежала между точками *А* и *С*, и соединить точку *А* съ точками *В* и *С*. | Образовался ли при этомъ какой-нибудь уголъ?

Взять три точки *А*, *В* и *С*, не лежащія на одной прямой, соединить точку *А* съ точкой *В* и съ точкой *С* прямыми и продолжить прямыя *АВ* и *АС* въ тѣхъ же направленіяхъ. | Увеличился ли отъ этого уголъ, образованный прямыми *АВ* и *АС*?

50в. Возьмите двѣ точки *A* и *B* (не буквы *A* и *B*, а именно точки, буквы же только поставьте близъ этихъ точекъ), соедините ихъ прямою *AB*, т.-е. начните вести прямую отъ точки *A* по направленію къ точкѣ *B*. | Соединить тѣ же точки *A* и *B* прямою *BA*, т.-е. начните вести прямую отъ точки *B* по направленію къ точкѣ *A*.

Замѣтьте: иногда говорятъ, что прямыя *AB* и *BA*, если онѣ проведены между тѣми же двумя точками, имѣютъ прямо-противоположныя направленія. Иногда же на это не обращаютъ вниманія.

50г. Начертите уголъ. | Какое направленіе имѣютъ его стороны?

Замѣтьте: когда говорятъ о направленіи сторонъ угла, то считаютъ, что каждая изъ нихъ выходитъ изъ вершины угла, какъ лучъ изъ свѣтящейся точки.

50д. Возьмите точку плоскости и представьте себѣ, что изъ нея идутъ двѣ прямыя въ той же плоскости, но въ одномъ и томъ же направленіи. | Образовался ли при этомъ какой-нибудь уголъ?

Возьмите точку и представьте себѣ, что изъ нея въ той же плоскости идутъ двѣ прямыя (два луча) въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ.—Образовался ли при этомъ уголъ?

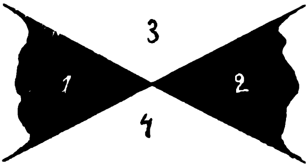
Замѣтьте: мы говоримъ, что двѣ прямыя образуютъ уголъ, если мы знаемъ, что онѣ идутъ изъ одной и той же точки не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ. Иногда говорятъ, что эти направленія образуютъ уголъ.

50е. Взять точку въ плоскости и изъ нея провести нѣсколько лучей. | Сколько образовалось угловъ, если считать только тѣ углы, внутри которыхъ не проведено ни одного луча?

54. Начертить какой-нибудь уголъ и продолжить его стороны въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ. | Сколько образовалось угловъ? | Перенумеруйте ихъ и запишите, какія пары угловъ—смежные углы. | Есть ли среди этихъ угловъ не смежные углы? Которые углы въ этомъ случаѣ не смежные?

Замѣтьте: если взять уголъ и изъ его вершины провести двѣ прямыя въ направленіяхъ, прямо-противоположныхъ направленіямъ его сторонъ, то эти новыя двѣ прямыя образуютъ уголъ, который вмѣстѣ съ первымъ угломъ называются вертикальными.

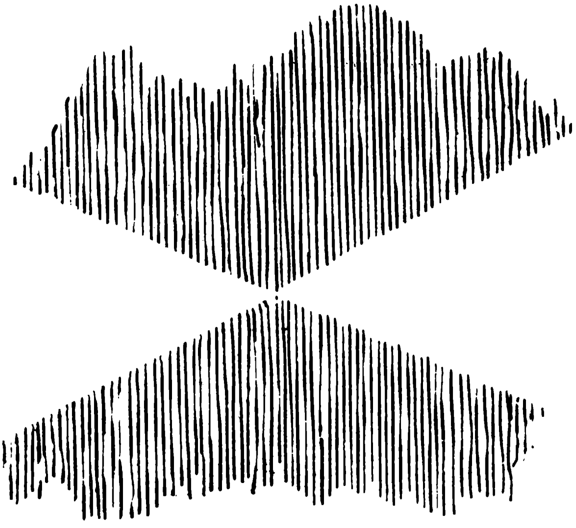
54а. Начертите чертежъ, похожій на чертежъ этого нумера, и запишите, какіе углы здѣсь вертикальные.



Къ № 54.

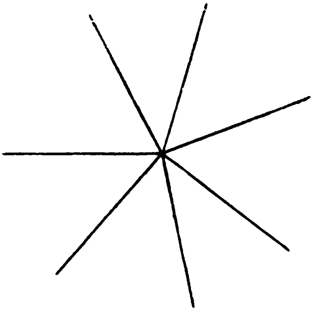
Начертите два вертикальныхъ угла. | Нѣтъ ли на чертежѣ еще одной пары вертикальныхъ угловъ?

Выполните, съ помощью бумажки, рисунокъ наподобіе слѣдующаго, не проводя сторонъ вертикальныхъ угловъ:



Къ № 54а.

54б. Начертить рядъ угловъ, послѣдовательно прилежащихъ одинъ къ другому, въ родѣ начерченныхъ ниже. Увеличить число угловъ, прилежащихъ одинъ къ другому, проведя еще нѣсколько лучей изъ общей вершины уже начерченныхъ угловъ.



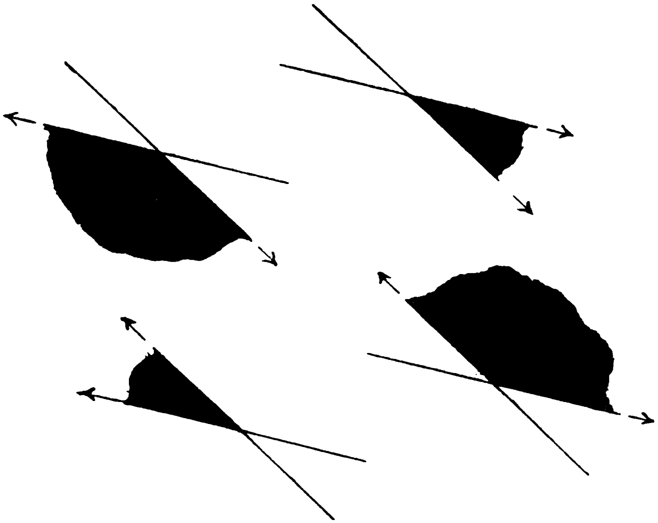
Къ № 54б.

56. Начертите въ плоскости лучъ, выходящій изъ какой-нибудь ея точки, и другой лучъ той же плоскости, выходящій изъ другой точки той же плоскости, и посмотрите, пересѣклись ли эти лучи. | Начертите два луча въ плоскости, которые выходили бы не изъ одной и той же точки и, въ то же время, непремѣнно пересѣклись бы на чертежѣ, и обратите вниманіе на то, что вы провели только два луча, и что изъ точки пересѣченія этихъ лучей идутъ только два луча въ извѣстныхъ направленіяхъ.

Замѣтьте: можно считать, что два пересѣкающихся луча образуютъ только одинъ уголъ; чтобы образовалось больше угловъ, нужно провести больше лучей.

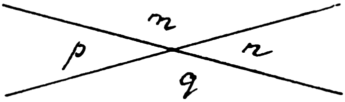
56. Начертите чертежъ въ родѣ перваго чертежа, относящагося къ этому нумеру, но при этомъ отдавайте себѣ, во время черченія, отчетъ въ томъ, въ какихъ направленіяхъ надо вести лучи, и ставьте крестикъ внутри каждаго изъ угловъ, образованныхъ каждой парой проведенныхъ вами лучей.

Замѣтьте: если не вы, а кто-нибудь другой начертилъ двѣ прямыя, которыя пересѣкаются въ одной точкѣ, и вы не знаете, въ какихъ направленіяхъ проведены эти прямыя, то вы можете считать, что у васъ четыре луча и что они образуютъ четыре угла. Точно такъ же, если вы сами начертили двѣ взаимно пересѣкающіяся прямыя, и если вы при этомъ не обращаете



Къ № 56.

вниманія на то, въ какихъ вы направленіяхъ ихъ провели, то вы можете считать, что у васъ четыре угла: *m*, *n*, *p* и *q*.



Къ № 56.

58. Сколько точекъ пересѣченія можетъ быть у двухъ прямыхъ линій? | Нарисуйте двѣ не прямыя линіи, которыя одна другую пересѣкали бы въ двухъ или трехъ точкахъ.

Нарисуйте какую-нибудь не прямую линію и начертите прямую, которая пересѣкала бы ее въ одной точкѣ, и другую прямую, которая пересѣкала бы начерченную вами линію въ двухъ точкахъ.

Замѣтьте: когда говорятъ „нарисуйте“, то это значитъ, что вы при этомъ не должны употреблять ни линейки ни циркуля.

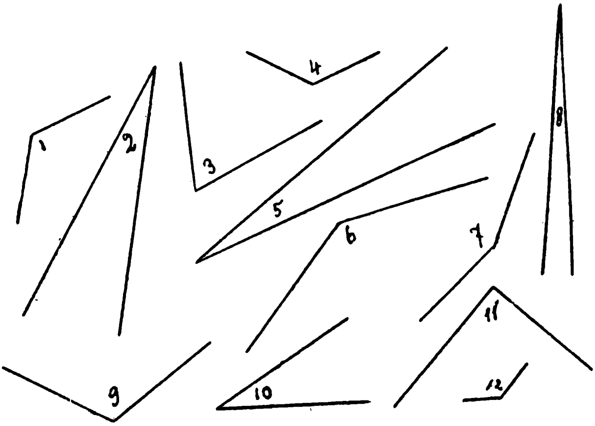
58a. Нарисуйте такія кривыя линіи, чтобы можно было провести прямую, пересѣкающую ихъ въ трехъ точкахъ, въ четырехъ, въ пяти точкахъ, и начертите такія прямыя линіи.

60. Вырѣжьте изъ бумаги уголъ и съ его помощью начертите два одинаковыхъ съ нимъ угла, но съ разными сторонами.

Начертите какой-нибудь уголъ, удлините одну его сторону и укоротите другую; затѣмъ удлините обѣ стороны. | Измѣнился ли отъ этого уголъ? (Нѣтъ, не измѣнился).

Начертите чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру и запишите, который уголъ больше:

1-ый или 2-ой?
1-ый 3-ій?
2-ой 4-ой?
2-ой 8-ой?
9-ый 8-ой?
10-ый 11-ый?
2-ой 12-ый?



Къ № 60.

Не кажется ли вамъ, что нѣкоторые углы одинаковы, а если кажется, то какіе именно?

Сложить бумажку съ неровно оборванными краями пополамъ и изъ этой сложенной бумажки вырѣзать ножницами два одинаковыхъ угла. | Сдѣлать то же самое изъ двухъ бумажекъ. | Если у васъ есть бумага цвѣтная съ одной стороны, сдѣлайте изъ нея два одинаковыхъ угла и сложите ихъ такъ, чтобы цвѣтная поверхность совпала съ цвѣтною, потомъ—чтобы бѣлая — съ бѣлой, затѣмъ — чтобы бѣлая сторона одного угла совпала съ цвѣтной другого, наконецъ, чтобы бѣлая 2-го угла совпала съ цвѣтною перваго.

60а. Вырѣжьте изъ бумаги два различныхъ угла (одинъ меньшій, другой большій), но при этомъ на длину ихъ сторонъ не обращайте вниманія, и наклейте углы на кусокъ бумаги такъ, чтобы первый уголъ составилъ одну часть новаго угла, второй уголъ — другую его часть, чтобы двѣ внутреннія стороны этихъ угловъ не образовали третьяго угла (чтобы не было пробѣла между углами), и чтобы ни одинъ изъ вырѣзанныхъ угловъ не покрылъ какой-либо части другого. | Когда вы это сдѣлаете, у васъ получится сумма вырѣзанныхъ вами изъ бумаги угловъ, и можно сказать, что вы сложили эти углы.

Сложите два другихъ угла, вырѣзанныхъ вами изъ бумаги.

Вырѣжьте изъ бумаги два неодинаковыхъ угла и отъ большаго угла отрѣжьте такой уголъ, который равенъ меньшему изъ вырѣзанныхъ вами изъ бумаги угловъ. Оставшійся уголъ вы можете называть разностью между вырѣзанными вами углами.

60б. Начертите уголъ, изъ его вершины проведите нѣсколько лучей, которые всѣ были бы заключены между сторонами угла, т.-е. дѣлили бы уголъ на части. | Равенъ ли начерченный вами сначала уголъ суммѣ составляющихъ его частей или не равенъ? Больше ли онъ каждой изъ своихъ частей?

Вырѣжьте изъ бумаги три одинаковыхъ угла и сложите ихъ такъ, какъ въ нумерѣ 60а. | Во сколько разъ сумма этихъ трехъ угловъ больше каждаго изъ нихъ?

Замѣтьте: углы можно складывать, поэтому одинъ уголъ можетъ быть больше другого въ опредѣленное число разъ. Такимъ образомъ уголъ—величина. Измѣрять углы можно углами же, но вы еще не умѣете измѣрять угловъ и не знаете, какіе углы принимаются за единицы мѣры, когда надо измѣрить уголъ.

Смѣшанныя задачи.

61. Начертите ломаную линію, состоящую изъ пяти звеньевъ.

Проведите прямыя линіи черезъ каждыя двѣ точки изъ числа трехъ взятыхъ вами точекъ, не лежащихъ на одной и той же прямой.

Возьмите четыре точки слѣдующимъ образомъ: три возьмите такъ, чтобы онѣ не лежали на одной прямой, а четвертую—такъ, чтобы она не лежала ни съ какими двумя точками изъ числа первыхъ трехъ на одной прямой. | Перенумеруйте первыя три точки цифрами 1, 2 и 3, а четвертую снабдите нумеромъ 4; проведите прямую черезъ 1-ую и 2-ю точки, другую—черезъ 1-ую и 3-ью, третью—черезъ 1-ую и 4-ую, еще одну прямую—черезъ 2-ую и 3-ью, еще одну—черезъ 2-ую и 4-ую, и, наконецъ, еще одну—черезъ 3-ью и 4-ую, и сосчитайте, сколько вы всего провели прямыхъ линій.

Возьмите въ плоскости чертежа пять точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой линіи, и проведите всѣ возможныя прямыя черезъ эти 5 точекъ, соединивъ первую точку съ остальными четырьмя, вторую—только съ тремя, третью—съ двумя, а четвертую—съ одной пятой. | Сколько получится прямыхъ линій? | Не замѣтили ли вы чего-нибудь? | Если не замѣтили, то рѣшите задачу нѣсколько разъ, пока не замѣтите.

Начертить снова чертежъ предыдущей задачи; отмѣтить направленіе каждой прямой, соединяющей одну точку съ другою, не продолжать этихъ конечныхъ прямыхъ и сосчитать, сколько угловъ образовалось при этомъ, если не считать угловъ, раздѣленныхъ прямою или прямыми линіями на части. | А если не обращать вниманія на направленія сторонъ и считать только тѣ углы, которые не раздѣлены на части прямыми, то сколько угловъ въ этой фигурѣ? (Отвѣтъ: 3 . 5 + 4 . 5).

62. Начертить въ плоскости двѣ взаимно пересѣкающіяся прямыя; пересѣчь обѣ эти прямыя третьею въ новыхъ точкахъ пересѣченія; далѣе провести четвертую прямую, которая пересѣкла бы эти три прямыя въ новыхъ точкахъ пересѣченія, наконецъ, пятую прямую, которая пересѣкла бы первыя четыре прямыя въ новыхъ точкахъ пересѣченія, и сосчитать, сколько точекъ пересѣченія у этихъ пяти прямыхъ линій.

Изъ точки на плоскости провести пучокъ лучей въ той же плоскости съ тѣмъ, чтобы первый и послѣдній лучи имѣли прямо-противоположныя направленія, и пересѣчь одной прямой линіей всѣ эти лучи, за исключеніемъ одного изъ двухъ лучей, имѣющихъ прямо-противоположныя направленія.

63. Взять десять точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежать на одной прямой; требуется опредѣлить, сколько можно провести прямыхъ линій, соединяя каждую точку съ остальными, при чемъ прямую линію, проведенную два раза, надо считать за одну. | Для рѣшенія этой задачи поступите такъ: возьмите сначала только двѣ точки, соедините ихъ прямою и запишите, что вы провели одну прямую; возьмите еще одну, не лежащую съ первыми двумя на одной прямой, соедините ее съ первыми двумя и запишите, что вы провели еще двѣ прямыхъ линіи; далѣе возьмите четвертую точку, не лежащую ни съ какими двумя изъ остальныхъ на одной прямой, соедините эту четвертую точку съ первыми тремя и запишите, сколько вы еще получили новыхъ прямыхъ, и такимъ образомъ поступайте до тѣхъ поръ, пока у васъ не наберется десяти точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой.

Для рѣшенія этой послѣдней задачи можете поступить и иначе: поставьте сразу всѣ 10 точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой линіи, и соедините первую со всѣми остальными; сколько вы получите прямыхъ линій? | Запишите! | Затѣмъ вторую точку тоже соедините прямыми линіями со всѣми остальными девятью точками, но только обратите вниманіе на то, что вы одну прямую провели два раза; точно такъ же поступите съ третьей точкой, и такимъ образомъ поступайте со всѣми точками. | Сколько разъ вы приложите линейку для рѣшенія задачи? (90 разъ). | А сколько различныхъ прямыхъ вы получите? (Намекъ: вы прикладывали линейку по два раза къ каждой парѣ точекъ).

64. Начертить нѣсколько паръ смежныхъ угловъ наподобіе тѣхъ, которые начерчены въ чертежѣ **50б**, и нѣсколько чертежей, въ каждомъ изъ которыхъ по двѣ пары вертикальныхъ угловъ разной величины. | Равны ли между собою всякіе два вертикальныхъ угла?

65. Изъ точки, взятой на плоскости, проведите въ той же плоскости три луча такъ, чтобы получились только два угла, прилежащихъ одинъ къ другому.

Изъ точки, взятой на плоскости, провести три луча такъ, чтобы получились три угла, послѣдовательно прилежащихъ одинъ къ другому.

Изъ точки, взятой на плоскости, провести четыре луча такъ, чтобы получились три прилежащихъ одинъ къ другому угла. | Можно ли провести четыре луча такъ, чтобы образовалось четыре прилежащихъ угла?

Провести въ плоскости четыре луча такъ, чтобы первый и послѣдній лучи имѣли прямо-противоположныя направленія.

Проведите въ плоскости десять лучей такъ, чтобы первый и послѣдній лучи имѣли прямо-противоположныя направленія, и послѣдній лучъ сотрите. | Сколько получится угловъ, послѣдовательно прилежащихъ одинъ къ другому, если брать только такіе углы, которые не раздѣлены какимъ-нибудь лучомъ на двѣ части? | Сколько въ этомъ случаѣ всего угловъ, т.-е. считая и такіе углы, которые раздѣлены на части? (Намекъ: эта задача рѣшается наподобіе послѣдней задачи № 63).

Замѣтьте: вы умѣете складывать конечныя прямыя линіи, вычитать меньшую прямую изъ большей и находить общую мѣру двухъ прямыхъ линій; вы умѣете измѣрять конечную прямую масштабомъ и умножать конечную прямую на цѣлое число; вы должны умѣть разсказывать, какъ начертить уголъ, какъ начертить пару смежныхъ угловъ и какъ —двѣ пары угловъ вертикальныхъ; вы должны умѣть продолжать прямую и должны понимать, что величина угла не зависитъ отъ величины его сторонъ. Если вы чего-либо не умѣете сдѣлать или чего-нибудь не понимаете, вы должны объ этомъ спросить своего учителя или свою учительницу, и они вамъ скажутъ, какія задачи вамъ надо разрѣшить еще разъ, чтобы научиться тому, чего вы не знаете.

§ 3. Окружность круга и измѣреніе угловъ.

67. Возьмите точку на плоскости, найдите возможно больше такихъ точекъ, чтобы разстояніе каждой изъ нихъ отъ первой точки было равно 12 миллиметрамъ, но пользуйтесь при этомъ только центиметренной линейкой, а не циркулемъ.

Возьмите кусокъ, лучше всего ленту, крѣпкой бумаги или картона, сдѣлайте на немъ наколъ, на нѣкоторомъ разстояніи отъ этого накола возьмите точку и въ этой точкѣ проколите кусокъ вашего картона насквозь; черезъ первую точку пропустите кнопку или крѣпкую булавку, вколотите эту кнопку или булавку въ кусокъ бумаги, лежащій на столѣ; черезъ второй наколъ пропустите острее карандаша и заставьте свою ленту картона скользить по бумагѣ, лежащей подъ нею неподвижно, а острее карандаша—описывать линію. | Какая получится на бумагѣ линія? Сдѣлайте то же самое съ другой четвертушкой бумаги, но съ той разницей, чтобы лента картона и карандашъ оставались неподвижными, а вращалась бы подъ лентою четвертушка бумаги. | Какая въ этомъ случаѣ получится линія?

Вмѣсто бумажной или картонной ленты возьмите конецъ тесемки, дощечку или нитку и постарайтесь ихъ приспособить такъ, чтобы съ ихъ помощью можно было начертить окружность круга.

67а. Начертите на четвертушкѣ бумаги прямую линію и посмотрите, на какія двѣ части (на какія два поля) раздѣлилась четвертушка бумаги. | На другой четвертушкѣ бумаги начертите окружность круга и посмотрите, на какія двѣ части раздѣлилась эта четвертушка бумаги. | Постарайтесь аккуратно вырѣзать получившійся у васъ кругъ.

Нарисуйте (съ помощью вырѣзаннаго изъ бумаги круга на другомъ кускѣ бумаги или въ тетради) кругъ слѣдующимъ образомъ: положите вырѣзанный кругъ на чистую страницу, придерживайте его крѣпко двумя или тремя пальцами лѣвой руки, а карандашомъ въ правой рукѣ ведите разныя линіи, начиная съ точекъ, взятыхъ на вырѣзанномъ кружкѣ и останавливая движеніе карандаша на точкахъ бумаги, на которой кружокъ лежитъ. | Если этотъ послѣдній лежалъ все время неподвижно, то вы получите кругъ, или вѣрнѣе: начала линій, вами нарисованныхъ на бумагѣ, будутъ лежать на одной и той же окружности.

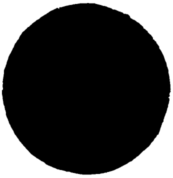
67б. Взять точку на плоскости и черезъ нее, съ помощью циркуля, провести въ той же плоскости какую-нибудь окружность. | Много ли такихъ окружностей можно начертить?

Взять какую-нибудь точку на плоскости и начертить въ той же плоскости окружность такого круга, чтобы эта точка была ихъ центромъ. | Много ли можно начертить такихъ окружностей?

Начертить какую-нибудь конечную прямую и окружность такого круга, чтобы радіусъ его былъ равенъ этой прямой линіи. | Много ли можно начертить такихъ окружностей?

67в Взять двѣ точки на плоскости, принять первую изъ нихъ за центръ окружности такого круга, чтобы эта окружность лежала въ той же плоскости и проходила бы черезъ вторую точку. | Много ли можно начертить такихъ окружностей?

Начертить на отдѣльной четвертушкѣ бумаги окружность какого-нибудь круга и еще одну окружность круга, не раздвигая и не сдвигая ножекъ циркуля, и сложить четвертушку бумаги такъ, чтобы на-свѣтъ обѣ окружности слились въ одну, то-есть совмѣстились.


Къ № 67 в.

Начертить чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру; чтобы чертежъ оказался удовлетворительнымъ, и чтобы его хорошо зачернить, начните вести карандашомъ черныя линіи отъ окружности внутрь круга, а не наоборотъ. | Когда чертежъ будетъ готовъ, вы увидите, что у васъ зачерненъ кругъ; вамъ надо подумать, гдѣ окружность и центръ круга

Замѣтьте: кругъ—фигура, а окружность круга—линія, которая отдѣляетъ эту фигуру отъ остальной плоскости; центръ круга и его окружности — та единственная точка внутри круга, которая находится отъ всѣхъ точекъ окружности на одинаковомъ разстояніи; радіусъ круга или окружности — всякая такая прямая, которая соединяетъ центръ круга съ какою-нибудь точкой окружности.

67г. Начертить окружность какого-нибудь круга и отмѣтить какую-нибудь точку внутри круга. | Начертить окружность круга и отмѣтить какую-нибудь точку на его окружности. | Назначьте на плоскости двѣ точки, одну изъ нихъ примите за центръ, а другую—за начало окружности, начертите эту окружность и въ то время, когда вы чертите, подумайте о томъ, гдѣ у васъ начало окружности и гдѣ конецъ ея.

Замѣтьте: если вы какую-нибудь точку будете считать за начало окружности, то ту же самую точку вы должны будете считать и концомъ ея; окружность круга— замкнутая кривая, а кругъ — замкнутая фигура.

67д. Нарисуйте еще какія-нибудь замкнутыя фигуры отъ-руки.

69. Начертите нѣсколько окружностей, на каждой изъ нихъ отмѣтьте по двѣ точки, отстоящія одна отъ другой на разстояніи 5 мм., и соедините каждую такую пару точекъ одной и той же окружности прямою.

Начертите на двухъ кускахъ бумаги по такой окружности, чтобы на-свѣтъ онѣ обѣ слились, совмѣстились, если бумажки сложить какъ слѣдуетъ.

Начертите такія двѣ отдѣльныя окружности на двухъ листахъ бумаги, чтобы этихъ листовъ невозможно было сложить такъ, какъ въ предыдущей задачѣ.

Начертите двѣ одинаковыя окружности, на каждой возьмите по одной парѣ точекъ, которыя отстояли бы одна отъ другой на одинаковыхъ разстояніяхъ; въ каждомъ чертежѣ соедините эти точки прямою линіей и постарайтесь сложить эти окружности такъ, чтобы на-свѣтъ онѣ дали одну окружность и одну прямую.

Начертите три разныя окружности на разныхъ кускахъ бумаги; на всѣхъ возьмите по двѣ точки, отстоящія одна отъ другой на разстояніи двухъ сантиметровъ, и наложите эти три бумажки другъ на друга такъ, чтобы на-свѣтъ всѣ три прямыя слились въ одну и бóльшія части всѣхъ трехъ круговъ лежали по одну сторону этихъ прямыхъ.

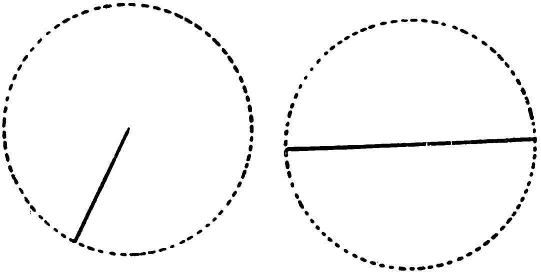
73. Начертить окружность круга и соединить его центръ съ какою-либо точкою окружности.

Замѣтьте: прямая, соединяющая центръ круга съ какою-либо точкою окружности этого круга, называется радіусомъ этого круга или радіусомъ окружности этого круга. | Объ окружности круга говорятъ, что она описана изъ данной точки, какъ изъ центра, а также, что она описана извѣстнымъ радіусомъ.

73а. Описать окружность круга радіусомъ, длиною въ 9 цм., соединить центръ съ какою-нибудь точкою окружности и продолжить радіусъ въ прямо-противоположномъ направленіи до встрѣчи съ окружностью.

Замѣтьте: прямая линія, соединяющая двѣ точки окружности круга и проходящая черезъ центръ ея, называется діаметромъ (или поперечникомъ) круга или окружности; радіусъ же круга иногда называютъ полупоперечникомъ круга или окружности.

73б. Начертите чертежъ этого нумера.



Къ № 73б.

Начертите окружность круга, проведите одинъ ея радіусъ и отдѣльно отъ него одинъ діаметръ. | Отчего радіусъ круга называется полупоперечникомъ круга?

Начертите чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру, но съ той разницею, что въ одномъ должно оказаться 6 радіусовъ и ни одного діаметра, а во второмъ 6 діаметровъ и ни одного отдѣльнаго радіуса. Сколько получится радіусовъ во второмъ чертежѣ?

74. Начертить на отдѣльномъ листкѣ окружность круга, провести какой-нибудь діаметръ ея, сложить бумажку такъ, чтобы линія сгиба совпала съ діаметромъ и посмотрѣть сквозь сложенную бумажку на свѣтъ. | На какія двѣ части діаметръ окружности круга раздѣляетъ ее и кругъ? | Начертить окружность круга и раздѣлить ее пополамъ съ помощью линейки. | Раздѣлить кругъ на два полукруга.

75. Взять въ плоскости чертежа точку, принять ее за центръ нѣсколькихъ круговъ, т.-е. описать въ той же плоскости окружности нѣсколькихъ круговъ и въ нихъ провести по одному радіусу каждаго круга, чтобы ни одинъ изъ радіусовъ одного круга не совпадалъ съ радіусомъ какого-либо другого круга. | Повторить такой же чертежъ, но съ тою разницей, чтобы въ каждомъ кругѣ былъ начерченъ свой отдѣльный діаметръ. | Начертить окружность радіусомъ, равнымъ 5-ти мм., и рядъ другихъ окружностей, въ которыхъ центръ былъ бы тотъ же, что у первой окружности, а радіусъ каждой слѣдующей окружности—больше радіуса предыдущей на 4 цм.

Замѣтьте: если у окружностей, лежащихъ на одной и той же плоскости, одинъ и тотъ же центръ, то такія окружности называются концентрическими.

76. Начертить нѣсколько концентрическихъ окружностей, которыхъ діаметры равны 20 мм., 30 мм., 40 мм. и т. д. | Начертить окружность, которой радіусъ равенъ 16 мм., и еще одну окружность, которой діаметръ больше діаметра первой окружности на 4 мм.

77. Начертить окружность круга, провести нѣсколько его діаметровъ и одинаковыми штрихами отмѣтить въ немъ вертикальные другъ другу углы. | Сдѣлать еще чертежъ того же рода и одинаковыми цифрами обозначить вертикальные другъ другу углы.

77а. Начертить окружность круга, взять внутри круга двѣ точки и черезъ нихъ провести прямую линію. | Въ сколькихъ точкахъ прямая пересѣчетъ окружность? | Начертить окружность круга, взять внутри и внѣ его по точкѣ, соединить ихъ прямою и продолжить ее въ обоихъ направленіяхъ. | Сколько точекъ пересѣченія получилось у прямой и окружности?

Начертить окружность круга, взять внѣ круга такія двѣ точки, чтобы прямая, проведенная между этими двумя точками, пересѣкла окружность въ двухъ точкахъ.

Начертить окружность круга, взять внѣ его, но въ той же плоскости, двѣ такія точки, чтобы прямая, проведенная черезъ эти двѣ точки, не пересѣкала окружности.

77б. Начертить лучъ, отъ начала его отложить рядъ одинаковыхъ отрѣзковъ; начало луча обозначить цифрой 0, конецъ перваго отрѣзка—цифрой 1, конецъ второго—цифрою 2 и т. д.; принять точку 0 за центръ, а отложенный отрѣзокъ за радіусъ, и этимъ радіусомъ описать окружность, принять точку 1 за центръ и тѣмъ же радіусомъ описать вторую окружность, и т. д.

Начертить окружность, одну точку ея принять за центръ, а другую—за конецъ радіуса другой окружности, и этимъ послѣднимъ радіусомъ описать вторую окружность. | Въ сколькихъ точкахъ вторая окружность пересѣчетъ первую?

77в. Начертить прямую линію и нарисовать отъ руки такую кривую линію, которая пересѣкла бы прямую въ трехъ или четырехъ точкахъ.

Начертить окружность круга и нарисовать отъ руки такую кривую линію, которая пересѣкла бы эту окружность въ трехъ или четырехъ точкахъ.

77г. Начертить окружность круга, принять какую-нибудь точку этой окружности за центръ новой окружности, а какую-нибудь точку внутри начерченнаго круга—за конецъ радіуса этой новой окружности, и этимъ радіусомъ описать окружность этого новаго круга. | Въ сколькихъ точкахъ пересѣкутся эти окружности?

Начертить окружность круга, внутри этого круга взять точку, принять ее за центръ, а какую-нибудь точку на окружности—за конецъ радіуса новой окружности. | Въ сколькихъ точкахъ эти двѣ окружности пересѣкутся?

77д. Поставьте два круглыхъ стакана отверстіями на столъ такъ, чтобы края стакановъ соприкасались. | Поставить стаканъ внизъ отверстіемъ на столъ и положить на столъ линейку такъ, чтобы край линейки соприкасался съ краемъ стакана.

Въ послѣднихъ трехъ задачахъ предыдущаго нумера ощупью выбрать вторую точку такъ, чтобы не было точекъ пересѣченія, а была бы у двухъ окружностей только одна общая точка.

Начертить окружность круга, взять на ней точку и ощупью, съ помощью линейки, провести прямую линію, которая имѣла бы съ окружностью только одну общую точку, какъ бы далеко вы ни продолжали эту прямую линію въ обоихъ направленіяхъ.

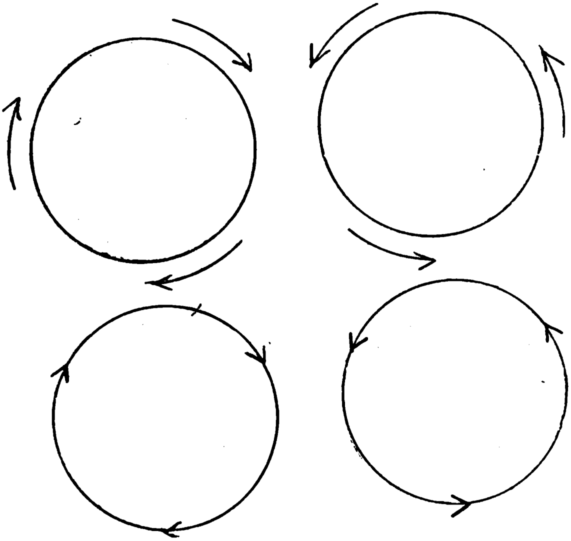
Начертить окружность круга, взять внѣ его, но въ той же плоскости, точку, соединить ее съ центромъ круга; часть этой послѣдней прямой, лежащую внѣ круга, принять за радіусъ, а точку, взятую внѣ круга, за центръ новой окружности, и описать эту послѣднюю. | Сколько общихъ точекъ у этихъ окружностей?

81. Начертить одну часть окружности круга сплошной линіей, а другую—пунктиромъ и отмѣтить концы сплошной части окружности. | Отмѣтить направленія, въ которыхъ проведены обѣ дуги (сплошная и пунктирная), изогнутой стрѣлкой!

Начертить четыре окружности въ указанныхъ на чертежѣ этого нумера (стр. 41) направленіяхъ.

Запишите, въ которыхъ кругахъ окружности ихъ имѣютъ направленія, одинаковыя съ направленіемъ движенія часовыхъ стрѣлокъ, и въ которыхъ—направленія, обратныя направленію движенія часовыхъ стрѣлокъ.

Винты всякаго рода ввинчиваются движеніемъ, направленіе котораго совпадаетъ съ направленіемъ движенія часовой стрѣлки, а вывинчиваются движеніемъ противоположнаго направленія; замки отпираются вращеніемъ ключа въ направленіи движенія часовой стрѣлки.



Къ № 81.

Начертить верхнюю поверхность головки винта и намѣтить: 1) прямою линіей — надрѣзъ этой поверхности, въ который вставляется лезвее отвертки, и 2) стрѣлкой — направленіе, въ которомъ надо вращать отвертку и винтъ, если его надо вывинтить.

82. Начертить окружность круга, на ней взять двѣ точки. | На сколько частей при этомъ раздѣлилась окружность круга? | Какъ называется каждая изъ этихъ частей? | Которая изъ этихъ двухъ дугъ окружности больше, и которая — меньше? | Начертить окружность круга и найти на ней такія двѣ точки, которыя раздѣляютъ окружность круга на двѣ одинаковыя дуги.

Раздѣлить окружность круга пополамъ, но прямую, дѣлящую ее пополамъ, начертить пунктиромъ. | Какъ называется прямая линія, дѣлящая окружность пополамъ? | Всякая ли прямая линія, дѣлящая окружность пополамъ, представляетъ собою діаметръ этой окружности? | Возьмите внѣ круга точку и черезъ нее проведите такую прямую, которая раздѣляетъ окружность круга пополамъ. | Поставьте вблизи точки, взятой внѣ круга, букву *A*, а у точекъ, дѣлящихъ окружность пополамъ, точки *B* и *C* и запишите, какая прямая представляетъ собою діаметръ.

Примите какую-нибудь конечную прямую за радіусъ, одинъ изъ ея концовъ—за центръ круга, и опишите полъ-окружности сплошной линіей, другую половину окружности — пунктиромъ, а второй радіусъ нужнаго вамъ діаметра—тоже сплошной линіей.

83. Начертите окружность круга въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки; назначьте сначала двѣ точки, дѣлящія окружность пополамъ, и обозначьте ихъ цифрами 1 и 1; назначьте другую пару точекъ, дѣлящихъ ту же окружность пополамъ, обозначьте ихъ цифрами 2 и 2 и найдите семь такихъ паръ точекъ, подвигаясь все въ томъ же направленіи (обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки); потомъ соедините точки 1 и 1 сплошной прямой, а точки 2 и 2 — пунктирной, точки 3 и 3 — сплошной прямой, а точки 4 и 4—пунктирной, и т. д.

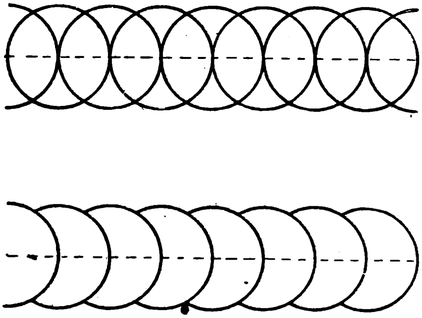
Въ сколькихъ парахъ точекъ окружность круга дѣлится пополамъ?

84. Начертите окружность круга, проведите одинъ его діаметръ; на одномъ изъ радіусовъ, ближе къ его концу, возьмите точку, примите ее за центръ двухъ окружностей: 1) за радіусъ одной примите меньшую часть радіуса, раздѣленнаго вами на двѣ не одинаковыя части, и 2) за радіусъ другой примите остальную часть проведеннаго вами діаметра. | Затѣмъ постарайтесь аккуратно заштриховать, хотя бы отъ-руки, ту часть третьяго круга, которая не покрыта первымъ кругомъ.

Начертите окружность круга, діаметръ котораго содержитъ 8 цм.; проведите этотъ діаметръ, отложите на немъ отъ начала его 8 цм., отмѣчая ихъ концы, и въ одномъ полукругѣ начертите три полукруга, принявъ за ихъ центры концы перваго центиметра, второго центиметра и третьяго центиметра, а за соотвѣтствующіе радіусы—прямыя, длиною въ 1 цм., въ 2 цм.

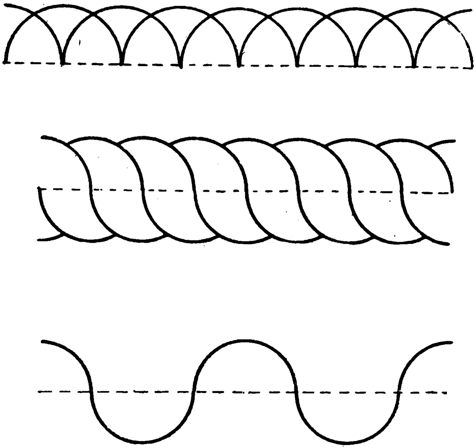
и въ 3 цм.; въ другомъ же полукругѣ тоже начертите полукруги, принявъ за ихъ центры концы: седьмого центиметра, шестого центиметра и пятаго центиметра, а за соотвѣтствующіе радіусы — прямыя длиною въ одинъ центиметръ, въ два центиметра и въ три центиметра.

85. Начертить „орнаменты" (украшенія), относящіеся къ этому нумеру.



Къ № 85.

85a. Начертить орнаменты, относящіеся къ этому нумеру.



Къ № 85а.

87. Начертить окружность круга и провести изъ центра двѣ прямыя не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположномъ направленіи. | Какъ называется уголъ, котораго вершина совпадаетъ съ центромъ круга? (Центральнымъ).

Начертить окружность круга и нѣсколько не центральныхъ угловъ.

Начертить уголъ и такую окружность, чтобы уголъ сдѣлался центральнымъ. | Начертить уголъ, его вершину принять за центръ и между сторонами угла изъ этого центра описать какую-нибудь дугу.

Начертите окружность, вырѣжьте изъ бумаги уголъ съ длинными сторонами, наложите этотъ уголъ на плоскость круга такъ, чтобы вершина угла совпала съ центромъ круга, и отмѣтьте на сторонахъ угла тѣ точки, въ которыхъ эти стороны пересѣкаютъ окружность круга. | Съ тѣмъ же угломъ сдѣлайте другой опытъ: наложите его на плоскость круга такъ, чтобы вершина угла не совпала съ центромъ круга, а стороны угла пересѣкли окружность, и отмѣтьте тѣ точки, въ которыхъ стороны угла пересѣкаютъ окружность круга.

88. Начертите на бумажкѣ два вертикальныхъ угла, вырѣжьте ихъ изъ бумаги, а остальные два бросьте; затѣмъ начертите въ тетради окружность круга, наложите одинъ изъ угловъ на кругъ такъ, чтобы уголъ сдѣлался центральнымъ; отмѣтьте на его сторонахъ точки, въ которыхъ стороны угла пересѣкаютъ окружность круга; то же повторите со вторымъ изъ вертикальныхъ угловъ и послѣ этого наложите одинъ уголъ на другой такъ, чтобы совпали ихъ вершины и одна изъ сторонъ одного съ одною изъ сторонъ второго. Совпадутъ ли всѣ отмѣченныя точки попарно?

Подобный опытъ сдѣлайте съ двумя не одинаковыми углами.

91. Сложивъ двѣ бумажки, проколоть ихъ въ какомъ-нибудь мѣстѣ остреемъ циркуля; принявъ эти проколы на каждой изъ нихъ за центры окружностей, начертить однимъ и тѣмъ же радіусомъ на каждой бумажкѣ по окружности круга; затѣмъ снова сложить бумажки такъ, чтобы центры окружностей совпали, вырѣзать изъ обѣихъ бумажекъ равные центральные углы. | Совпадутъ ли ихъ дуги?

Сдѣлать подобный опытъ съ двумя неравными центральными углами.

92. Начертить на отдѣльной бумажкѣ два вертикальныхъ угла, сдѣлать ихъ центральными; начертить ихъ дуги однимъ и тѣмъ же радіусомъ и сложить бумажку такъ, чтобы центръ дугъ лежалъ на сгибѣ, и чтобы одна сторона одного угла легла на сторону другого, а первый уголъ легъ на второй. | Совмѣстились ли углы, и совмѣстились ли ихъ дуги?

Замѣтьте: всякіе два вертикальные угла равны между собою; взаимный наклонъ сторонъ одного изъ нихъ одинаковъ со взаимнымъ наклономъ сторонъ другого угла; стороны одного угла отличаются отъ сторонъ другого только своими направленіями.

92а. Изъ точки на плоскости проведите въ той же плоскости два луча не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и представьте себѣ, что два человѣка вышли изъ этой точки по направленію сторонъ начерченнаго вами угла и идутъ, не останавливаясь и не мѣняя направленія. | Что будетъ увеличиваться при этомъ движеніи? | Будутъ увеличиваться разстоянія этихъ людей отъ вершины угла. | Еще какое разстояніе будетъ увеличиваться? Разстояніе между этими двумя человѣками будетъ тоже увеличиваться. | Что не измѣнится? | Не измѣнится уголъ, образованный направленіями ихъ движенія.

Представьте себѣ два вертикальныхъ угла и четырехъ человѣкъ: Ивана, Петра, Степана и Андрея, изъ которыхъ Иванъ идетъ по одной сторонѣ одного изъ двухъ вертикальныхъ угловъ, Петръ—по другой его сторонѣ, Степанъ—по сторонѣ другого вертикальнаго угла, а Андрей—по другой сторонѣ второго угла; и запишите, какія разстоянія будутъ измѣняться, и какія величины останутся неизмѣнившимися.

Замѣтьте: уголъ образуется не только двумя лучами, выходящими изъ одной точки; иногда говорятъ объ углѣ, образованномъ направленіями этихъ лучей.

93. Начертить окружность круга, взять на ней двѣ точки, разстояніе между которыми меньше длины діаметра, и еще двѣ точки, находящіяся одна отъ другой на томъ же разстояніи, что первыя двѣ точки, притомъ тремя способами: а) съ помощью одного циркуля; б) съ помощью масштаба; в) съ помощью обоихъ приборовъ.

Начертить разными радіусами двѣ окружности, на одной изъ нихъ взять какія-нибудь двѣ точки, разстояніе между которыми меньше длины діаметра меньшей окружности, и на другой — двѣ точки, между которыми то же разстояніе. | Одинаковы ли дуги, заключенныя между этими двумя парами точекъ?

Сдѣлать то же самое съ двумя окружностями, начерченными на двухъ отдѣльныхъ бумажкахъ, и наложить одну бумажку на другую такъ, чтобы концы начерченныхъ дугъ совпали.

Начертить двѣ различныя окружности, на меньшей изъ нихъ взять двѣ точки, разстояніе между которыми равно длинѣ діаметра, а на другой — двѣ точки, находящіяся одна отъ другой на разстояніи, тоже равномъ длинѣ діаметра меньшей окружности. | Равны ли между собою дуги этихъ двухъ окружностей?

Сдѣлать то же самое съ двумя окружностями, начерченными на двухъ отдѣльныхъ листкахъ бумаги, и наложить одинъ листокъ на другой такъ, чтобы концы начерченныхъ дугъ совпали.

95. Начертить на двухъ бумажкахъ по окружности однимъ и тѣмъ же радіусомъ; на каждой изъ окружностей взять по двѣ такія точки, чтобы разстояніе между двумя точками первой окружности было равно разстоянію между двумя точками второй окружности, и наложить одну бумажку на другую такъ, чтобы центры окружностей совпали и отмѣченныя двѣ точки одной окружности совпали съ отмѣченными двумя точками другой окружности. | Одинаковы ли дуги, заключенныя между отмѣченными точками?

Начертить на отдѣльномъ листкѣ бумаги одну окружность, на ней взять двѣ пары такихъ точекъ, чтобы разстояніе между точками одной пары было равно разстоянію между точками другой пары; разрѣзать эту бумажку на такія двѣ части, чтобы можно было наложить одну часть на другую, и совмѣстить первую пару точекъ со второю безъ просвѣта между дугами.

Начертить въ тетради такія двѣ окружности въ одномъ и томъ же направленіи и однимъ и тѣмъ же радіусомъ, чтобы онѣ пересѣклись въ двухъ точкахъ. | Равны ли между собою дуги обѣихъ окружностей, заключенныя между точками ихъ пересѣченія? | Одинакова ли кривизна этихъ дугъ?

Замѣтьте: о дугахъ одной и той же окружности круга говорятъ, что у нихъ одинаковая кривизна, или что это дуги одинаковой кривизны; о дугахъ окружностей двухъ круговъ одинаковаго радіуса тоже говорятъ, что онѣ — дуги одинаковой кривизны. При этомъ не обращаютъ вниманія на направленія дугъ.

95а. Начертите двѣ окружности, отмѣтьте на первой изъ нихъ двѣ пары точекъ, въ которыхъ точки одной пары находятся на такомъ же разстояніи другъ отъ друга, на какомъ находятся точки второй пары; на второй окружности отмѣтьте двѣ точки, находящіяся одна отъ другой на томъ же разстояніи; это разстояніе (не дуги) измѣрьте своимъ масштабомъ. | Какую линію вы измѣряли: нѣкоторую прямую или дугу, соединяющую концы этой прямой? (Прямую)

Какую линію вы „забирали въ циркуль“: прямую или дугу? (Прямую).

Начертите на отдѣльномъ листкѣ бумаги двѣ такія конечныя прямыя, чтобы разстояніе между концами одной прямой было равно разстоянію между концами другой прямой; разрѣжьте эту бумажку на такія двѣ части, чтобы на одной оказалась первая, а на другой— вторая прямая, и наложите одну бумажку на другую такъ, чтобы концы одной прямой совпали съ концами другой прямой. | Совмѣстятся ли эти двѣ прямыя во всѣхъ своихъ точкахъ, на всемъ своемъ протяженіи?

Сдѣлайте тотъ же опытъ съ дугами одной и той же окружности, въ которыхъ концы одной дуги находятся на томъ же разстояніи, что концы другой дуги. При этомъ дуги могутъ и не совмѣститься, но могутъ и совмѣститься. | Начертите чертежъ, въ которомъ онѣ не могутъ совмѣститься, т.-е. когда онѣ должны образовать просвѣтъ.

Сдѣлайте тотъ же опытъ съ двумя дугами двухъ окружностей одного и того же радіуса.

-Сдѣлайте тотъ же опытъ съ двумя окружностями разной кривизны. | Можно ли въ этомъ случаѣ наложить одну бумажку на другую такъ, чтобы дуги совмѣстились, т.-е. чтобы просвѣта не образовалось? Просвѣтъ получится во всякомъ случаѣ: въ одномъ получится просвѣтъ, ограниченный дугами, обращенными выпуклостью въ одну сторону (получится „луночка“), въ другомъ получится просвѣтъ двояко-выпуклый. | Начертить оба эти случая въ тетради.

Замѣтьте: совмѣстить можно дуги только одинаковой кривизны, т.-е. дуги окружности одного и того же круга или дуги окружностей двухъ круговъ, у которыхъ одинаковы радіусы.

95б. Начертить пунктиромъ, какимъ-нибудь радіусомъ, окружность круга; отмѣтить на ней одну пару точекъ; отложить на той же окружности такую дугу, которая равна дугѣ, заключенной между отмѣченными двумя точками первой пары ихъ, и сдѣлать съ помощью циркуля, снабженнаго карандашомъ, одинаковыя дуги сплошными.

Начертить пунктиромъ какую-нибудь окружность и на ней выдѣлить сплошной линіей двѣ одинаковыя дуги. | Начертить окружность круга и на ней взять нѣсколько одинаковыхъ дугъ; чтобы выдѣлить эти дуги изъ остальныхъ дугъ той же окружности, отмѣтьте эти дуги кривыми стрѣлками.

Начертите нѣсколько окружностей однимъ и тѣмъ же радіусомъ; отложите на нихъ нѣсколько одинаковыхъ дугъ и отмѣтьте всѣ одинаковыя дуги кривыми стрѣлками и одной и той же буквой *a*.

99. Начертить какой-нибудь уголъ и продолжить одну изъ его сторонъ въ прямо-противоположномъ направленіи. | Получатся ли два смежныхъ угла? | Почему они смежные? | Сдѣлать такъ, чтобы эти смежные углы стали центральными углами съ дугами одинаковой кривизны. | Равны ли между собою ихъ дуги? Если не равны между собою, то которая изъ нихъ больше? | Который изъ угловъ больше? | Можно ли судить о томъ, который центральный уголъ больше, по ихъ дугамъ одинаковой кривизны?

Начертить двѣ окружности одинаковыми радіусами, взять на одной окружности какую-нибудь дугу и такую же дугу—на другой окружности; соединить центръ каждой окружности съ отмѣченными на ней концами дуги и какимъ-нибудь образомъ, отъ-руки, отмѣтить, какіе углы равны между собою.

99a. Начертить уголъ, равный данному, съ помощью линейки и циркуля.

Начертить окружность круга, изъ центра его провести два разныхъ луча не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; дугу образованнаго ими угла отложить на той же окружности; центръ круга соединить съ концами второй дуги и заштриховать одинаковые углы, при этомъ получившіеся.

Начертить два угла, равныхъ между собою и прилежащихъ другъ къ другу. | Начертить два равныхъ между собою угла, другъ къ другу не прилежащихъ и другъ другу не вертикальныхъ.

Начертить рядъ равныхъ между собою и послѣдовательно прилежащихъ другъ къ другу угловъ съ незначительными дугами. | Начертить центральный уголъ, дуга котораго незначительно меньше полуокружности, и отдѣльно отъ него—равный ему уголъ.

103. Начертить конечную прямую и, принявъ ея концы за центры двухъ окружностей съ одинаковыми радіусами, сдѣлать по „засѣчкѣ“ съ каждой стороны прямой.

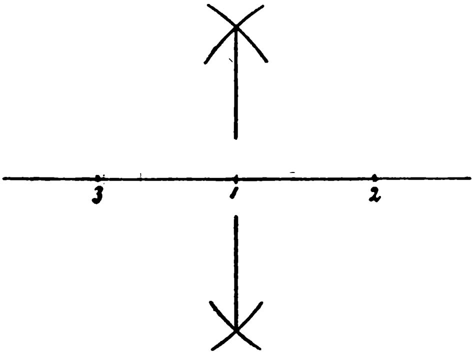
Начертить конечную прямую и, принявъ концы ея за центръ ряда попарно концентрическихъ круговъ, начертить пунктиромъ окружности этихъ круговъ; затѣмъ точки пересѣченія одинаковыхъ окружностей оттѣнить какимъ-нибудь образомъ, т.-е. сдѣлать замѣтнѣе для глаза. | Обратите вниманіе, на какой линіи лежатъ эти точки пересѣченія.

На листкѣ бумаги начертить конечную прямую; принять ея концы за центры двухъ одинаковыхъ окружностей; точки ихъ пересѣченія соединить прямою линіей; перегнуть бумажку по этой прямой, посмотрѣть на-свѣтъ и обратить вниманіе на то: 1) раздѣлилась ли данная прямая пополамъ, и 2) всѣ ли углы, образованные этой прямою съ прямою, соединяющей точки пересѣченія одинаковыхъ окружностей, равны между собою.

Такихъ чертежей выполнить нѣсколько.

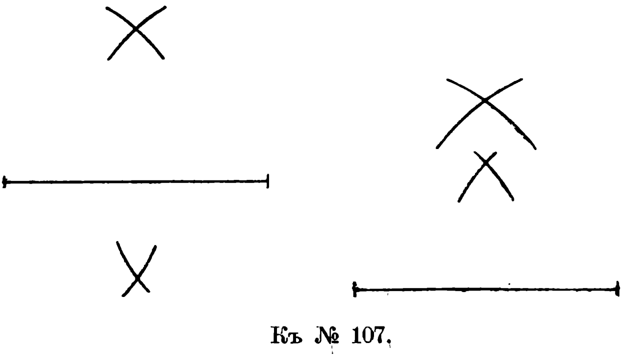
103а. Начертить прямую, взять на ней точку, отмѣтить ее цифрой 1, отложить отъ нея въ прямопротивоположныхъ направленіяхъ два одинаковыхъ отрѣзка, отмѣтить ихъ концы цифрами 2 и 3, принять вторую и третью точки за центры, одинаковыми радіусами по обѣ стороны прямой сдѣлать двѣ засѣчки; соединить точки пересѣченія засѣчекъ прямою и отдать себѣ отчетъ въ томъ, должна ли эта прямая пройти черезъ первую точку, или не должна.

Такихъ чертежей сдѣлать нѣсколько.



Къ № 103а.

107. Раздѣлить три данныя прямыя пополамъ, каждую — другимъ способомъ: 1) проведя изъ ихъ концовъ окружности одинаковыми радіусами; 2) пользуясь засѣчками, проведенными разными радіусами по разныя стороны данной прямой, и 3) пользуясь засѣчками, проведенными по одну и ту же сторону прямой.



Къ № 107.

107а. Провести конечную прямую вдоль тетради, поближе къ одному изъ ея краевъ, и раздѣлить эту прямую пополамъ. | Который способъ въ этомъ случаѣ приложимъ, и которые неприложимы?

109. Начертить нѣсколько равныхъ между собою угловъ.

Начертить два одинаковыхъ угла; принять ихъ вершины за центры; начертить рядъ дугъ одного изъ угловъ и соотвѣтственно равныя дуги въ другомъ и отмѣтить какимъ-нибудь образомъ, которыя дуги между собою равны. | Сдѣлать такой же чертежъ на одинаковыхъ бумажкахъ, не отмѣчать, которыя дуги равны между собою, и убѣдиться въ томъ, что возможно сложить бумажки такъ, чтобы на-свѣтъ обѣ фигуры оказались совмѣстившимися.

111. Начертить такихъ два угла, чтобы ихъ дуги, описанныя однимъ и тѣмъ же радіусомъ, оказались не равными между собою.

Взять кусокъ бумаги съ однимъ прямымъ краемъ и сложить эту бумажку такъ, чтобы получились два не одинаковыхъ смежныхъ угла, послѣ того какъ она будетъ развернута.

Сложить подобную же бумажку такъ, чтобы два угла, при этомъ образованные, были равны между собою.

111a. Начертить конечную прямую, взять на ней точку, отмѣтить эту точку цифрой 1, отложить отъ нея въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ два одинаковыхъ отрѣзка, отмѣтить ихъ концы цифрами 2 и 3, принять вторую и третью точки за центры; одинаковыми радіусами по обѣ стороны прямой сдѣлать двѣ засѣчки, соединить точки пересѣченія засѣчекъ прямою и отдать себѣ отчетъ въ томъ: 1) должна ли эта прямая пройти черезъ первую точку или не должна; 2) какіе образуются углы при точкѣ 1: одинаковые или не одинаковые. См. чертежъ къ № 103а, на 51 стр.

113. Начертить прямую линію въ плоскости и изъ точки, взятой на этой прямой, провести въ той же плоскости такую прямую, которая образовала бы съ первою прямою два одинаковыхъ угла.

Начертить два равныхъ между собою смежныхъ угла.

Взять точку въ плоскости и изъ этой точки провести въ этой плоскости четыре прямыхъ линіи, которыя образовали бы четыре равныхъ между собою угла. | Обозначить эти углы цифрами и записать, которыя пары угловъ—смежные углы, и которыя пары—вертикальные углы.

115а. Начертить двѣ отдѣльныя дуги окружности одинаковой кривизны, т.-е. однимъ и тѣмъ же радіусомъ, и начертить отдѣльно отъ нихъ сумму ихъ.

Къ данной дугѣ прибавить другую дугу такой же кривизны и направленія.

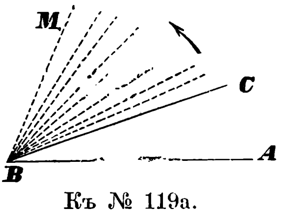
Сложить двѣ дуги одинаковой кривизны и одного и того же направленія.

116. Сложить нѣсколько такихъ дугъ одинаковой кривизны и направленія, чтобы сумма ихъ была меньше полной окружности.

119. Начертить два такихъ угла, чтобы сумма ихъ дугъ одинаковой кривизны и направленія была меньше полуокружности, и сложить ихъ.

Начертить нѣсколько такихъ угловъ, чтобы сумма ихъ дугъ одинаковой кривизны и направленія была меньше полуокружности, и сложить ихъ.

119а. Положите листокъ бумаги на столъ, сдѣлайте на ниткѣ узелокъ, приколите съ помощью кнопки или гвоздика эту нитку къ бумажкѣ узелкомъ; натрите нитку, приподнявъ ее надъ бумагой, чернилами и, натянувъ нитку и положивъ ее осторожно на бумагу, приведите нитку во вращеніе вокругъ укрѣпленной ея точки въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки. | По-



Къ № 119а.

лучатся на бумагѣ слѣдъ нитки и уголъ извѣстнаго направленія.

Замѣтьте: всякій уголъ можно разсматривать какъ слѣдъ, оставленный прямою линіей, исходящей изъ нѣкоторой точки на плоскости, при вращеніи этого луча въ той же плоскости вокругъ этой точки, какъ вокругъ центра; точка эта въ такомъ случаѣ будетъ вершиной угла, прямая въ начальномъ ея положеніи и прямая въ томъ положеніи, когда прекратилось вращеніе, будутъ сторонами угла; направленіе вращенія будетъ направленіемъ угла.—Когда приходится записать что-нибудь относительно какого-нибудь угла, то слово „уголъ“ замѣняютъ двумя буквами „уг.“ или знакомъ $\angle$.

121. Вычесть меньшую дугу окружности изъ большей дуги такой же кривизны и направленія и отдѣльно начертить разность между этими дугами.

Вычесть меньшій уголъ изъ большаго, имѣющаго то же направленіе, и разность начертить отдѣльно.

Начертить, отдѣльно одну отъ другой, такія три дуги одинаковой кривизны и направленія, которыхъ сумма равна полуокружности. | (Намекъ: раньше всего начертить полуокружность и ея діаметръ, а изъ центра ея провести прямыя по одну сторону діаметра.)

122. Сумма двухъ угловъ начерчена, дана; данъ одинъ изъ этихъ угловъ; найти другой изъ нихъ.

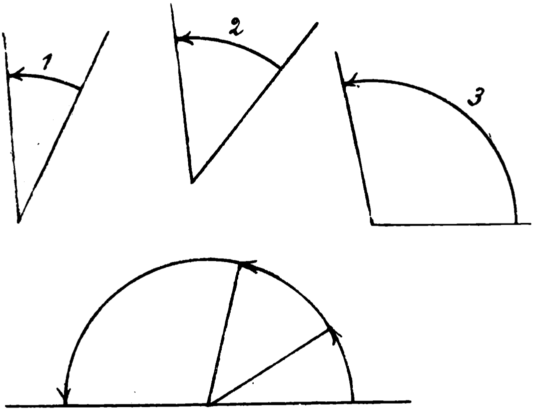
Взять такіе три угла одного направленія, чтобы сумма ихъ дугъ одинаковой кривизны была меньше полуокружности, затѣмъ перенумеровать ихъ цифрами: 1, 2 и 3 и найти слѣдующія суммы:

$$\_\ 1 + \angle 2 + \angle$$
$$\angle 3 + \angle 2 + \angle 1,$$
$$\angle 3 + \angle 1 + \angle 2$$
и $\angle 1 \quad \angle 3 + \angle 2.$

Замѣтьте: величина суммы сколькихъ угодно угловъ, какъ и величина суммы всякихъ иныхъ величинъ, не зависитъ ни отъ порядка, въ которомъ взяты слагаемыя, ни отъ порядка, въ которомъ надъ ними производится сложеніе.

124. Выполнить чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру.

Начертить нѣсколько такихъ угловъ одного направленія, чтобы дуга ихъ суммы была равна полуокружности.



Къ № 124.

124а. Сдѣлать чертежъ въ родѣ предыдущаго, но съ тою разницею, чтобы угловъ было всего два, изъ которыхъ одинъ равенъ суммѣ перваго и втораго угловъ предыдущаго чертежа, а второй уголъ былъ бы равенъ третьему углу предыдущаго чертежа.

Начертить нѣсколько отдѣльныхъ паръ смежныхъ угловъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что называется суммой двухъ смежныхъ угловъ? (Намекъ: надо уяснить себѣ, какое направленіе имѣютъ ихъ дуги одинаковой кривизны, и каково направленіе самыхъ угловъ).

Съ помощью натянутой нитки, прикрѣпленной къ столу однимъ концомъ и вращающейся вокругъ точки прикрѣпленія по плоскости стола, уяснить себѣ, что можно понимать подъ суммою двухъ смежныхъ угловъ. | См. чертежъ этого нумера.

Замѣтьте: сумму двухъ смежныхъ угловъ, а равно сумму трехъ или болѣе угловъ, которой дуга равна полуокружности, тоже называютъ угломъ, хотя стороны полученной суммы имѣютъ прямо-противоположныя направленія.

124б. Начертить чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру (стр. 57).

Начертить нѣсколько такихъ угловъ, чтобы сумма ихъ дугъ одинаковой кривизны и одного направленія была больше полуокружности и меньше цѣлой окружности, и стрѣлками отмѣтить направленія слагаемыхъ дугъ и направленіе дуги той суммы, которая получилась отъ сложенія данныхъ угловъ.

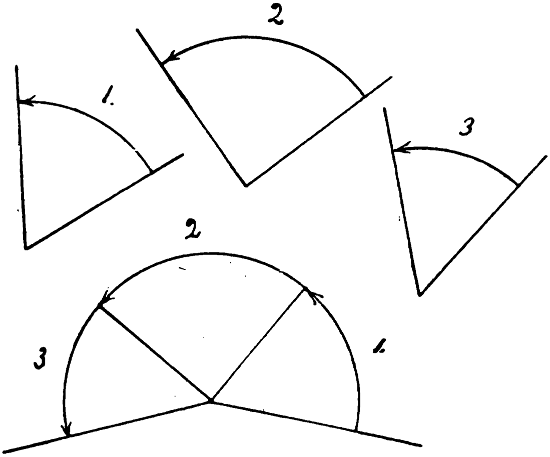
124в. Начертите нѣсколько угловъ и найдите ихъ сумму; если при этомъ окажется, что сумма ихъ дугъ одной кривизны и направленія больше окружности, то сотрите резинкой столько угловъ, сколько это необходимо для того, чтобы сумма остальныхъ дугъ оказалась меньше окружности.

Въ послѣднемъ чертежѣ сумму всѣхъ данныхъ угловъ постарайтесь отъ-руки аккуратно заштриховать карандашомъ, оставивъ не заштрихованнымъ тотъ уголъ, котораго дуга равна разности между всею окружностью и дугою суммы данныхъ угловъ. | См. чертежъ этого нумера.

Начертите уголъ и, отдѣльно отъ него, произведеніе его на 2, произведеніе его на 3, произведеніе его на 4 и т. д., прибавляя углы въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки; остановиться на томъ произведеніи, послѣ котораго получится такое произведеніе, что дуга его окажется равной окружности или больше ея.

Замѣтьте: отъ сложенія угловъ и отъ умноженія угла на цѣлое число можетъ получиться сумма (или произведеніе), дуга которой равна полуокружности или даже больше ея, но меньше окружности; такая сумма нѣсколькихъ угловъ (или произведеніе угла на цѣлое число) тоже называется угломъ.

124г. Изъ точки, взятой на плоскости, въ той же плоскости провести два луча не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ. На сколько частей раздѣлилась плоскость? (На двѣ). Сколько образовалось при этомъ угловъ?



Къ № 124б.

Замѣтьте: если считать, что дуга угла должна быть непремѣнно меньше полукружности, то лучи. выходящіе изъ одной точки не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и не въ одномъ и томъ же направленіи, образуютъ только одинъ уголъ; если же считать, что всякая дуга окружности и, стало-быть, такая, которая больше полуокружности, есть дуга какого-нибудь угла, то упомянутые лучи образуютъ два угла; при этомъ слѣдуетъ имѣть въ виду направленія угловъ. Меньшій изъ угловъ иногда называютъ выпуклымъ, а бо́льшій—вогнутымъ.

124д. Изъ точки, взятой на плоскости, въ этой плоскости проведены два луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ. | Образовались ли при этомъ углы или не образовались?

Замѣтьте: если считать, что у угла не можетъ быть дуги, которая равна полуокружности, то угловъ не образовалось; если же считать, что полуокружность есть дуга нѣкотораго угла, то въ случаѣ, когда два луча на плоскости выходятъ изъ точки, взятой на той же плоскости, и имѣютъ прямо-противоположныя направленія, образовались два угла. Каждый изъ такихъ угловъ иные называютъ выпрямленнымъ или развернутымъ.

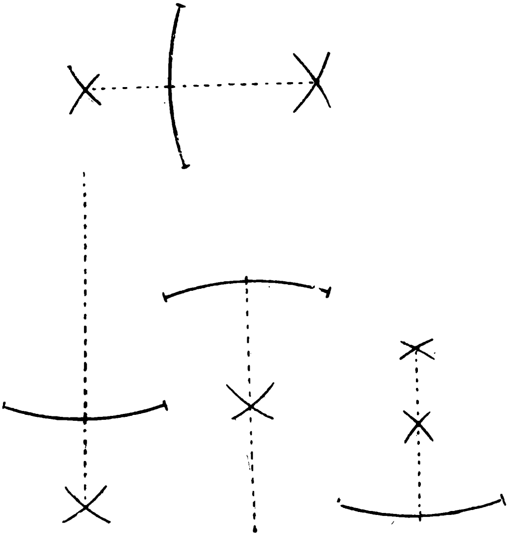
126. Начертить уголъ и умножить его на 3.

128. Раздѣлить данную конечную прямую пополамъ. См. № 107. Раздѣлить данную конечную прямую на 4 одинаковыя части. | Раздѣлить данную конечную прямую на 8 одинаковыхъ частей, и т. д.

128а. Раздѣлить данную дугу окружности на двѣ одинаковыя части. | Начертить на отдѣльномъ листкѣ бумаги дугу окружности и сложить бумажку такъ, чтобы сгибъ прошелъ черезъ центръ дуги и ея средину. | Эта дуга раздѣлена на двѣ одинаковыя части безъ помощи циркуля. | Начертить 4 дуги и раздѣлить каждую изъ нихъ на двѣ одинаковыя части съ помощью засѣчекъ, проведенныхъ карандашомъ циркуля, въ родѣ того, какъ это сдѣлано на чертежѣ, сюда относящемся. Раздѣлить данный уголъ пополамъ.

128б. Начертить такую дугу окружности круга, которая незначительно меньше полуокружности, и ее раздѣлить съ помощью засѣчекъ пополамъ. | Начертить дугу окружности круга, которая больше полуокружности, и ее раздѣлить пополамъ. | Раздѣлить пополамъ такую дугу окружности круга, которая незначительно меньше цѣлой окружности.

128в. Раздѣлить окружность круга пополамъ, когда данъ его центръ, съ помощью одной линейки, а другую окружность, которой центръ не данъ, помощью двухъ засѣчекъ. | Раздѣлить окружность круга

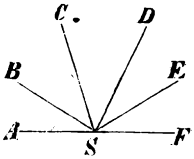


Къ № 128а.

пополамъ, когда его центръ не данъ, съ помощью двухъ засѣчекъ. (Намекъ: изъ какой-нибудь точки окружности произвольнымъ радіусомъ провести внутри круга и внѣ круга по дугѣ, а изъ другой точки окружности тѣмъ же радіусомъ—другую пару дугъ для засѣчекъ).

Раздѣлить пополамъ полуокружность: а) когда данъ ея центръ, и б) когда ея центръ не данъ.

130. Раздѣлить пять данныхъ угловъ, у каждаго изъ которыхъ дуга меньше четверти окружности, пополамъ.



Къ № 130.

132. Начертить нѣсколько концентрическихъ окружностей, раздѣлить ихъ одною и тою же прямой пополамъ и каждую полуокружность снова пополамъ, когда центръ данъ.

Выполнить такой же чертежъ въ предположеніи, что центръ не данъ.

Начертить полуокружность съ ея діаметромъ и раздѣлить ее на 16 одинаковыхъ частей.

134. Начертить на отдѣльномъ листкѣ полукругъ, затѣмъ его полуокружность раздѣлить пополамъ, соединить центръ съ серединой полуокружности прямою линіей и путемъ сложенія листка по этой прямой убѣдиться въ томъ, равны ли между собою углы, которыхъ дуги порознь равны четверти окружности. Смежные ли эти углы или не смежные?

Замѣтьте: если два смежныхъ угла равны между собою, то каждый изъ этихъ угловъ называется прямымъ угломъ.

134а. Начертить два такихъ угла, сумма которыхъ равна одному прямому углу. Начертить нѣсколько такихъ угловъ, сумма которыхъ равна одному прямому углу.

134б. Начертить два неодинаковыхъ смежныхъ угла. | Нуженъ ли для этого циркуль? (Нѣтъ). | Начертить два смежныхъ угла, которые были бы равны между собою. | Нуженъ ли для этого циркуль? | (Нуженъ).

Начертить съ помощью линейки уголъ, который на-глазъ кажется близкимъ къ прямому, и удостовѣриться въ томъ, дѣйствительно ли это прямой уголъ, или это только такъ кажется.

Начертить прямой уголъ съ помощью линейки и циркуля.

Начертить уголъ, который не только на-глазъ, но навѣрняка меньше прямого. (Намекъ: равна ли дуга такого угла, который меньше прямого, четверти окружности или меньше ея?)

Начертить нѣсколько угловъ, изъ которыхъ каждый больше прямого, но чтобы при этомъ дуга каждаго изъ нихъ была меньше полуокружности.

134в. Отыщите буквы въ русской азбукѣ, въ которыхъ главныя линіи (не украшенія!) составляютъ пару смежныхъ прямыхъ угловъ, и букву, въ которой главныя линіи составляютъ прямой уголъ.

Отыщите въ тетради, въ книгѣ, въ комнатѣ такіе углы, относительно которыхъ вы думаете, что это прямые углы. | Когда часы показываютъ „два“, уголъ между стрѣлками меньше прямого угла; въ какіе часы въ теченіе дня стрѣлки часовъ образуютъ прямой уголъ? | Только ли въ 3 часа дня, въ 9 утра, въ утра и въ 9 вечера?

Нарисуйте циферблатъ часовъ и поставьте на немъ точку полудня (или полуночи) и точки, соотвѣтствующія 3 часамъ, 6 часамъ и 9 часамъ. | Остальныхъ точекъ вамъ точно (чертежомъ!) не поставить: этому вы отчасти научитесь впослѣдствіи.

136. Взять точку на плоскости и изъ нея провести четыре прямыхъ, которыя бы образовали два прямыхъ вертикальныхъ угла.

Начертить прямой уголъ и продолжить одну его сторону въ прямо-противоположномъ направленіи. Начертить прямой уголъ и продолжить обѣ его стороны въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ.

Начертить окружность круга и четыре прямыхъ центральныхъ угла, послѣдовательно прилежащихъ одинъ къ другому; затѣмъ раздѣлить каждый изъ этихъ прямыхъ угловъ пополамъ; отмѣтить точки Сѣвера, Юга, Запада и Востока, Сѣверо-Запада, Сѣверо-Востока, Юго-Запада и Юго-Востока; поставить букву *С* сверху для обозначенія точки Сѣвера и соотвѣтствующія буквы въ остальныхъ точкахъ.

139. Начертите чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру; обратите вниманіе на то, что лучъ, образующій прямые углы съ остальными двумя лучами, ни къ одному изъ нихъ не наклоненъ, и сосчитайте, сколько прямыхъ угловъ вы начертили. См. стр. 63.

Замѣтьте: если одна прямая линія съ другою прямою образуетъ прямой уголъ, то говорятъ, что первая прямая перпендикулярна ко второй, что вторая перпендикулярна къ первой, или что онѣ взаимно-перпендикулярны. Такъ, если всѣ углы чертежа съ буквами, относящагося къ этому нумеру, прямые, то можно сказать, что прямыя линіи *MN* и *AB* взаимно перпендикулярны или что *MA* и *AB* взаимно-перпендикулярны, и т. п. Говорятъ также, что прямая *MA*—перпендикуляръ къ *AB*, что прямая *AB*—перпендикуляръ къ *AM* или къ *MN*, и т. д.

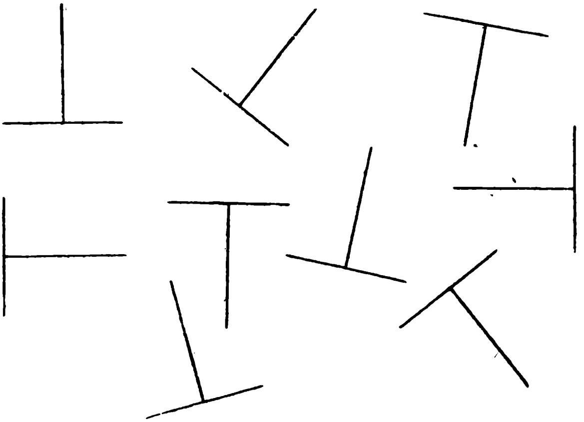
139а. Начертить пунктиромъ полъ-окружности, одинъ радіусъ ея діаметра провести сплошной линіей, а другой—пунктиромъ, возставить въ той же плоскости перпендикуляръ сплошной линіей къ діаметру изъ центра полуокружности, а затѣмъ продолжить стороны прямого угла со сплошными сторонами въ противоположныхъ направленіяхъ. | Сколько получилось прямыхъ угловъ при центрѣ полуокружности?

Замѣтьте: если изъ точки на прямой, лежащей въ плоскости, требуется провести перпендикуляръ къ этой прямой въ той же плоскости, то иногда говорятъ: „возставить перпендикуляръ изъ точки, взятой на прямой“; но при этомъ не надо думать, что этотъ перпендикуляръ долженъ непремѣнно итти вверхъ. Такъ, если перпендикуляръ *AB* проведенъ изъ точки *A* на прямой *MN*, то и въ этомъ случаѣ говорятъ, что онъ возставленъ (или возстановленъ) изъ точки *A* къ прямой *MN*.

139б. Провести нѣсколько прямыхъ линій въ различныхъ направленіяхъ, взять на каждой изъ нихъ по точкѣ и изъ этихъ точекъ къ каждой изъ нихъ возстановить по одному перпендикуляру.

Начертить горизонтальную прямую, взять на ней точку и изъ нея возставить два перпендикуляра. | Какія направленія у этихъ перпендикуляровъ: прямо-противоположныя другъ другу или нѣтъ?

Взять прямую въ плоскости чертежа, а на ней нѣсколько точекъ, перенумеровать эти точки и возставить изъ 1-й точки перпендикуляръ въ одномъ направленіи, изъ 2-й—въ прямо-противоположномъ, изъ

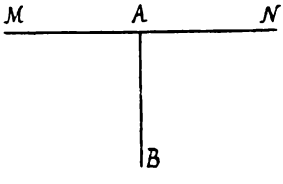


Къ №№ 139 и 139б.

3-ей—въ прямо-противоположномъ направленію второго перпендикуляра, и т. д.

139в. Начертить уголъ, который меньше прямого угла, взять на сторонахъ его по точкѣ и изъ этихъ точекъ возставить такіе перпендикуляры къ той сторонѣ, на которой взята точка, чтобы эти перпендикуляры лежали внутри угла.

Сдѣлать подобный предыдущему чертежъ, но съ той разницей, чтобы перпендикуляры лежали внѣ угла. | Сдѣлать еще одинъ чертежъ того же рода, но съ той разницей, чтобы одинъ перпендикуляръ находился внутри, а другой—внѣ начерченнаго угла.



Къ №№ 139 и 139а.

Сдѣлать чертежи въ родѣ предшествующихъ, но съ той разницей, чтобы начерченный сначала уголъ былъ угломъ прямымъ. | Сдѣлать еще чертежъ того же рода, но съ тѣмъ, чтобы начерченный сначала уголъ былъ больше прямого угла.

Выписать всѣ тѣ русскія буквы, въ которыхъ нѣкоторыя основныя линіи („элементы“) составляютъ прямые углы:

А Б В Г Д Е Ж З И І К Л М Н О П Р С Т

У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Ѣ Э Ю Я Ѳ Ѵ Й.

141. Начертить два отдѣльныхъ прямыхъ угла и ихъ сумму, наподобіе того, какъ это сдѣлано на чертежѣ этого нумера (стр. 65).

Начертить два смежныхъ не прямыхъ угла и сравнить сумму этихъ двухъ угловъ съ суммою двухъ смежныхъ прямыхъ угловъ. | Чѣмъ отличается сумма двухъ смежныхъ не прямыхъ угловъ отъ суммы двухъ прямыхъ угловъ? (Только своими слагаемыми).

Начертить нѣсколько острыхъ угловъ и нѣсколько тупыхъ угловъ.

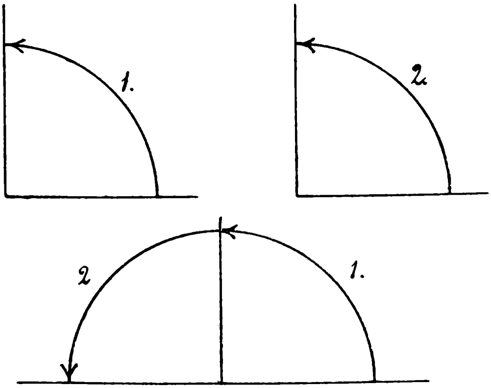
Изъ точки, взятой на плоскости, проведите четыре луча и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, сколько при этомъ образовалось угловъ? | Чтобы это сдѣлать поаккуратнѣе и не пропустить какого-нибудь угла, перенумеруйте углы, начиная съ какого-нибудь одного и, идя въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки, римскими цифрами I, II, III и IV, составьте суммы угловъ:

I + II	I + II + III
II + III	II + III + IV
III + IV	III + IV + I
IV + I	IV + I + II

Начертить эти суммы отдѣльно и заштриховать каждую изъ нихъ.

Выполните такой же чертежъ, но съ той разницей, чтобы одинъ изъ угловъ, не раздѣленныхъ лучомъ на части, былъ прямымъ.

Выполните такой же чертежъ, но чтобы два угла, не раздѣленные на части, были прямыми.



Къ № 141.

Ту же задачу разрѣшите для случая, когда всѣ три угла, не раздѣленные на части, прямые. | Какимъ угломъ будетъ четвертый?

141а. Поставьте книжку въ переплетѣ на столъ, какъ это показано на рисункѣ этого нумера, и тогда корешокъ книжки будетъ перпендикуляренъ къ плоскости стола. | Поставьте карандашъ перпендикулярно къ плоскости стола и положите на столъ два карандаша, какъ на рисункѣ. | Свяжите три карандаша ниткою такъ, чтобы одинъ изъ нихъ занималъ положеніе, перпендикулярное къ каждому изъ остальныхъ.

141б. Возьмите четвертушку бумаги, одинъ край ея оставьте нетронутымъ, а остальные края оборвите не прямо, согните полученное пополамъ такъ, чтобы сгибъ былъ перпендикуляренъ къ прямому краю, разверните этотъ кусокъ бумаги, но не совсѣмъ, и поставьте этотъ кусокъ бумаги на столъ. | Тогда сгибъ бумажки будетъ перпендикуляренъ къ прямымъ краямъ, лежащимъ на столѣ, а также—къ плоскости стола.

Сдѣлайте тотъ же опытъ и, сверхъ того, положите на столъ вязальную спицу или булавку такъ, чтобы одинъ конецъ ея лежалъ у самаго подножія сгиба. | Представьте себѣ, что черезъ сгибъ и эту спицу проведена плоскость, и тогда вы поймете, что сгибъ перпендикуляренъ также къ спицѣ.

Вколотите въ столъ булавку перпендикулярно къ его поверхности и положите у подножія булавки рядъ другихъ головками врозь и остреями къ вколоченной булавкѣ. | Обратите вниманіе на то, что вколоченная булавка перпендикулярна къ каждой изъ остальныхъ.

Замѣтьте: прямая линія можетъ быть перпендикулярна не только къ другой прямой линіи, но и къ плоскости и къ безчисленному ряду лучей, лежащихъ въ этой плоскости и исходящихъ изъ точки пересѣченія прямой съ этой плоскостью.

141в. Повторите опытъ послѣдней задачи предыдущаго нумера и обратите вниманіе на то, что къ данной прямой можно провести безчисленное множество перпендикуляровъ, если эти перпендикуляры проводить въ плоскости, къ которой прямая перпендикулярна.

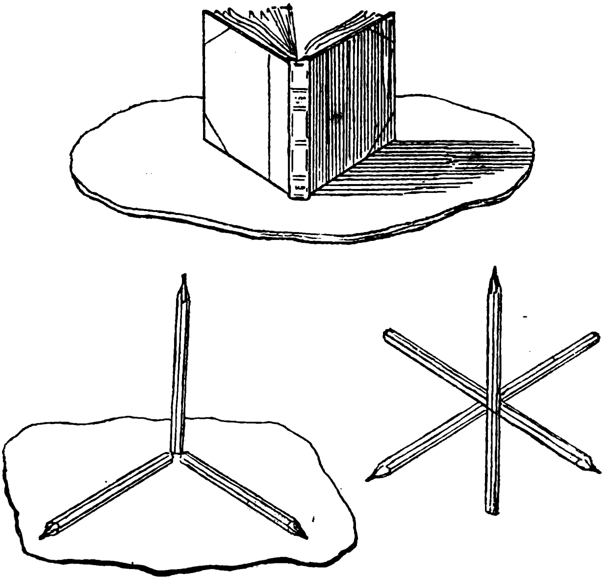
Замѣтьте: если данная прямая перпендикулярна къ данной плоскости, то говорятъ также, что эта плоскость, въ свою очередь, перпендикулярна къ этой прямой, или что онѣ взаимно-перпендикулярны.

141г. Приведите и запишите примѣры предметовъ, стоящихъ перпендикулярно къ поверхности пола или къ поверхности земли, и запишите у себя въ тетради, что къ поверхности пола въ комнатѣ стоятъ перпендикулярно такіе-то предметы, а къ поверхности земли — такіе-то.

145. Начертить прямую, продолжить ее пунктиромъ, изъ конца сплошной прямой возставить перпендикуляръ къ этой прямой съ помощью циркуля и линейки.

Начертить прямую и изъ конца ея возставить перпендикуляръ къ этой прямой. (Намекъ: надо прямую продолжить).

Начертить прямую и изъ начала ея возставить перпендикуляръ къ этой прямой. (Намекъ: надо прямую продолжить въ прямо - противоположномъ направленіи).



Къ № 141a.

146. Начертить прямую, изъ точки, взятой на этой прямой, возставить къ ней перпендикуляръ; на этомъ перпендикулярѣ взять точку, принять ее за центръ, а отрѣзокъ между этой точкой и точкой на данной прямой—за радіусъ, и этимъ радіусомъ описать окружность. | Сколько общихъ точекъ у этой окружности и у данной прямой?

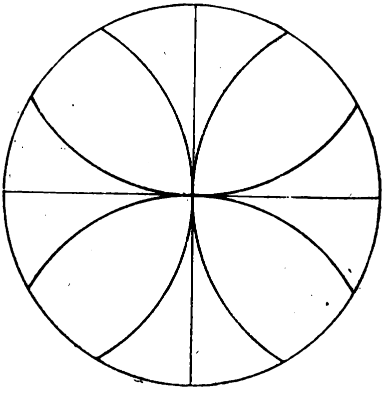
Начертить окружность, провести одинъ изъ ея радіусовъ, изъ конца этого радіуса возставить перпендикуляръ къ этому радіусу и продолжить этотъ перпендикуляръ въ прямо-противоположномъ направленіи. | Сколько общихъ точекъ у окружности и этой прямой, перпендикулярной къ радіусу?

147. Начертить окружность круга, провести одинъ изъ его радіусовъ, взять какую-нибудь точку между концомъ радіуса и центромъ круга, черезъ эту точку провести перпендикулярную прямую до пересѣченія ея съ окружностью круга.

Замѣтьте: у безконечной прямой и окружности, лежащихъ въ одной и той же плоскости, могутъ быть либо двѣ общія точки, либо только одна; если у безконечной прямой и окружности нѣтъ ни одной общей точки, то говорятъ, что прямая лежитъ внѣ круга или что кругъ лежитъ внѣ прямой; если у нихъ только одна общая точка, то говорятъ, что эта безконечная прямая — касательная къ кругу или къ окружности круга; въ этомъ случаѣ говорятъ также, что эта окружность касается прямой; если, наконецъ, у прямой и окружности круга двѣ общія точки, то говорятъ, что эта прямая—сѣкущая.

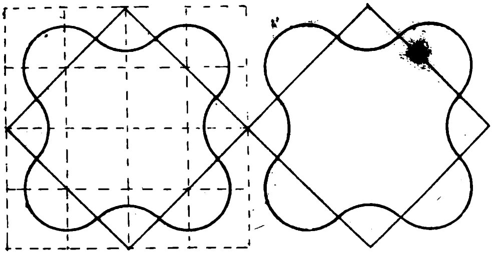
148. Начертить окружность круга, взять на ней точку и черезъ эту точку провести касательную къ окружности. | Почему касательною называется только та безконечная прямая, которая имѣетъ съ окружностью круга одну общую точку? (Намекъ: начертите окружность круга, возьмите внутри круга и внѣ его по одной точкѣ, соедините эти двѣ точки прямою и подумайте, можно ли называть эту прямую касательною къ окружности).

148a. Разобраться въ томъ, какъ выполненъ чертежъ этого нумера, и выполнить въ томъ же родѣ.



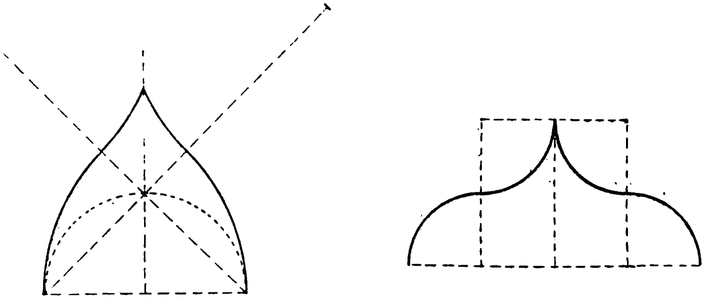
Къ № 148а.

148б. Выполнить чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру; можно взять линованую бумагу.

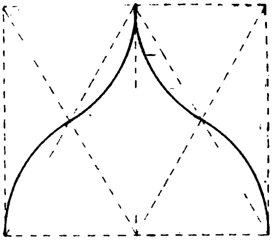


Къ № 148б.

148в. Разобраться въ томъ, какъ начерчены „купола“, относящіеся къ этому чертежу, и начертить нѣсколько въ томъ же родѣ.

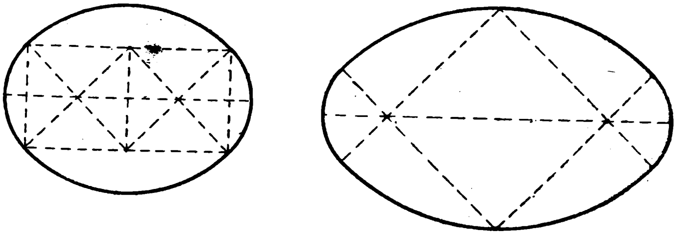


Къ № 148в.

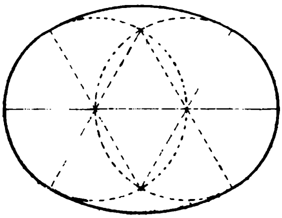


Къ № 148в.

148г. Составить изъ дугъ окружностей круговъ нѣсколько „оваловъ“ въ родѣ слѣдующихъ:

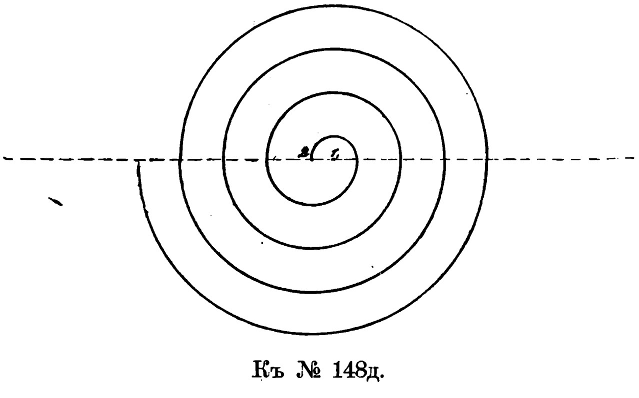


Къ № 148г.

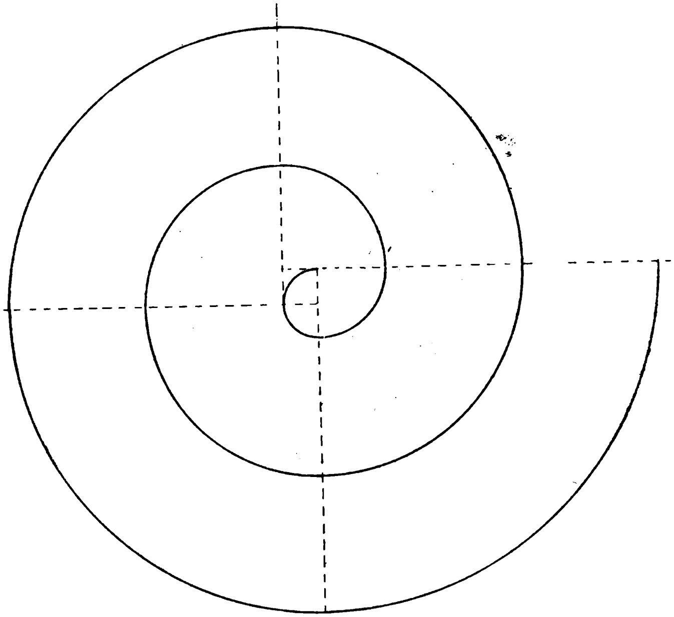


Къ № 148г.

148д. Начертить „спирали“ („улитки“) въ родѣ относящихся къ этому нумеру.

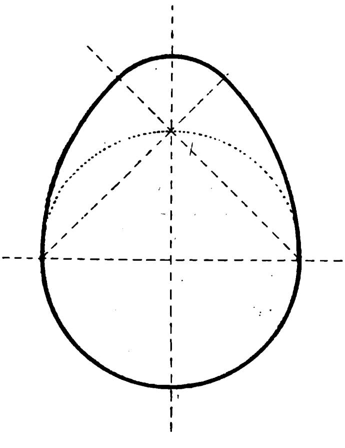


Къ № 148д.



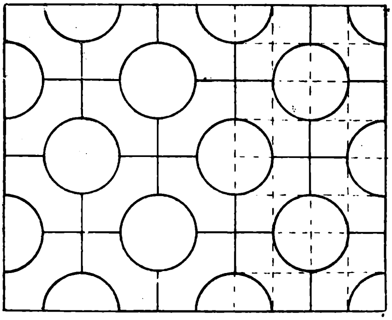
Къ № 148д.

148е. Начертить овалъ яйцевидной формы по образцу чертежа, относящагося къ этому нумеру.



Къ № 148е.

148ж. Начертить „паркетъ“ въ родѣ относящагося къ этому нумеру (можно пользоваться клѣтчатой бумагой).



Къ № 148ж.

150. Начертить окружность, взять на ней двѣ точки и соединить ихъ прямою. | Такая прямая называется хордою круга, или хордою окружности, или хордою дуги этой окружности, или же просто хордою. | Если говорятъ о хордѣ дуги окружности круга, то при этомъ имѣютъ въ виду меньшую дугу. | Провести хорду черезъ центръ круга. | Какъ называется такая хорда?

Начертить кругъ и нѣсколько его хордъ, въ томъ числѣ одинъ діаметръ. | Какая изъ хордъ наибольшая, если и діаметръ считать хордою? | Почему радіусъ круга иногда называютъ полупоперечникомъ?

Начертить кругъ и одну его хорду. | Слово „хорда“ по-латыни означаетъ струну: при этомъ дуга окружности круга представляетъ собою какъ бы лукъ, а хорда ея—тетиву лука. (Вотъ почему о хордѣ иногда говорятъ, что она „стягиваетъ“ дугу, а о дугѣ—что она „стягивается“ хордою).

150а. Начертить окружность круга и двѣ хорды одинаковой длины съ помощью: а) центиметренной линейки и б) съ помощью циркуля и линейки. | Равны ли между собой стягиваемыя этими хордами дуги?

Начертить окружность круга и такую хорду, которая равна его радіусу. | Начертить окружность круга и такую хорду, которая равна полутора радіусамъ.

152. Начертить окружность круга и какую-нибудь хорду ея, раздѣлить хорду пополамъ, соединить прямою линіей центръ круга съ серединой хорды и продолжить эту прямую до пересѣченія съ окружностью. | Какъ раздѣлилась при этомъ дуга? | Какіе углы образовались у точки пересѣченія хорды съ проведеннымъ радіусомъ?

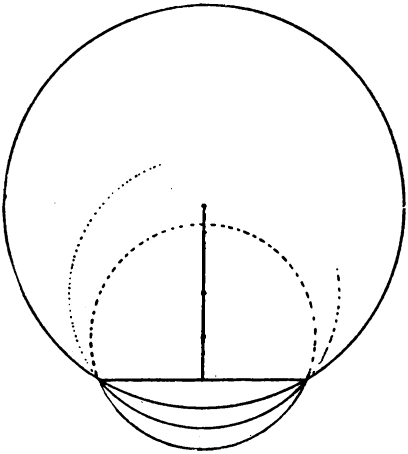
Начертить окружность круга, провести одинъ радіусъ ея, взять на радіусѣ точку между центромъ круга и концомъ радіуса, возставить перпендикуляръ изъ этой точки до пересѣченія съ окружностью круга и продолжить этотъ перпендикуляръ до вторичнаго пересѣченія съ окружностью. | Изъ какихъ частей состоитъ хорда, перпендикулярная къ радіусу? | Какіе углы образовались при точкѣ, взятой на радіусѣ?

Начертить окружность, взять въ ней хорду, раздѣлить хорду пополамъ, соединить центръ круга и середину хорды прямою и продолжить прямую до пересѣченія съ окружностью въ обоихъ направленіяхъ. | На какія дуги раздѣлилась эта окружность? Чтобы себѣ это лучше уяснить, сдѣлайте этотъ чертежъ также на отдѣльномъ листкѣ бумаги и согните по діаметру этотъ листокъ до совмѣщенія одной части листка съ другою.

154. Начертить окружность круга и взять въ немъ хорду, которая меньше діаметра, раздѣлить хорду пополамъ и изъ середины возставить перпендикуляръ. | Лежитъ ли центръ круга на этомъ перпендикулярѣ? (Долженъ лежать).

155. Взять конечную прямую, раздѣлить ее пополамъ, изъ этой середины возставить перпендикуляръ, продолжить его по обѣ стороны конечной прямой, на перпендикулярѣ взять рядъ точекъ и разобраться въ томъ, находится ли каждая точка на одинаковомъ разстояніи отъ концовъ данной конечной прямой, или не находится на одинаковомъ разстояніи отъ концовъ.

155а. Взять двѣ точки на плоскости и провести черезъ нихъ окружность. | Сколько можно провести различныхъ окружностей черезъ двѣ точки на плоскости? | Провести нѣсколько окружностей черезъ данныя двѣ точки. | Чѣмъ онѣ отличаются одна отъ другой? (Своими радіусами, положеніемъ своихъ центровъ, наконецъ, своею кривизною). | Что у нихъ общаго? (У нихъ двѣ общія точки и общая хорда).



Къ № 155а.

157. Даны окружность, центръ которой неизвѣстенъ, и хорда ея; изъ середины хорды возставить къ ней перпендикуляръ. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, лежитъ ли центръ круга на этомъ перпендикулярѣ или же центръ лежитъ внѣ этого перпендикуляра?

Начертить окружность, взять на ней точку, изъ этой точки провести двѣ хорды, эти хорды раздѣлить пополамъ, и изъ средины каждой хорды возставить къ хордѣ перпендикуляръ внутрь угла между ними.

Выполнить тотъ же чертежъ, но съ той разницей, чтобы перпендикуляры были проведены внѣ угла между ними, и еще одинъ чертежъ того же рода, но съ той разницей, чтобы одинъ перпендикуляръ былъ проведенъ внѣ угла между хордами, а другой—внутри этого угла.

157а. Начертить окружность, изъ точки ея провести такія двѣ хорды, чтобы центръ круга находился внутри угла, образованнаго хордами, и возставить по перпендикуляру къ каждой хордѣ изъ ихъ серединъ внутрь угла. | Долженъ ли центръ круга лежать на каждомъ изъ этихъ двухъ перпендикуляровъ?

Выполнить чертежъ предыдущей задачи, но съ той разницей, чтобы центръ круга лежалъ внѣ угла, образованнаго хордами, и возставить изъ середины каждой хорды по такому перпендикуляру, чтобы оба перпендикуляра пересѣклись. | Долженъ ли центръ круга совпасть съ этой точкой пересѣченія?

157б. Положить на бумагу нѣсколько разныхъ монетъ, хорошо очиненнымъ карандашомъ по окружности каждой монеты провести окружность круга; провести изъ точки, взятой на каждой изъ окружностей по двѣ хорды, раздѣлить эти хорды пополамъ и изъ ихъ серединъ возставить перпендикуляры. | Лежитъ ли центръ каждаго изъ круговъ на перпендикулярахъ, такимъ образомъ проведенныхъ въ каждомъ изъ круговъ?

Замѣтьте: если дана окружность круга и какая угодно ея хорда, за исключеніемъ діаметра, и если изъ середины хорды возставить перпендикуляръ по направленію къ центру круга, то перпендикуляръ этотъ непремѣнно долженъ пройти черезъ центръ этого круга; если же центръ круга на чертежѣ оказался внѣ этого перпендикуляра, то это значитъ, что чертежъ выполненъ неправильно.

159. Черезъ двѣ точки, взятыя на плоскости, провести окружность въ той же плоскости тѣмъ способомъ, который приведенъ въ № 155а.

Ту же задачу разрѣшить слѣдующимъ образомъ: принять каждую точку за центръ, а любую прямую, которая больше половины данной прямой, соединяющей обѣ точки, за радіусъ и этими радіусами начертить двѣ дуги для засѣчки; затѣмъ принять точку пересѣченія этихъ двухъ дугъ за центръ, а одну изъ данныхъ двухъ точекъ—за точку нѣкоторой окружности, и начертить эту окружность. | Такимъ же способомъ начертить еще нѣсколько окружностей черезъ тѣ же двѣ точки.

Замѣтьте: прямую линію черезъ двѣ точки можно провести только одну, а окружностей черезъ тѣ же двѣ точки можно провести сколько угодно.

159а. Взять три отдѣльныя точки, лежащія на одной прямой, и черезъ нихъ провести прямую линію. | Возможно ли черезъ нихъ провести окружность круга?

159б. Взять въ плоскости чертежа три точки, не лежащія на одной прямой, и провести черезъ нихъ всѣ прямыя линіи, какія возможно черезъ нихъ провести. | Сколько такихъ прямыхъ?

159в. Взять три точки, не лежащія на одной прямой, перенумеровать ихъ цифрами: 1, 2 и 3. Соединить точку 1 съ точками 2 и 3 и представить себѣ, что эти двѣ конечныя прямыя представляютъ собою хорды нѣкоторой, еще не начерченной, окружности. | Гдѣ долженъ лежать центръ этой окружности? | Онъ долженъ лежать на перпендикулярѣ, возставленномъ изъ середины хорды 1—2, а также на перпендикулярѣ, возставленномъ изъ середины хорды 1—3. | Провести эти перпендикуляры, найти ихъ точку пересѣченія, принять эту точку за центръ окружности, а точку 1—за точку этой окружности. | Если чертежъ сдѣланъ вѣрно, то эта окружность должна пройти также черезъ точки 2 и 3.

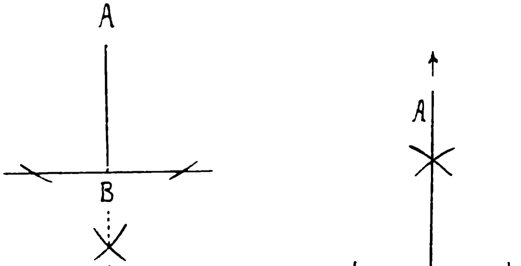
159г. Взять въ плоскости чертежа три точки, не лежащія на одной прямой, и черезъ нихъ провести окружность.

Такихъ чертежей построить нѣсколько, при чемъ брать точки по возможности такъ, чтобы центръ окружности получался въ предѣлахъ чертежа.

Взять двѣ точки и неподалеку отъ воображаемой прямой, — которую можно черезъ нихъ провести, — третью точку, лежащую внѣ этой прямой, и черезъ эти три точки провести окружность. | При этомъ можетъ случиться, что хотя такая окружность возможна, но начертить ее невозможно, потому что центръ ея лежитъ за предѣлами чертежа. | Сдѣлать относящіяся сюда построенія для нѣсколькихъ такихъ случаевъ.

Замѣтьте: если даны три точки, лежащія на одной прямой, то черезъ нихъ можно провести только одну прямую, и невозможно провести ни одной окружности; если же даны три точки, не лежащія на одной прямой, то черезъ первую и вторую можно провести одну прямую линію, черезъ первую и третью—еще одну прямую, и черезъ вторую и третью точки—третью прямую; окружностей черезъ каждую пару точекъ можно провести сколько угодно; но существуетъ нѣкоторая окружность, притомъ только одна такая окружность, которую можно провести такъ, чтобы она прошла черезъ всѣ эти три точки.

161. Начертить прямую и взять въ той же плоскости чертежа одну точку внѣ этой прямой и внѣ ея продолженій; принять эту точку за центръ, а какую-нибудь точку на прямой—за конецъ радіуса и этимъ радіусомъ описать окружность круга. | Въ сколькихъ точкахъ окружность этого круга можетъ пересѣчь данную прямую?



Къ № 161.

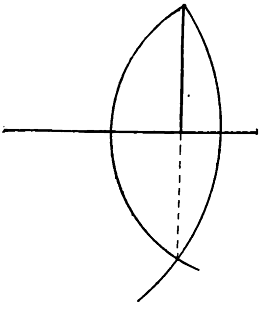
Сдѣлать еще одинъ такой чертежъ и раздѣлить пополамъ конечную прямую, заключенную между точками пересѣченія окружности съ прямою.

Сдѣлать еще одинъ чертежъ того же рода и центръ окружности соединить съ серединою конечной прямой, заключенной между точками пересѣченія данной прямой съ окружностью.

Послѣдній чертежъ сдѣлать на отдѣльномъ листкѣ и согнуть бумажку такъ, чтобы сгибъ совпалъ съ прямою, соединяющею данную точку съ серединою данной прямой. | Примите середину данной прямой за вершину, а выходящіе изъ нея лучи — за стороны двухъ смежныхъ угловъ, и обратите вниманіе на то, прямые ли эти углы или не прямые.

Изъ данной точки, взятой на плоскости, провести перпендикуляръ къ прямой, находящейся въ той же плоскости.

Замѣтьте: какъ бы ни лежали прямая и точка внѣ ея, говорятъ, что перпендикуляръ опущенъ на прямую, если перпендикуляръ этотъ проведенъ изъ точки къ прямой. | Сравните чертежъ № 139а: если перпендикуляръ на этомъ чертежѣ проведенъ изъ точки *B* къ прямой *MN*, то говорятъ, что онъ опущенъ на прямую *MN*.



Къ № 161а.

161а. Разберитесь въ чертежѣ этого нумера, выполните у себя въ тетради чертежъ въ томъ же родѣ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ: перпендикулярна ли общая хорда начерченныхъ окружностей къ данной прямой или не перпендикулярна. | Если общая хорда двухъ окружностей перпендикулярна къ прямой, соединяющей ихъ центры, то, принимая это во вниманіе и пользуясь этимъ свойствомъ ея, опустите изъ нѣсколькихъ точекъ, взятыхъ внѣ прямой и въ одной съ нею плоскости, перпендикуляры къ этой прямой.

163. Взять на чертежѣ нѣсколько прямыхъ, имѣющихъ разныя направленія, и точку, лежащую внѣ ихъ и внѣ продолженій каждой изъ нихъ, и опустить изъ этой точки по перпендикуляру на всѣ эти прямыя.

163a. Взять въ плоскости чертежа прямую и нѣсколько точекъ по обѣ стороны этой прямой и изъ этихъ точекъ опустить перпендикуляры къ этой прямой.

Замѣтьте: 1) если говорятъ о перпендикулярѣ, опущенномъ изъ точки на данную прямую, то при этомъ имѣютъ въ виду только тотъ отрѣзокъ перпендикуляра, который заключенъ между данной точкой и точкой пересѣченія перпендикуляра съ данной прямой; 2) если говорятъ о перпендикулярѣ, возставленномъ изъ точки прямой къ этой прямой, то при этомъ имѣютъ въ виду безконечный „лучъ“, перпендикулярный къ данной прямой, начало котораго въ данной точкѣ этой прямой, по ту или другую сторону прямой; 3) если же имѣютъ въ виду безконечную прямую, проведенную черезъ данную точку прямой перпендикулярно къ послѣдней и по обѣ стороны ея, то говорятъ о перпендикулярной къ ней прямой или о перпендикулярной къ ней линіи.

164. Взять прямую и точку внѣ ея и опустить перпендикуляръ (пунктиромъ) изъ этой точки на эту прямую. | Точка пересѣченія перпендикуляра съ прямой называется основаніемъ (или подножіемъ, или подошвой) перпендикуляра, а также проекціей данной точки на данную прямую.

Взять въ плоскости чертежа прямую и внѣ этой прямой нѣсколько точекъ и, не вычерчивая перпендикуляровъ, на данной прямой намѣтить проекціи этихъ точекъ на эту прямую.

164a. Начертить прямую линію *MN*, отрѣзокъ нѣкоторой прямой внѣ ея, опустить изъ концовъ отрѣзка перпендикуляры на данную прямую и обозначить начало и конецъ отрѣзка буквами *A* и *B* (заглавными), а проекціи этихъ точекъ на данную прямую—соотвѣтственно буквами *a* и *b* (строчными). | Отрѣзокъ *ab* въ такомъ случаѣ называютъ проекціей отрѣзка *AB* на данную прямую *MN*.

Выполнить нѣсколько чертежей того же рода.

Начертить прямую *MN* и внѣ ея отрѣзокъ *AB* нѣкоторой прямой, взять на этомъ отрѣзкѣ *AB* нѣсколько точекъ и, съ помощью линейки и циркуля, найти проекціи всѣхъ взятыхъ вами на отрѣзкѣ *AB* точекъ, а также конечныхъ точекъ того же отрѣзка, на прямую *MN*. | Содержитъ ли проекція отрѣзка на прямую всѣ тѣ точки, которыя представляютъ собою проекціи точекъ отрѣзка на ту же прямую?

164б. Начертить горизонтальную прямую и внѣ ея, но надъ нею, нѣкоторый кругъ; изъ центра этого круга проведите по направленію къ прямой радіусъ перпендикулярно къ прямой; изъ того же центра проведите другой радіусъ вправо и перпендикулярно къ первому радіусу; внутри прямого угла, построеннаго такимъ образомъ внутри круга, проведите нѣсколько радіусовъ, подвигаясь по дугѣ прямого угла въ направленіи движенія часовой стрѣлки; наконецъ, изъ концовъ всѣхъ проведенныхъ радіусовъ, начиная съ горизонтальнаго, опустите пунктирные перпендикуляры на данную прямую; отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какъ идутъ проекціи этихъ радіусовъ: убывая или возрастая, и какъ велика длина проекціи вертикальнаго (отвѣснаго) радіуса?

Замѣтьте: проекція отрѣзка, перпендикулярнаго къ данной прямой, на эту прямую представляетъ собою точку, и поэтому говорятъ, что длина этой проекціи равна нулю; если точка лежитъ на данной прямой, то считаютъ, что проекція этой точки на ту же прямую совпадаетъ съ самой точкой, и что длина перпендикуляра, опущеннаго на эту прямую изъ точки этой послѣдней прямой, равна нулю; если отрѣзокъ прямо лежитъ на данной прямой, то говорятъ, что проекція этого отрѣзка на ту же прямую совпадаетъ (совмѣщается, сливается) съ тѣмъ же отрѣзкомъ; если одинъ изъ концовъ отрѣзка совпадаетъ съ какой-нибудь точкой на данной прямой, а другой конецъ его лежитъ внѣ прямой, то проекціей этого отрѣзка на данную прямую считаютъ и называютъ тотъ отрѣзокъ прямой который заключенъ между проекціями концовъ этого отрѣзка на данную прямую.

164в. Взять прямую и точку внѣ ея; изъ этой точки на прямую опустить перпендикуляръ, и ту же точку соединить съ какою-нибудь точкою прямой третьею прямою линіей. | Удостовѣриться съ помощью масштаба въ томъ, что перпендикуляръ короче наклонной, и записать вблизи перпендикуляра и вблизи наклонной ихъ приблизительныя величины. | Съ помощью циркуля найти разность между наклонной и перпендикуляромъ.

Начертить прямую, опустить перпендикуляръ изъ точки, взятой внѣ этой прямой, на ту же прямую, наконецъ, провести наклонную къ той же прямой изъ той же точки и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какой отрѣзокъ данной прямой представляетъ собою проекцію этой наклонной на первую прямую.

Съ помощью масштаба измѣрить въ предыдущемъ чертежѣ наклонную и ея проекцію на прямую и надписать въ соотвѣтственныхъ мѣстахъ ихъ приблизительныя величины, а съ помощью линейки и циркуля начертить разность между наклонною и ея проекціей на данную прямую.

164г. Начертите нѣкоторую прямую и представьте себѣ, что въ плоскости чертежа нѣкоторая точка (острее очиненнаго карандаша) движется въ какомъ-нибудь одномъ, не перпендикулярномъ къ данной прямой, направленіи и что для каждаго положенія этой движущейся точки найдена ея проекція на данную прямую. Тогда рядъ этихъ проекцій можно разсматривать, какъ положенія нѣкоторой движущейся точки, и можно сказать, что проекція движущейся точки на данную прямую движется въ извѣстномъ направленіи. Проекція точки въ этомъ случаѣ подобна тѣни, которую отбрасываетъ какой-нибудь движущійся предметъ и которая движется вмѣстѣ съ этимъ предметомъ.

Начертите прямую *MN*, внѣ ея наклонный къ ней отрѣзокъ *AB* и на данной прямой проекцію *ab* отрѣзка *AB* и представьте себѣ, что отрѣзокъ *AB* есть слѣдъ нѣкоторой точки, двигавшейся по направленію отъ точки *A* къ точкѣ *B;* тогда проекцію *ab* прямой *AB* на прямую *MN* вы можете разсматривать, какъ слѣдъ нѣкоторой точки, двигавшейся по прямой *ab* и послѣдовательно занимавшей на этой прямой мѣста проекцій точки, двигавшейся по отрѣзку *AB*.

Замѣтьте: если почему-либо надо принимать во вниманіе направленіе даннаго отрѣзка прямой, то можно различать и направленіе ея проекціи на данную прямую; такъ, если отрѣзокъ *AB* имѣетъ направленіе отъ точки *A* къ точкѣ *B*, и если точка *a* есть проекція точки *A* на данную прямую, а точка *b*—проекція точки *B* на ту же прямую, то можно считать, что проекція *ab* отрѣзка *AB* имѣетъ направленіе отъ точки *a* къ точкѣ *b*; обратно: если мы беремъ отрѣзокъ *BA* по направленію отъ точки *B* къ точкѣ *A*, то и проекцію *ba* этого отрѣзка на данную прямую можно брать по направленію отъ точки *b* къ точкѣ *a*.

164д. Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на эту прямую перпендикуляръ, провести нѣсколько наклонныхъ до ихъ пересѣченія съ данной прямой и отдать себѣ отчетъ въ томъ, существуетъ ли такая наклонная, которая равна перпендикуляру или меньше его.

Замѣтьте: если дана прямая и внѣ ея точка, то изъ всѣхъ точекъ этой прямой къ этой точкѣ ближе всѣхъ та, которая совпадаетъ съ основаніемъ перпендикуляра, опущеннаго изъ данной точки на данную прямую; когда говорятъ о разстояніи между точкой и прямой, то подъ разстояніемъ точки отъ прямой понимаютъ длину перпендикуляра, опущеннаго изъ точки на эту прямую.

164е. Взять въ плоскости чертежа прямую и точку внѣ ея, измѣрить разстояніе между этой точкою и этой прямою и записать вблизи перпендикуляра длину этого разстоянія.

Начертить прямую линію; изъ точки, взятой внѣ ея, опустить на нее перпендикуляръ; провести двѣ одинаковыя наклонныя и отдать себѣ отчетъ въ томъ, равны ли между собою проекціи этихъ двухъ наклонныхъ на данную прямую.

Начертить прямую, изъ точки, взятой внѣ ея, опустить перпендикуляръ и двѣ не одинаковыя наклонныя и измѣрить ихъ проекціи на данную прямую.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ данной прямой, проведены двѣ прямыя, къ ней наклонныя, и если эти двѣ наклонныя равны между собою, то и ихъ проекціи на эту прямую тоже равны между собою; если изъ точки, взятой внѣ прямой, проведены двѣ наклонныя, и если ихъ проекціи на данную прямую равны между собою, то и эти наклонныя равны между собою.

164ж. Запишите, что вы можете сказать о двухъ наклонныхъ, которыя не равны между собою и проведены изъ одной и той же точки, взятой внѣ данной прямой; чтобы чего-нибудь не пропустить, потрудитесь прочесть замѣчаніе, которое предшествуетъ этому нумеру, и потомъ запишите.

166. Взять отдѣльный листокъ бумаги, на немъ поставить небольшую точку чернилами; не давъ чернил амъ высохнуть, сложить бумажку пополамъ, точкою внутрь; сдѣлать такъ, чтобы точка отпечаталась (дала „оттискъ“) на чистой части сложенной бумажки; затѣмъ разверните бумажку, дайте обѣимъ точкамъ высохнуть, соедините намѣченную вами точку съ ея отпечаткомъ прямою съ помощью линейки и карандаша; снова сложите бумажку попрежнему и обратите вниманіе на то: а) равно ли разстояніе между точкой и сгибомъ разстоянію между отпечаткомъ точки и сгибомъ и б) какіе углы образуются при точкѣ пересѣченія сгиба съ прямою, соединяющею точку съ ея отпечаткомъ.

Сдѣлать такой же опытъ съ бумажкой, но вмѣсто точки, поставленной чернилами, первую точку отмѣтьте съ помощью булавки, сдѣлавъ одинъ уколъ булавкою; сложите бумажку и черезъ уколъ отмѣтьте карандашомъ на нетронутой части сложенной бумаги „отпечатокъ“ этой точки. | На какой прямой лежатъ точки, отмѣченныя подобнымъ образомъ? | Какіе углы образуются при точкѣ пересѣченія сгиба съ прямой, соединяющей точку съ ея симметричнымъ отпечаткомъ?

166а. Изъ точки, взятой внѣ данной прямой, на эту прямую опустить перпендикуляръ (пунктиромъ), продолжить его (тоже пунктиромъ) въ томъ же направленіи, и на этомъ продолженіи отъ основанія перпендикуляра отложить отрѣзокъ, равный перпендикуляру. | Данная точка и конецъ отложеннаго отрѣзка симметричны по отношенію къ данной прямой, а эта послѣдняя—ихъ ось симметріи.

Взять прямую и найти нѣсколько паръ точекъ, симметричныхъ по отношенію къ этой прямой. | На какихъ разстояніяхъ отъ своей оси симметріи находятся двѣ симметричныя относительно этой оси точки? | На какой прямой линіи находятся двѣ точки, симметричныя относительно своей оси симметріи?

166б. Начертите прямую, возьмите на ней точку и по обѣ стороны этой точки—на этой прямой, на одинаковомъ разстояніи отъ этой точки,—еще двѣ точки. | Эти послѣднія двѣ точки будутъ симметричны по отношенію къ первой точкѣ, а первая точка будетъ центромъ симметріи по отношенію къ остальнымъ двумъ точкамъ. | Проведите черезъ первую точку прямую, перпендикулярную къ начерченной вами прямой, и тогда отмѣченныя вами двѣ точки будутъ симметричны по отношенію къ перпендикулярной прямой, и эта послѣдняя будетъ осью симметріи по отношенію ко второй и третьей точкѣ.

166в. Возьмите на плоскости двѣ точки и найдите ихъ центръ симметріи и ихъ ось симметріи.

Возьмите карандашъ, положите его на столъ и положите на столъ двѣ горошинки или двѣ одинаковыя монеты такъ, чтобы онѣ лежали симметрично по отношенію къ карандашу.

Начертите прямую, возьмите по одну ея сторону нѣсколько точекъ; обозначьте ихъ по порядку, буквами A, B, C и т. д.; каждую букву снизу справа снабдите нумеромъ 1, т.-е. напишите близъ точекъ: A_1, B_1, C_1 и т. д. (читаются буквы съ нумерами такъ: „A съ нумеромъ одинъ“, „B съ нумеромъ одинъ“ и т. д.); намѣтьте точки, симметричныя отмѣченнымъ точкамъ по отношенію къ данной прямой, и ихъ снабдите записями: A_2, B_2, C_2 и т. д. (эти записи читаются такъ: „A съ нумеромъ два“, „B съ нумеромъ два“ и т. д.).

168. Положите какое-нибудь зеркало на столъ, возьмите въ руку карандашъ; если онъ не очиненъ, сдѣлайте близъ одного конца его какую-нибудь отмѣтку—надрѣзъ, закругленіе, или очините его; держите карандашъ надъ зеркаломъ не перпендикулярно къ нему и вообразите, что черезъ карандашъ и его зеркальное изображеніе проведена плоскость. | О зеркальномъ изображеніи предмета говорятъ, что оно расположено симметрично съ самимъ предметомъ по отношенію къ зеркальной поверхности. | Сдѣлайте этотъ опытъ нѣсколько разъ, придавая карандашу разныя положенія, и вы увидите, что всѣ точки карандаша находятся на такомъ же разстояніи отъ зеркала, какъ соотвѣтствующія точки изображенія карандаша въ зеркалѣ отъ того же зеркала.

Взять прямую и по одну ея сторону наклоненный къ ней отрѣзокъ другой прямой; найти двѣ точки, симметричныя съ концами этого отрѣзка по отношенію къ данной прямой, и соединить эти двѣ точки прямою. | Полученный такимъ образомъ отрѣзокъ будетъ симметриченъ съ первымъ отрѣзкомъ по отношенію къ данной прямой, и эта послѣдняя будетъ ихъ осью симметріи.

Взять отдѣльный листокъ бумаги, начертить на ней перомъ тонкую прямую черту; не давая черниламъ высохнуть, сложить бумажку пополамъ,—начерченною прямою внутрь, и сдѣлать такъ, чтобы черта сдѣлала на чистой части бумажки отпечатокъ; затѣмъ расправьте бумажку и дайте начерченному вами отрѣзку и его отпечатку высохнуть. | Обратите вниманіе на то, что изображеніе и первоначальный отрѣзокъ симметричны по отношенію къ линіи сгиба; чтобы въ этомъ убѣдиться, проведите по сгибу прямую и соедините концы отрѣзка и его симметричнаго изображенія прямыми линіями.

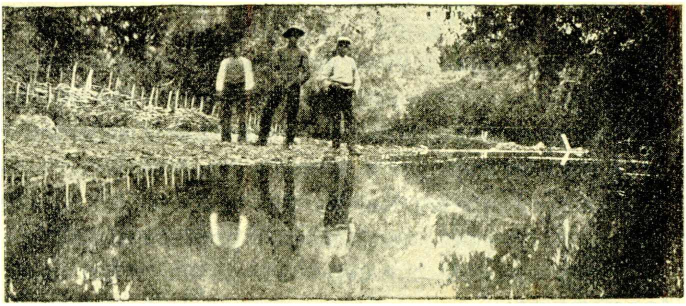
Начертить какую-нибудь прямую и по одну ея сторону—какую-нибудь ломаную линію, а затѣмъ—линію, симметричную этой ломаной, принявъ первую прямую за ось симметріи.

Взять въ плоскости чертежа какую-нибудь прямую; по одну сторону этой прямой взять нѣсколько точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой; соединить эти точки прямыми линіями попарно и построить по другую сторону первой прямой „зеркальное изображеніе“ той фигуры, которая получилась по ту сторону прямой.

168а. На отдѣльной четвертушкѣ бумаги, сложенной пополамъ, начертите двѣ симметричныя ломаныя, принявъ линію сгиба за ось симметріи; когда это будетъ сдѣлано, сложите четвертушку снова по сгибу и посмотрите сквозь вплотную сложенную четвертушку на свѣтъ. | Если при этомъ обѣ симметричныя ломаныя не сольются, что тогда можно утверждать? | Разверните четвертушку бумаги, положите ее на столъ.

вверхъ начерченною вами сперва ломаною, а потомъ поверните четвертушку на 180° (т.-е. „головой внизъ“). | Легко ли вамъ узнать, которая ломаная вами начерчена раньше? | Вполнѣ ли симметричны начерченныя вами ломаныя, т.-е. нѣтъ ли во второй ломаной чего-нибудь излишняго?

168б. Всмотритесь въ рисунокъ, относящійся къ этому нумеру, переверните его „вверхъ ногами“, и разберитесь въ томъ, вполнѣ ли симметриченъ „пейзажъ“ съ его зеркальнымъ изображеніемъ въ прудѣ. | Симметрія въ этомъ случаѣ получается не полная; причина этого двоякая: 1) это фотографическій снимокъ, и сдѣланъ онъ приборомъ, который стоялъ на противоположномъ берегу выше горизонта, и 2) поверхность пруда была не совершенно зеркальная. | Разберитесь въ томъ, какое изображеніе „блѣднѣе“.



Къ № 164б.

170. Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на эту прямую перпендикуляръ, провести изъ той же точки по одну сторону этого перпендикуляра рядъ наклонныхъ до пересѣченія ихъ съ данной прямой, и построить: a) рядъ прямыхъ, симметричныхъ къ этимъ наклоннымъ, принявъ этотъ перпендикуляръ за ось симметріи, и b) фигуру, симметричную къ полученной, принявъ данную прямую за ось симметріи.

Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на прямую перпендикуляръ, провести двѣ наклонныя съ одинаковыми проекціями на эту прямую и по обѣ стороны перпендикуляра двѣ наклонныя съ неодинаковыми проекціями.

Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на эту прямую перпендикуляръ и къ той же прямой двѣ наклонныя по одну и ту же сторону перпендикуляра, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, одинаковы ли, или различны проекціи этихъ наклонныхъ на данную прямую.

Начертить прямую *AB*, взять точку *C* внѣ ея; изъ этой точки опустить на прямую *AB* перпендикуляръ; основаніе перпендикуляра обозначить буквою *D*; на прямой *AB* взять двѣ точки *E* и *F*, симметричныя по отношенію къ точкѣ *D*, и, сверхъ того, какую-нибудь точку *G*; записать, какія прямыя въ такомъ случаѣ равны между собою. | Разобраться въ томъ и записать, какія прямыя — наклонныя, какія у нихъ проекціи, у какихъ прямыхъ проекціи наклонныхъ имѣютъ одно и то же направленіе, и у какихъ наклонныхъ проекціи имѣютъ направленія взаимно противоположныя, считая, что каждая наклонная проведена изъ точки, взятой внѣ прямой, до пересѣченія съ этою прямою.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ прямой, на эту прямую опущенъ перпендикуляръ и двѣ наклонныя до пересѣченія ихъ съ этой прямой, и если проекціи этихъ наклонныхъ равны между собою, то и наклонныя равны между собою; если проекціи наклонныхъ не равны между собою, то и наклонныя различны, и та наклонная больше, у которой проекція больше; обратно: если извѣстно, что проведенныя такимъ образомъ двѣ наклонныя равны между собою, то ихъ проекціи тоже между собой равны; если же наклонныя не одинаковы, то ихъ проекціи не одинаковы, и у большей наклонной проекція больше.

170a. Начертить прямую, внѣ ея — отрѣзокъ, а по другую сторону прямой—симметричный съ нимъ отрѣзокъ; равны ли между собою эти отрѣзки?

Убѣдиться въ томъ, что оба отрѣзка, симметричные по отношенію къ одной и той же прямой, равны между собою, тремя способами: а) начертивъ ихъ на отдѣльномъ листкѣ бумаги и перегнувъ листокъ по оси симметріи, б) съ помощью циркуля и в) съ помощью масштаба. | То же самое сдѣлать относительно двухъ наклонныхъ, симметричныхъ по отношенію къ перпендикуляру.

Замѣтьте: не всякія двѣ одинаковыя прямыя расположены симметрично относительно какой-либо прямой; но если двѣ прямыя линіи симметричны относительно нѣкоторой оси симметріи, то эти двѣ прямыя линіи непремѣнно равны между собою.

170б. Положить на листокъ бумаги двѣ шведскихъ спички въ нѣкоторомъ отдаленіи одна отъ другой; между ними провести по бумагѣ какую-нибудь прямую; не трогая одной изъ этихъ спичекъ, другую переложить такъ, чтобы она легла симметрично къ первой, но такое передвиженіе этой спички осуществить въ плоскости бумажки, не снимая этой спички съ бумаги.

Сдѣлать этотъ опытъ нѣсколько разъ при разныхъ положеніяхъ спичекъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что: 1) симметричнаго положенія спичекъ можно всегда добиться, не поднимая ни одной изъ нихъ съ поверхности стола, а только передвигая одну изъ нихъ по этой поверхности, и 2) подвижную спичку можно сначала двигать по прямой, на которой она лежитъ, до тѣхъ поръ, пока конецъ ея, не снабженный зажигательной массой, ляжетъ на продолженіи перпендикуляра, опущеннаго изъ соотвѣтствующаго конца второй спички на ось симметріи; затѣмъ, подвинувъ спичку такъ, чтобы эти два конца оказались симметричными, и, наконецъ, приведя эту спичку во вращеніе такъ, чтобы концы обѣихъ спичекъ, снабженные зажигательной массой, тоже заняли положенія, симметричныя по отношенію къ оси симметріи.

Начертить два одинаковыхъ прямыхъ отрѣзка, провести въ той же плоскости какую-нибудь прямую и „перенести“ одинъ изъ этихъ отрѣзковъ такъ, чтобы онъ съ другимъ сталъ симметриченъ по отношенію къ этой прямой, какъ къ оси симметріи.

Замѣтьте: если въ плоскости есть два одинаковыхъ прямыхъ отрѣзка, то эти два отрѣзка можно сдѣлать симметричными по отношенію къ любой оси симметріи, проведенной въ той же плоскости.

170в. Двѣ одинаковыя монеты положить „рѣшкой“ вверхъ на бумагу симметрично по отношенію къ карандашу, положенному на ту же бумагу. | То же самое сдѣлать съ двумя монетами, принявъ за ось симметріи прямую линію, начерченную на бумагѣ. | Возможна ли полная симметрія, „текста“, изображеннаго на монетахъ? | Нарисуйте букву **Я**, проведите прямую внѣ этой буквы и постарайтесь нарисовать симметричную букву. | У васъ получится буква **R** (латинское эръ), зеркальное изображеніе буквы **Я**. | Переверните

R Я

страницу назадъ и посмотрите сквозь эту осьмушку на-свѣтъ. | Попробуйте написать свое имя зеркальнымъ письмомъ. (Намекъ: задача подъ № 166.)

Начертить два круга, симметричныхъ относительно какой-нибудь оси; на окружностяхъ этихъ двухъ круговъ взять по такой дугѣ, чтобы дуги эти были тоже симметричны. | Начертить двѣ одинаковыя, взаимно пересѣкающіяся окружности, провести черезъ точки ихъ взаимнаго пересѣченія прямую и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какая получилась фигура: симметричная или несимметричная. | Начертить два круга одинаковыми радіусами и найти ихъ ось симметріи.

172. Изъ точки, взятой на данной прямой, провести двѣ прямыя, симметричныя по отношенію къ этой прямой. | Одинаковы ли углы, при этомъ образованные второю и третьей прямой съ первою? | Провести изъ той же точки еще двѣ прямыя, симметричныя по отношенію къ первой прямой, перенумеровать углы, при этомъ образованные по одну сторону оси симметріи и не раздѣляемые никакими прямыми на части, цифрами 1, 2 и т. д. и отмѣтить симметричные углы тѣми же цифрами.

Раздѣлить данный уголъ на какія-нибудь двѣ части. | Раздѣлить данный уголъ на двѣ одинаковыя части. | Симметричны ли онѣ? | Все ли это равно: раздѣлить уголъ на двѣ одинаковыя или на двѣ симметричныя части? | Раздѣлить конечную прямую на двѣ одинаковыя части.

Начертить уголъ, провести черезъ его вершину прямую, не раздѣляющую его на двѣ части, принять эту прямую за ось симметріи и начертить второй уголъ, симметричный первому по отношенію къ проведенной прямой. | Начертить два одинаковыхъ угла и перемѣстить одинъ изъ нихъ такъ, чтобы они стали симметричными по отношенію къ какой-нибудь оси симметріи, взятой въ той же плоскости. | Чтобы лучше уяснить себѣ эту задачу, вырѣжьте изъ двухъ кусковъ бумаги, сложивши ихъ вмѣстѣ, два совершенно одинаковыхъ угла съ одинаковымъ „обрывомъ“ между сторонами, положите ихъ по разныя стороны одной и той же прямой, проведенной на листѣ бумаги, и такъ передвиньте одинъ изъ нихъ, не снимая его съ этого листа бумаги, чтобы углы стали симметричны.

Замѣтьте: если два угла симметричны по отношенію къ какой-нибудь оси симметріи, то они равны между собою; а если относительно двухъ угловъ въ плоскости извѣстно, что они равны между собою, то эти два угла можно расположить въ плоскости такъ, чтобы они сдѣлались симметричными по отношенію къ какой-либо оси симметріи.

172а. Изъ двухъ точекъ, взятыхъ на прямой, возставить къ ней перпендикуляры, продолжить каждый изъ нихъ въ обоихъ направленіяхъ и обратить вниманіе на то, что эти прямыя, перпендикулярныя къ одной и той же прямой, находятся въ одной и той же плоскости и никогда не пересѣкутся, какъ бы далеко ихъ ни продолжали.

Замѣтьте: если двѣ прямыя лежатъ въ одной и той же плоскости, и если извѣстно, что онѣ никогда не пересѣкутся, какъ бы далеко ихъ ни продолжали, то говорятъ, что эти двѣ прямыя параллельны одна другой.

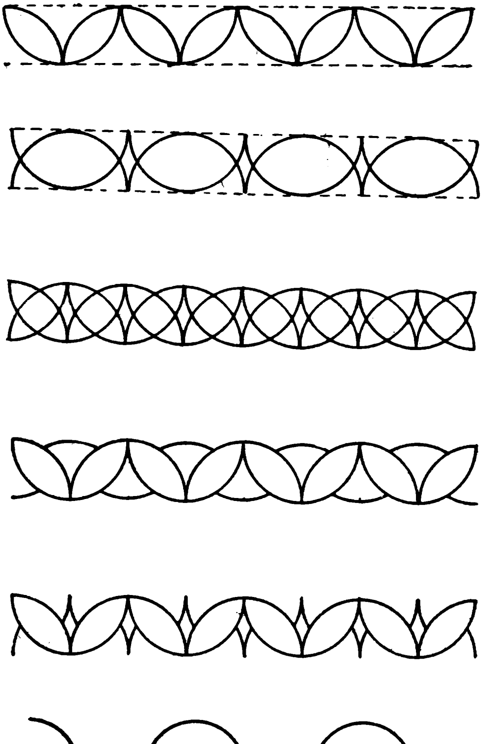
172б. Начертите взаимно параллельныя прямыя. | Начертить три взаимно параллельныя прямыя.

172в. Начертите орнаменты этого нумера и разберитесь въ томъ, у которыхъ изъ этихъ орнаментовъ есть оси симметріи. | Можно ли сдѣлать послѣдній орнаментъ симметричнымъ, а если можно, то сдѣлайте это въ своей тетради.

174. Начертите окружность круга на отдѣльномъ листкѣ бумаги, поставьте на этой окружности чернилами точку и, не давая послѣдней высохнуть, перегните бумажку такъ, чтобы сгибъ прошелъ черезъ центръ круга, но не прошелъ черезъ отмѣченную точку, и обратите вниманіе на то, гдѣ эта точка отпечатается на другой полуокружности. | Начертите окружность круга, проведите діаметръ его, на одной полуокружности возьмите рядъ точекъ и найдите точки, симметричныя съ первыми по отношенію къ этому діаметру. | Гдѣ онѣ лежатъ?

175. Начертите окружность круга, возьмите на ней какія-либо двѣ точки и начертите прямую, по отношенію къ которой эти двѣ точки симметричны.

176. Начертите окружность круга и раздѣлите ее на двѣ симметричныя части. | Начертите окружность круга, проведите въ ней хорду и не пересѣкающій этой хорды діаметръ и начертите хорду, симметричную къ проведенной хордѣ по отношенію къ этому діаметру. | То же самое сдѣлайте съ хордою, пересѣкающею діаметръ. | Начертите окружность круга, проведите двѣ одинаковыя хорды ея и прямую, которая была бы ихъ осью симметріи. | Совпадаетъ ли эта ось симметріи съ діаметромъ или нѣтъ?



Къ № 172в.

177. Провести въ плоскости чертежа прямую линію, по одну сторону ея взять нѣсколько точекъ и найти симметричныя съ ними точки, принявъ эту прямую линію за ось симметріи.

178. Провести прямую линію, по одну ея сторону начертить какую-нибудь ломаную и начертить къ этой ломаной симметричную линію, принявъ взятую прямую за ось симметріи. | Начертите какую-нибудь букву русской азбуки, состоящую изъ прямолинейныхъ элементовъ, и ей симметричную.

179. Начертить двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя, внутри одного изъ образованныхъ ими угловъ построить двѣ взаимно пересѣкающіяся окружности и начертить симметричную фигуру, принявъ одну изъ взаимно перпендикулярныхъ прямыхъ за ось симметріи; затѣмъ принять другую изъ этихъ прямыхъ за ось симметріи и начертить новую фигуру, симметричную по отношенію къ полученной.

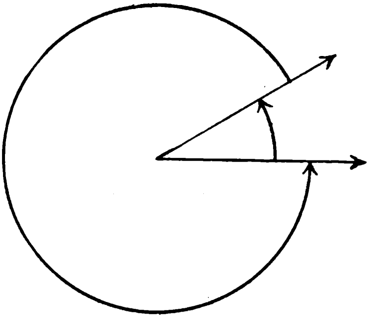
180. Выполнить чертежъ того же рода, что въ № 179, но съ тою разницей, чтобы въ одномъ изъ угловъ, вмѣсто двухъ окружностей, была взята одна окружность, а какая-нибудь ломаная лежала бы внѣ ея, но внутри того же прямого угла. Среди буквъ азбуки найдите симметричныя и разберитесь въ томъ, какія у нихъ оси симметріи.

180а. Разсмотрите снимокъ, помѣщенный подъ № 164б, и обратите вниманіе на бѣлый колышекъ, вколоченный слѣва отъ снявшихся юношей; гдѣ ось симметріи этого рисунка? | Чтобы разобраться въ томъ, насколько хорошо вода этого озера отражаетъ берегъ, переверните книжку вверхъ ногами; отраженіе все же отличается отъ отражаемаго: оно не такъ ясно, и отраженія ступней ногъ въ водѣ не видно. На чертежахъ симметричныя фигуры должны быть совершенно одинаковы.

182. Сложить два острыхъ угла. | Сложить два прямыхъ угла. | Сложить прямой уголъ съ острымъ. Сложить прямой уголъ съ тупымъ. | Сложить два тупыхъ угла.

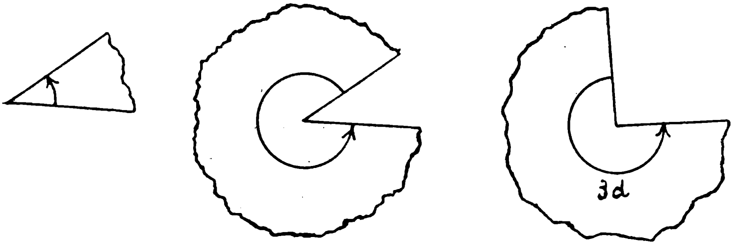
Замѣтьте: считаютъ, что отъ сложенія какихъ угодно двухъ угловъ получается такая сумма, которую тоже можно называть угломъ.

182а. Изъ точки, взятой на плоскости, провести въ той же плоскости два луча: а) въ одномъ и томъ же направленіи; б) въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; в) въ направленіяхъ взаимно перпендикулярныхъ. | Начертить чертежъ наподобіе относящагося къ этому нумеру.



Къ № 182а.

186. Изъ бумаги вырѣзать нѣсколько кусковъ съ неровными краями и изъ каждаго куска вырѣзать куски наподобіе того, какъ это изображено на чертежахъ этого нумера.



Къ № 186.

Замѣтьте: прямой уголъ на письмѣ иногда обозначается французской буквой *d* (которая соотвѣтствуетъ русскому д); буква эта — первая буква французскаго слова (droit), обозначающаго то же, что по-русски обозначается словомъ „прямой“.

186а. Приготовить кусокъ чистой бумаги съ неровными краями, поставить на немъ точку, провести изъ нея два луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и разрѣзать эту бумажку по этимъ лучамъ, какъ это намѣчено на чертежѣ. | На такомъ же листѣ бумаги взять точку и изъ нея провести лучъ; по этому лучу сдѣлать разрѣзъ бумаги наподобіе того, какъ это указано на чертежѣ.

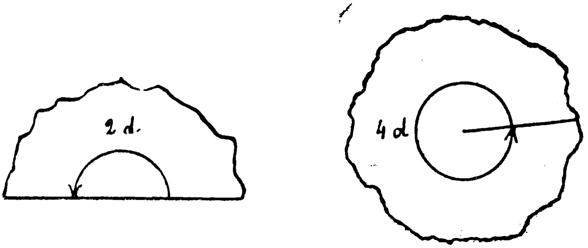
186б. Изъ точки, взятой на плоскости, провести два луча не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько образовалось угловъ. | Одинъ меньше, чѣмъ сумма двухъ прямыхъ угловъ, а другой больше такой суммы. | Начертить равными радіусами ихъ дуги въ направленіяхъ, обратныхъ направленію движенія часовой стрѣлки.

Изъ точки, взятой на плоскости, въ этой плоскости провести два луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; принять эту точку за центръ и двумя различными радіусами начертить полуокружности, начало и конецъ которыхъ лежали бы на этихъ лучахъ и которыхъ направленія были бы противоположны направленію движенія часовыхъ стрѣлокъ. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, образовались ли при этомъ углы? | Если образовались, то сколько и суммѣ сколькихъ прямыхъ угловъ равенъ каждый? См. № 186а.

Изъ точки, взятой на плоскости, провести въ этой плоскости два луча въ одномъ и томъ же направленіи и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько получилось угловъ. | Одинъ изъ нихъ можно считать равнымъ нулю, а другой—суммѣ четырехъ прямыхъ угловъ.

Замѣтьте: если даны два луча, если они образуютъ углы, изъ которыхъ одинъ меньше, чѣмъ сумма двухъ прямыхъ угловъ, а другой больше, чѣмъ такая сумма, и если не сказано, о какомъ углѣ рѣчь, то за уголъ, образованный этими двумя лучами, принимаютъ тотъ уголъ, который меньше суммы двухъ прямыхъ угловъ.

186в. Взять точку на плоскости, провести изъ нея одинъ лучъ въ одномъ направленіи, другой—въ прямо-противоположномъ, и цѣлый рядъ лучей, лежащихъ по одну сторону обоихъ первыхъ лучей; принять уголъ, образованный первымъ лучомъ со слѣдующимъ за нимъ, за первый уголъ, слѣдующій уголъ—за второй, и т. д.

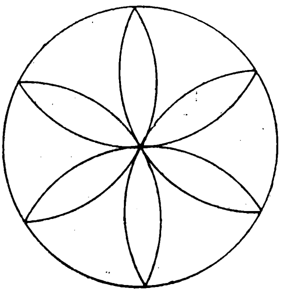


Къ № 186а.

до послѣдняго угла включительно; перенумеровать эти углы; записать, чему равна сумма всѣхъ этихъ, послѣдовательно прилежащихъ одинъ къ другому, угловъ; она равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ (т.-е. $d+d$).

Замѣтьте: вмѣсто того, чтобы писать $d+d$, пишутъ d 2 или просто $2d$ (безъ знака умноженія).

189. Начертить окружность, одну точку ея принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ провести внутри круга такую часть новой окружности, чтобы концы ея лежали на первой окружности; одинъ изъ этихъ концовъ принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ провести снова дугу внутри перваго круга и т. д., т.-е.: начертить «розетку» о шести лепесткахъ. | На сколько частей раздѣлена данная окружность? | Одинаковы ли эти части?



Къ № 189.

Начертить окружность, одну точку ея принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ провести дугу между центромъ и начерченной окружностью; точку пересѣченія этой дуги принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ начертить дугу, обращенную выпуклостью въ ту же сторону, что и первая дуга, и заключенную между центромъ первой окружности и точкой пересѣченія дуги съ этой окружностью и т. д.; такихъ дугъ должно быть шесть („колесо“ съ шестью дуговыми „спицами“).—Начертить „колесо“ съ шестью прямыми спицами. | Начертить „розетку“ съ радіусами въ каждомъ лепесткѣ. | Начертить „колесо“ съ двѣнадцатью спицами. | Начертить „колесо“ съ двѣнадцатью дуговыми спицами. | Начертить розетку съ шестью полными лепестками и шестью не полными, у которыхъ закрыты части, ближайшія къ центру. | Начертить розетку съ двѣнадцатью лепестками, у которой каждый лепестокъ закрываетъ часть лепестка, ближайшаго къ нему.

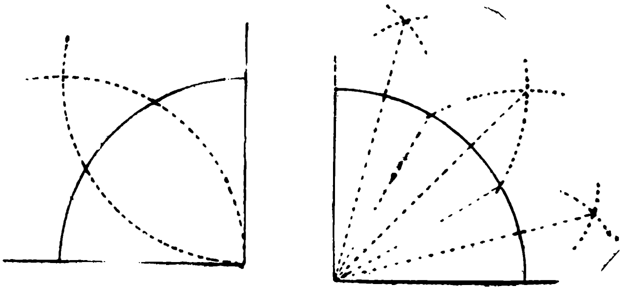
189а. Начертить окружность круга, провести въ немъ такую хорду, которая равна радіусу, и отложить дугу этой хорды на окружности круга столько разъ, сколько разъ она умѣстится. | Она должна умѣститься ровно шесть разъ. | Соединить центръ круга съ концами этихъ шести дугъ и разобраться въ томъ, какую часть прямого угла составляетъ каждый изъ угловъ, образованныхъ двумя послѣдовательными радіусами. | Намекъ: сумма всѣхъ шести угловъ равна 4d.

Раздѣлить какую-нибудь окружность круга на 6 одинаковыхъ частей и соединить точки дѣленія, взятыя въ какомъ-нибудь одномъ порядкѣ, прямыми линіями. | Сколько угловъ въ полученной прямолинейной фигурѣ? | Эта фигура называется *правильнымъ шестиугольникомъ, вписаннымъ въ кругъ*.

189б. Выполнить чертежи этого нумера.

189в. Начертить окружность и раздѣлить ее на четыре одинаковыя части; отъ одной изъ точекъ дѣленія отложить дугу, которой хорда равна радіусу; то же самое сдѣлать, въ томъ же направленіи, со второй точкой дѣленія, съ третьей и четвертой. | На сколько частей раздѣлена окружность круга? | Раздѣлить каждую изъ четырехъ бóльшихъ дугъ раздѣленной такимъ образомъ окружности пополамъ. | На сколько одинаковыхъ частей раздѣлится тогда окружность круга?

191. Раздѣлить, съ помощью линейки и циркуля, дугу центральнаго прямого угла пополамъ. | Раздѣлить, съ помощью линейки и циркуля, прямой уголъ пополамъ. | Раздѣлить дугу прямого угла на три одинаковыя части; среднюю треть раздѣлить пополамъ. | Раздѣлить также каждую изъ остальныхъ двухъ третей дуги прямого угла пополамъ. | На сколько одинаковыхъ частей будетъ раздѣлена дуга прямого угла?



Къ № 189б.

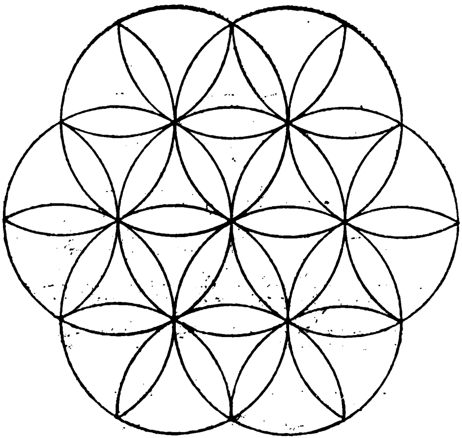
(На шесть одинаковыхъ частей). | Раздѣлить,—но уже „на-глазъ“, по глазомѣру,—каждую шестую долю дуги прямого угла на 3 одинаковыя части. | Циркулемъ только провѣрить, достаточно ли хорошо вы сдѣлали послѣднее дѣленіе, и исправить ошибку, если ошибка окажется. | Раздѣлить каждую восемнадцатую долю дуги прямого угла, на-глазъ или только мысленно, на 5 одинаковыхъ частей. | Одна девяностая доля дуги прямого угла называется дугою въ одинъ „градусъ“, дуговымъ градусомъ или просто градусомъ. | Сколько градусовъ въ цѣлой окружности? Въ полуокружности? Въ шестой долѣ окружности? | Прямой уголъ состоитъ изъ девяноста одинаковыхъ угловъ, изъ которыхъ каждый называется угломъ въ одинъ градусъ, угловымъ градусомъ или просто градусомъ. | Поэтому можно говорить: прямой уголъ содержитъ 90 угловыхъ градусовъ или просто: „въ прямомъ углѣ 90 градусовъ“.— Пишутъ такъ: 90^0.

Замѣтьте: съ помощью линейки и циркуля возможно раздѣлить любую дугу пополамъ; точно такъ же возможно раздѣлить любой уголъ пополамъ; раздѣлить четверть окружности на три одинаковыя части тоже возможно съ помощью линейки и циркуля; точно такъ же возможно раздѣлить всякій прямой уголъ на три одинаковыя части съ помощью линейки и циркуля. | Но не всякую дугу и не всякій уголъ возможно раздѣлить на три одинаковыя части, пользуясь только линейкой и циркулемъ; иногда это возможно сдѣлать лишь по глазомѣру, либо съ помощью особенныхъ приборовъ, которые придуманы и устроены для раздѣленія угловъ на извѣстное число одинаковыхъ частей. Всякій уголъ раздѣлить на три одинаковыя части, пользуясь только линейкой и циркулемъ, невозможно.

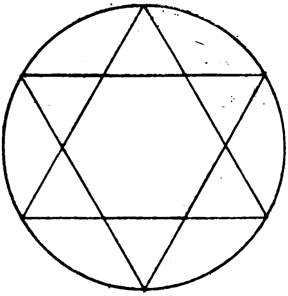
192. Раздѣлить прямой уголъ пополамъ. | Раздѣлить прямой уголъ на 3 одинаковыя части. | Раздѣлить прямой уголъ на 6 одинаковыхъ частей. | Начертить „колесо“ съ двадцатью четырьмя „спицами“. | Начертить „колесо“ съ двадцатью четырьмя дуговыми „спицами“, изъ которыхъ каждая равна одной шестой долѣ окружности. | „Сочинить“ розетку съ двадцатью четырьмя спицами, изъ которыхъ шесть вычерчены цѣликомъ, еще шесть не цѣликомъ, а остальныя двѣнадцать только выглядываютъ изъ-за остальныхъ.

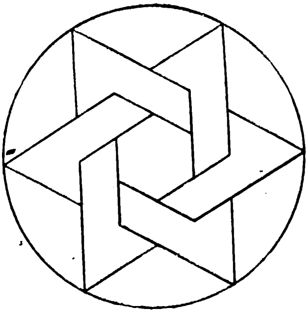
192a. Выполните орнаменты и чертежи наподобіе относящихся къ этому нумеру. | Чтобы легче было начертить третій орнаментъ, начертите сначала двѣ концентрическія окружности, а затѣмъ внутреннюю (или внѣшнюю) раздѣлите на двѣнадцать (12) одинаковыхъ частей.

194. Начертить полукругъ, въ которомъ были бы проведены радіусы, образующіе послѣдовательный рядъ

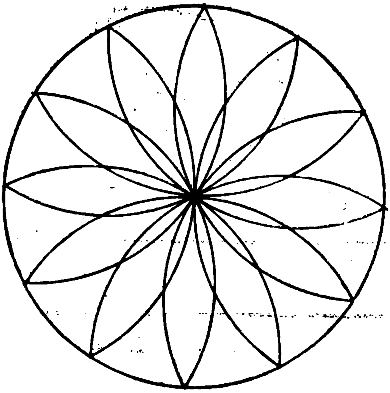


Къ № 192а.

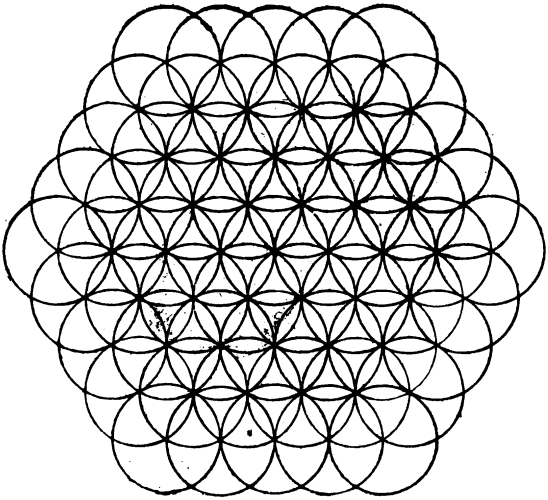




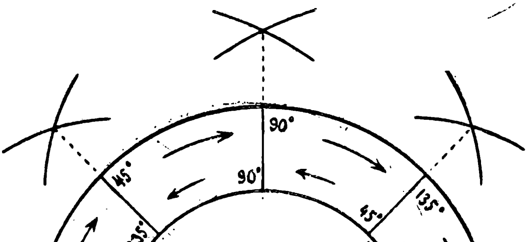
Къ № 192а.



Къ № 192а.



Къ № 192а.



Къ № 194.

угловъ въ 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 105°, 120°, 135°, 150°, 165° и 180°.

Вырѣзать изъ полулиста бумаги транспортиръ съ нанесенными на немъ дѣленіями предыдущей задачи.

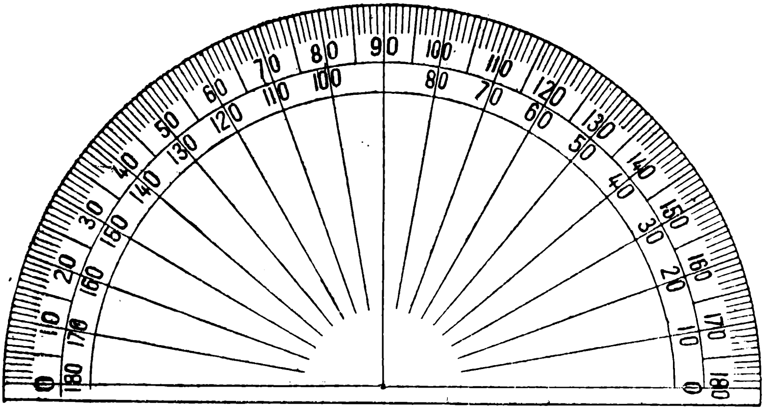
194а. Разобраться въ томъ, сколько градусовъ составляютъ одна съ другою обѣ стрѣлки часовъ (часовая съ минутной), когда часы показываютъ:

1 часъ дня?
2 часа
3
4 „
5 час.
6 „
7 вечера?
8
9 „
10 ночи?
11
12 „
1 часъ и т. д.

194б. Циферблатъ часовъ раздѣленъ на 60 одинаковыхъ дѣленій, изъ которыхъ каждое называется минутнымъ дѣленіемъ; сколько градусовъ заключается въ одномъ минутномъ дѣленіи циферблата часовъ? | Сколько минутныхъ дѣленій пробѣгаетъ минутная стрѣлка въ теченіе часа? | Сколько минутныхъ дѣленій пробѣгаетъ часовая стрѣлка въ теченіе одного часа? | Которая изъ двухъ стрѣлокъ движется быстрѣе: минутная или часовая? | Во сколько разъ минутная стрѣлка движется быстрѣе, чѣмъ часовая?

194в. Съ помощью транспортира измѣрить углы, начерченные въ тетради. | Вырѣзать изъ бумаги нѣсколько угловъ и съ помощью транспортира измѣрить эти углы.

194г. Постарайтесь точно выполнить чертежъ этого нумера, но чтобы не испортить книги, почаще пользуйтесь центиметренной линейкой, и градусъ дуги постарайтесь забрать только одинъ разъ; если же придется забрать градусъ дуги нѣсколько разъ, то каждый разъ дѣлайте это съ другимъ градуснымъ дѣленіемъ.



Къ № 194г.

196. Черезъ данныя двѣ точки провести прямую. Много ли ихъ можно провести черезъ данныя двѣ точки?

Замѣтьте: двѣ точки прямой опредѣляютъ эту прямую линію; это значитъ, что если мы знаемъ только двѣ точки, черезъ которыя проходитъ какая-нибудь прямая линія, то мы можемъ провести черезъ нихъ нѣкоторую прямую, но только одну.

196а. Даны вершина угла и двѣ точки, изъ которыхъ одна лежитъ на одной сторонѣ угла, а другая — на другой его сторонѣ, но обѣ эти точки не лежатъ на одной прямой съ вершиной угла; начертить этотъ уголъ.

Замѣтьте: при этомъ образуются два угла, изъ которыхъ одинъ меньше, а другой больше, чѣмъ 180°.

196б. Разрѣшите задачу, подобную предыдущей, но отличающуюся отъ нея тѣмъ, что вершина и обѣ данныя точки лежатъ на одной прямой, при чемъ вершина лежитъ между остальными двумя точками.

Разрѣшите такую же задачу, но отличающуюся отъ предыдущей тѣмъ, что одна изъ точекъ одной изъ сторонъ лежитъ между вершиной и точкой, лежащей на другой сторонѣ.

Разрѣшите такую же задачу, но отличающуюся отъ предыдущихъ тѣмъ, что обѣ точки, изъ которыхъ одна лежитъ на одной сторонѣ угла, а другая — на другой сторонѣ, совпадаютъ.

196в. Даны на плоскости чертежа центръ круга и одна точка окружности круга; начертить эту окружность. | Даны: центръ круга на плоскости чертежа и конечная прямая, которая равна его радіусу; начертить окружность этого круга. | Данъ центръ круга на плоскости чертежа и извѣстно, что длина его радіуса равна 17 мм.; начертить окружность этого круга.

Замѣтьте: центръ круга, лежащаго въ данной плоскости, и радіусъ его опредѣляютъ окружность этого круга и самый кругъ, т.-е. если въ плоскости данъ центръ и извѣстенъ радіусъ круга, то это совершенно опредѣленный кругъ.

196г. Даны три точки въ плоскости, не лежащія на одной прямой; провести черезъ нихъ окружность круга. Ср. №№ 159в и 159г.

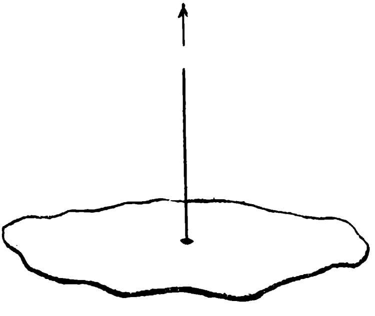
Замѣтьте: три точки въ плоскости, не лежащія на одной прямой, опредѣляютъ окружность круга, на которой лежатъ эти три точки; это значитъ, что черезъ эти три точки можно провести окружность круга, и что такой кругъ существуетъ только одинъ.

196д. Представить себѣ прямую не въ плоскости, а въ пространствѣ, безъ плоскости; можно ли провести „черезъ эту прямую“ какую-нибудь плоскость? (Можно). | Что это значитъ? (Это значитъ провести какую-нибудь плоскость такъ, чтобы прямая оказалась на этой плоскости). | Можно ли себѣ представить, что эта прямая сдѣлалась осью вращенія плоскости?

(Можно). | „Взять“ прямую въ пространствѣ и точку внѣ ея и внѣ ея продолженій; можно ли провести плоскость черезъ эту прямую и эту точку? (Можно). | Сколько плоскостей можно провести черезъ одну прямую? (Сколько угодно). | Можно ли провести плоскость черезъ прямую и точку, взятую внѣ ея и внѣ ея продолженій? (Можно). | Сколько можно провести плоскостей черезъ прямую линію и точку, взятую внѣ ея и внѣ ея продолженій? (Одну). | Изъ точки, взятой въ пространствѣ (не въ плоскости), провести двѣ прямыя въ различныхъ, но не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; можно ли провести черезъ эти двѣ прямыя плоскость? (Можно). | Сколько можно провести плоскостей черезъ двѣ взаимно-пересѣкающіяся прямыя? (Одну). | Сколько — черезъ три точки, не лежащія на одной прямой линіи? (Одну).

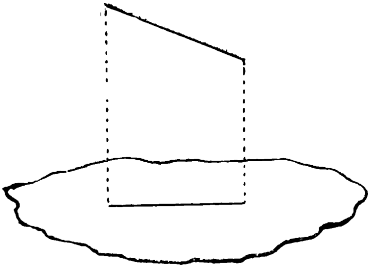
Замѣтьте: прямая линія и точка, лежащая внѣ ея и внѣ ея продолженій, опредѣляютъ ту плоскость, въ которой онѣ лежатъ; два луча, выходящіе изъ одной точки не въ одномъ и томъ же и не въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ, опредѣляютъ ту плоскость, въ которой они лежатъ; три точки, не лежащія на одной прямой, опредѣляютъ ту плоскость, въ которой онѣ лежатъ.

***196е.** „Нарисовать“ часть плоскости и перпендикуляръ къ ней, возставленный изъ точки, взятой на этой плоскости. | Нарисовать плоскость, взять внѣ ея точку и изъ этой точки опустить перпендикуляръ на эту плоскость. | Представить это на плоскости стола съ помощью ручки отъ пера, карандаша и т. п.—Основаніе этого послѣдняго перпендикуляра назы-



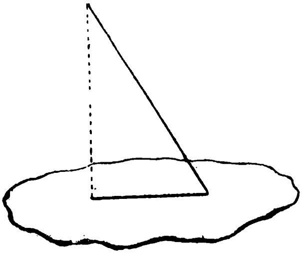
Къ № 196е.

вается проекціей данной точки на данную плоскость.



Къ № 196ж

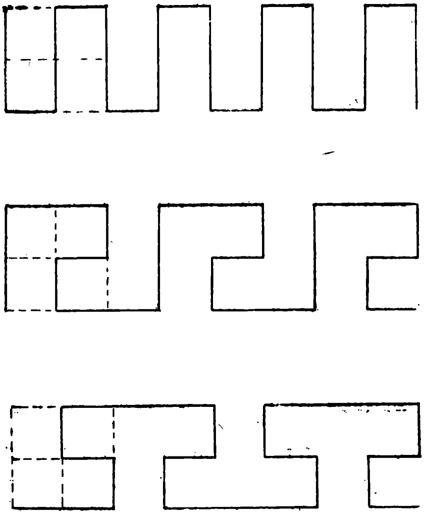
***196ж.** Нарисовать плоскость и внѣ ея двѣ точки; соединить точки прямою, изъ нихъ опустить по одному перпендикуляру на плоскость.— Основанія этихъ перпендикуляровъ будутъ проекціями данныхъ двухъ точекъ на данную плоскость. | Соединить эти проекціи прямою. | Эта прямая называется проекціею прямой на данную плоскость. | Выполнить это „въ воздухѣ“ надъ карандашомъ и плоскостью стола. | Можетъ ли карандашъ занимать такое положеніе, чтобы проекція его не была прямой линіей? | Можетъ ли прямая линія въ пространствѣ имѣть проекцію, отличающуюся отъ прямой? (Можетъ: если прямая перпендикулярна къ плоскости проекціи, то проекціей прямой будетъ точка). | Перпендикуляръ, опущенный изъ данной точки на плоскость, называется проектирующею этой точки. | Проведемъ мысленно плоскость черезъ проектирующія прямыя концовъ даннаго отрѣзка; эта плоскость называется проектирующею плоскостью даннаго отрѣзка, а отрѣзокъ — проектируемымъ.



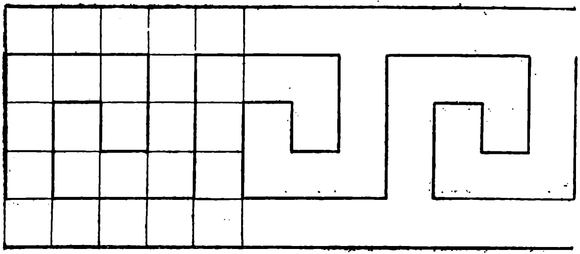
Къ № 196з.

196з. Нарисовать плоскость, взять точку внѣ ея, нарисовать перпендикуляръ, проведенный изъ этой точки къ этой плоскости, соединить эту точку съ какой-нибудь точкою плоскости прямою линіей. | Эта вторая прямая называется наклонной къ плоскости. | Если соединить ея основаніе съ основаніемъ перпендикуляра прямою, то эта прямая называется *проекціей* наклонной на данную плоскость; данная точка, взятая внѣ плоскости — *проектируемою*, а перпендикуляръ — *проектирующей прямой*.

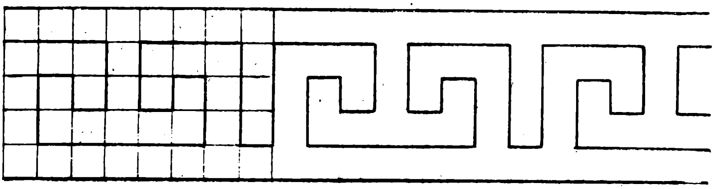
197. Начертить орнаменты, относящіеся до этого нумера и называемые иногда „греческими“, иногда „алагреками“ (отъ французскихъ словъ „à la grecque“) или „меандрами“ (по имени одной, особенно извилистой, рѣчки въ Малой Азіи).



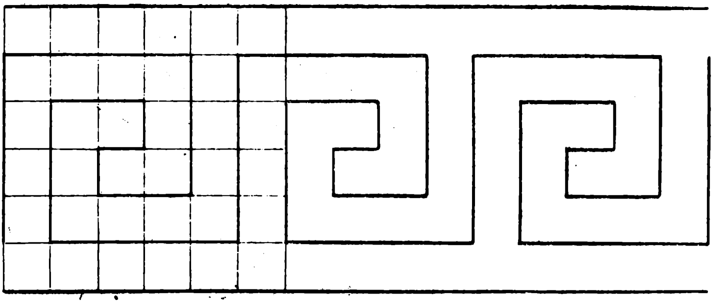
Iъ. № 197.



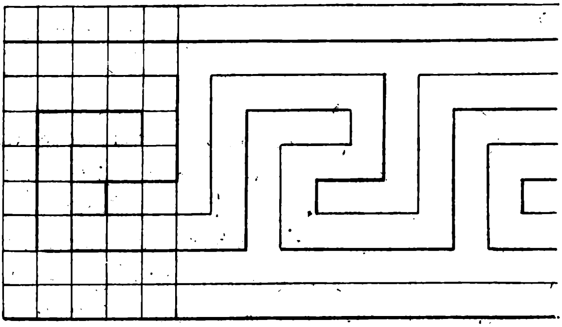
Къ № 197.



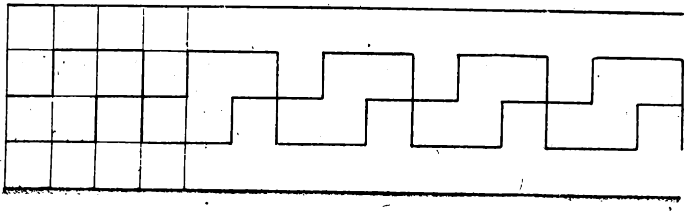
Къ № 197.



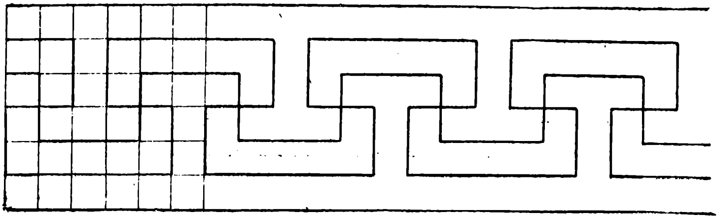
Къ № 197.



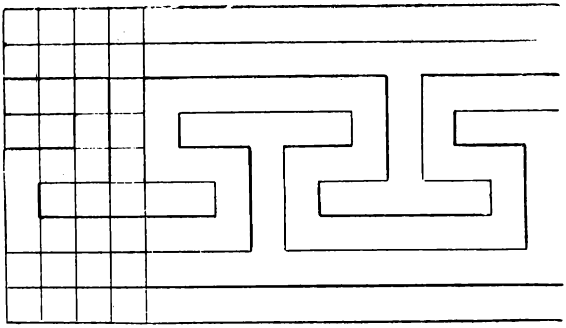
Къ № 197.



Къ № 197.



Къ № 197.



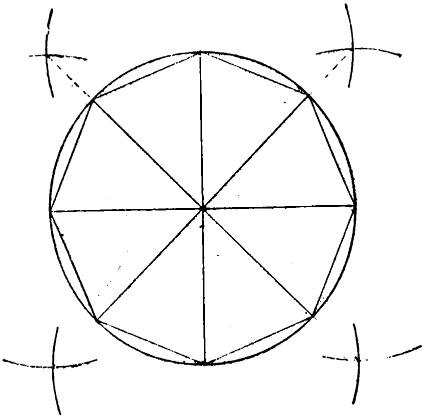
Къ № 197.

197а. Раздѣлить окружность круга на 8 одинаковыхъ частей, перенумеровать точки дѣленія, начиная съ одной изъ нихъ, въ одномъ и томъ же направленіи, и соединить первую точку съ четвертой, четвертую—съ седьмой, седьмую — со второй, вторую — съ пятой, пятую—съ восьмой, восьмую—съ третьей, третью—съ шестой и шестую—съ первой.

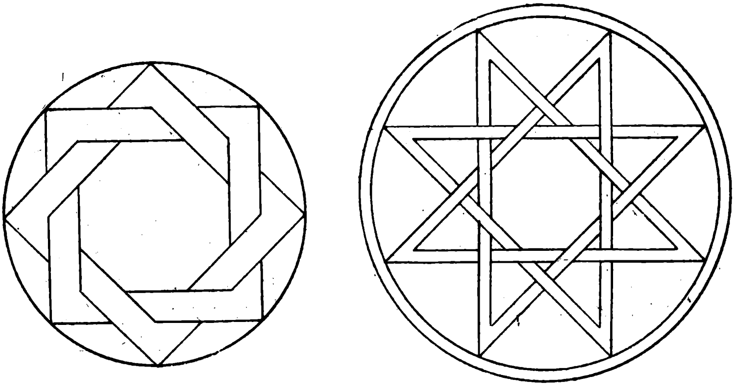
198. Выполнить чертежи и орнаменты этого нумера.

Смѣшанныя упражненія.

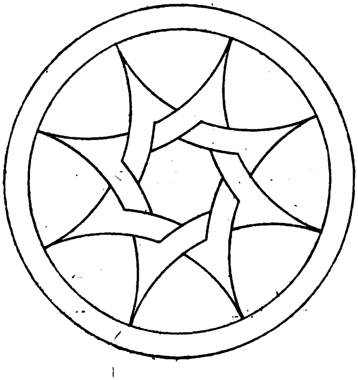
199. Продолжить прямую. | Раздѣлить конечную прямую линію пополамъ. | Изъ точки, взятой на прямой, къ этой прямой возставить перпендикуляръ. | Изъ точки, взятой внѣ прямой, на эту прямую опустить перпендикуляръ. | По одну сторону прямой



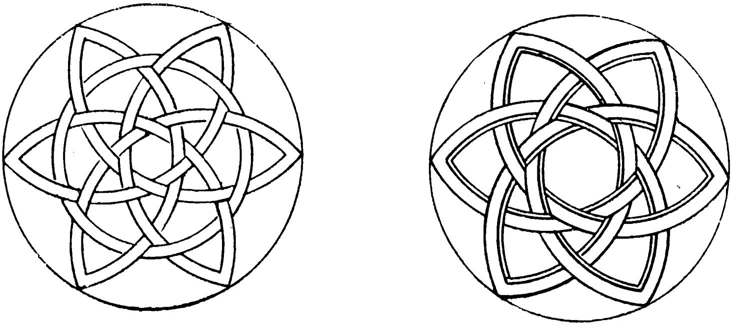
Къ № 198.



Къ № 198.



Къ № 198.

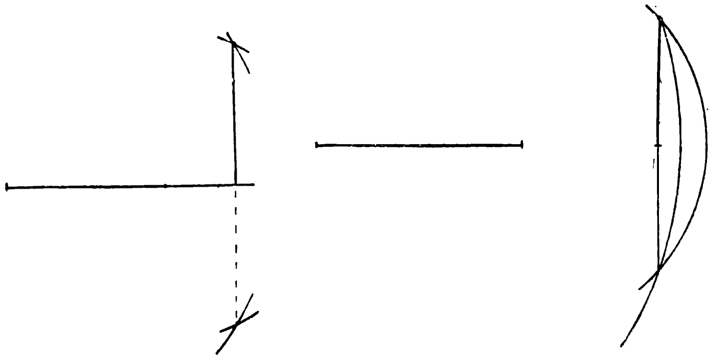


Къ № 198.

начертить какую-нибудь ломаную и начертить линію, ей симметричную, принявъ первую прямую за ось симметріи. | По одну сторону прямой взять отрѣзокъ прямой и найти его проекцію на эту прямую. | Раздѣлить данный уголъ пополамъ. | Начертить два смежныхъ угла, изъ которыхъ каждый былъ бы прямымъ.

Черезъ двѣ точки провести окружность. | Раздѣлить окружность круга пополамъ. | Начертить окружность круга и провести ея діаметръ. | Начертить окружность круга, взять въ немъ хорду, не проходящую черезъ центръ, и черезъ середину этой хорды провести перпендикуляръ къ этой хордѣ. | Черезъ три точки, не лежащія на одной прямой, провести окружность круга. | Начертить три концентрическія окружности. | Черезъ точку данной окружности провести прямую, касательную къ этой окружности.

199а. Начертить конечную прямую, взять внѣ ея точку, но не надъ ея серединой, а приблизительно надъ ея концомъ; принять другой конецъ ея за центръ и провести черезъ взятую точку окружность; принять еще одну точку данной прямой за центръ и провести другую окружность черезъ точку, взятую ранѣе внѣ прямой; соединить точки пересѣченія прямою. | Будетъ ли эта послѣдняя прямая перпендикулярна къ данной прямой, или не будетъ?



Къ № 199а.

Взять конечную прямую и внѣ ея такую точку, чтобы она лежала надъ продолженіемъ конечной прямой и, не продолжая этой послѣдней, провести прямую, перпендикулярную къ данной конечной прямой, изъ данной внѣ ея точки.

Разрѣшить послѣднія задачи по нѣскольку разъ.

199б. Начертить двѣ не одинаковыя конечныя прямыя линіи и найти ихъ общую наибольшую мѣру. | Начертить двѣ не одинаковыхъ дуги окружности одного и того же круга и найти ихъ общую наибольшую мѣру. | Начертить два одинаковыхъ угла. | Начертить уголъ, равный данному. | Начертить два не одинаковыхъ угла и найти ихъ общую наибольшую мѣру.

Начертить окружность круга и раздѣлить ее на четыре одинаковыя части. | Раздѣлить окружность круга на шесть одинаковыхъ частей. (Намекъ: начертить „колесо“ съ шестью спицами или „розетку“ съ шестью лепестками!)

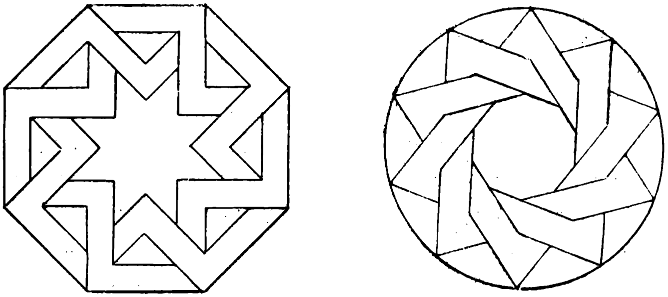
Раздѣлить прямой уголъ на три одинаковыя части.

Раздѣлить конечную прямую на двѣ симметричныя части. | Раздѣлить уголъ на двѣ симметричныя части. | Раздѣлить окружность круга на двѣ симметричныя части. | Какая прямая будетъ осью симметріи? | Сколько осей симметріи у окружности круга?

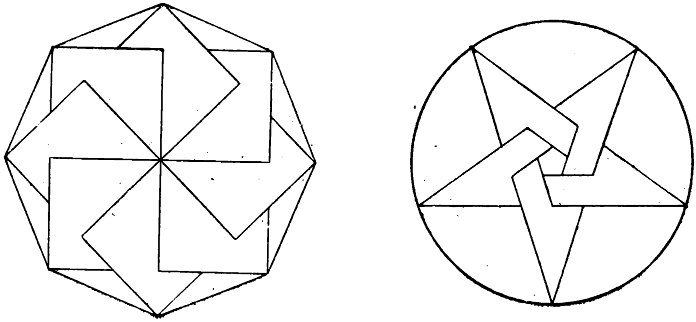
199в. Начертить какую-нибудь окружность; ея радіусъ отложить на какомъ-нибудь отдѣльномъ лучѣ и съ отложеннымъ отрѣзкомъ поступить слѣдующимъ образомъ: обозначить начало его буквою *A*, а конецъ — буквою *B*; изъ точки *B* возставить перпендикуляръ къ прямой *AB*; на этомъ перпендикулярѣ отложить отъ точки *B* отрѣзокъ, равный прямой *AB*; конецъ отрѣзка обозначить буквою *C*; отрѣзокъ *BC* раздѣлить пополамъ, у середины его поставить букву *D*; принять точку *D* за центръ, а прямую *DB* или *DC* за радіусъ, и этимъ радіусомъ внутри прямого угла, котораго вершиной служитъ точка *B*, а сторонами прямыя *BC* и *BA*, описать полуокружность; соединить точку *A* съ точкою *D* прямою *AD*, и точку пересѣченія этой прямой съ полуокружностью обозначить буквою *E*; прямую *AE* принять за хорду круга, первоначально начерченнаго, и узнать, сколько разъ дуга, стягиваемая этой хордой, умѣщается во всей окружности первоначальнаго круга. | Если чертежъ выполненъ вѣрно, то дуга, стягиваемая хордою, построенною указаннымъ выше образомъ, должна содержаться въ окружности круга ровно 10 разъ. | Выполнить чертежъ въ родѣ вышеописаннаго нѣсколько разъ и провѣрить, содержится ли полученная дуга въ своей окружности ровно 10 разъ.

199г. Начертить три окружности, раздѣлить каждую на 10 одинаковыхъ частей, перенумеровать точки дѣленія и выполнить слѣдующіе чертежи: въ одной окружности соединить 1-ую точку со 2-ою, 2-ую съ 3-ею и т. д.; 2) во второй окружности 1-ую точку соединить съ 3-ею, 3-ю съ 5-ою, 5-ую съ 7-ою и т. д.; 3) въ третьей окружности 1-ую точку соединить съ 4-ою, 4-ую съ 7-ою и т. д. (все черезъ двѣ).

Начертить чертежи въ родѣ слѣдующихъ.



Къ № 199г.



Къ № 199г.

Начертить полуокружность и ея діаметръ, изъ центра провести радіусъ, перпендикулярный къ діаметру; раздѣлить этотъ радіусъ пополамъ, средину его принять за центръ и радіусомъ, равнымъ половинѣ радіуса полуокружности, начертить внутри одного изъ прямыхъ угловъ полуокружность, а центръ этой полуокружности соединить прямою съ концомъ второй стороны прямого угла; отъ этого конца провести въ первой окружности хорду, равную той части проведенной прямой, которая лежитъ между второю полуокружностью и концомъ перпендикулярнаго радіуса.

Выполнить тотъ же чертежъ нѣсколько разъ. | Если дуга хорды, найденной такимъ образомъ, умѣщается въ первоначальной окружности ровно 10 разъ, т.-е. въ полуокружности ровно пять разъ, то сдѣланный чертежъ выполненъ аккуратно и хорошо; въ противномъ случаѣ, онъ выполненъ небрежно или недостаточно хорошо.

Начертить полуокружность съ ея діаметромъ и раздѣлить эту полуокружность на 5 одинаковыхъ частей, затѣмъ каждую изъ этихъ частей пополамъ, а каждую изъ вновь полученныхъ частей полуокружности—снова пополамъ. | По скольку градусовъ будетъ содержаться въ каждой изъ полученныхъ такимъ образомъ частей полуокружности?

Начертить на отдѣльномъ листѣ бумаги и изготовить изъ него транспортиръ, въ которомъ дуга раздѣлена на одинаковыя части по девяти градусовъ въ каждой.

Раздѣлить полуокружность на 20 одинаковыхъ частей, съ помощью линейки и циркуля; принять одинъ изъ концовъ полуокружности за начало, отложить на ней треть полуокружности и отдать себѣ отчетъ въ томъ: а) куда попадетъ второй конецъ первой трети полуокружности, и б) на какія двѣ части раздѣлится при этомъ то дѣленіе окружности, на которое попалъ конецъ первой части полуокружности. (Намекъ: хорда шестой доли окружности равна радіусу этой окружности, а въ шестой долѣ окружности 60^0).

Раздѣлить полуокружность, съ помощью линейки и циркуля, на 60 одинаковыхъ частей. | Начертить на отдѣльномъ листкѣ бумаги полуокружность, раздѣлить ее, съ помощью линейки и циркуля, на 60 одинаковыхъ частей и изготовить изъ этого листка бумаги транспортиръ, дуга котораго была бы раздѣлена на 60 одинаковыхъ частей по 3^0 въ каждой части.

Замѣтьте: пользуясь только линейкой и циркулемъ, раздѣлить шестидесятую долю полуокружности на три одинаковыхъ части (т.-е. на градусы) невозможно; это не потому невозможно, что доля эта слишкомъ мала, а потому, что вообще угла въ 3^0, какъ и безчисленнаго множества другихъ угловъ, невозможно раздѣлить на три одинаковыя части, пользуясь только линейкой и циркулемъ. Поэтому приготовить транспортиръ, съ раздѣленіемъ на 180 градусовъ, мы можемъ только по глазомѣру.

199г. Раскройте ножницы такъ, чтобы лезвея обѣихъ ножекъ образовали уголъ въ 20°, въ 25°, въ 30° и т. д. и съ помощью транспортира опредѣлите, какъ великъ наибольшій уголъ, который могутъ образовать лезвея ножницъ. | Положите линейку на столъ, отмѣтьте ея положеніе и передвиньте линейку такъ, чтобы новое ея положеніе образовало съ прежнимъ уголъ въ 60°. | Положите очиненный карандашъ сначала остреемъ направо, а затѣмъ поверните его вокругъ неочиненнаго конца такъ, чтобы острее оказалось обращеннымъ налѣво, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, на какой уголъ вы повернули карандашъ. | Возьмите карандашъ въ руки такъ, какъ будто вы собираетесь писать, и обратите вниманіе на то, какіе приблизительно углы карандашъ образуетъ съ ногтевымъ суставомъ большого пальца и какіе — съ ногтевымъ суставомъ пальца указательнаго. | Положите ладонь руки на столъ, раздвиньте указательный и средній пальцы по возможности далеко и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какъ великъ приблизительно уголъ, образуемый этими пальцами въ этомъ случаѣ.

200. Начертить двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя; внутри одного прямого угла начертить окружность круга; взять на ней какую-либо хорду и начертить въ одномъ изъ смежныхъ съ нимъ прямыхъ угловъ симметричную фигуру, а въ остальныхъ двухъ прямыхъ углахъ—фигуры соотвѣтственно симметричныя, принимая стороны угловъ за оси симметріи.

Разсмотрѣть орнаменты № 198 и разобраться въ томъ, есть ли у нихъ оси симметріи и, если есть, то сколько ихъ въ каждомъ орнаментѣ.

То же самое сдѣлать съ орнаментами № 192а.

Начертить какой-нибудь орнаментъ изъ №№ 192а, или 198, провести внѣ его прямую, перпендикулярную къ одной изъ его осей симметріи, начертить фигуру, симметричную къ этому орнаменту по отношенію къ проведенной оси симметріи.

200а. Начертить окружность круга, провести одинъ радіусъ ея, продолжить его по направленію отъ центра къ концу его; на этомъ продолженіи взять точку, ее принять за центръ, а отрѣзокъ между ней и концомъ продолженнаго радіуса — за радіусъ нѣкоторой другой окружности и начертить эту послѣднюю. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько общихъ точекъ у обѣихъ окружностей.

Начертить окружность круга, провести одинъ ея радіусъ, на немъ взять точку, ее принять за центръ, а отрѣзокъ между нею и концомъ радіуса—за радіусъ второй окружности и начертить эту послѣднюю. | Разобраться въ томъ, сколько общихъ точекъ у обѣихъ окружностей.

Обѣ задачи этого нумера разрѣшить по нѣскольку разъ.

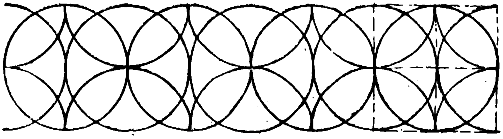
Начертить окружность круга, внѣ ея взять въ той же плоскости точку, соединить эту точку съ нѣкоторыми точками окружности круга; разобраться въ томъ, одинаковы ли разстоянія между этой точкой и точками окружности, и въ томъ: а) какая точка окружности ближе всѣхъ остальныхъ къ точкѣ, взятой внѣ окружности; б) какая точка окружности дальше остальныхъ отстоитъ отъ точки, взятой внѣ круга. | Разстояніе между точкой и ближайшей къ ней точкой окружности называется разстояніемъ между точкой и окружностью.

Начертить окружность и взять внутри ея точку, не совпадающую съ центромъ, соединить эту точку съ нѣкоторыми точками окружности и разобраться въ вопросахъ, подобныхъ вопросамъ предыдущей задачи.

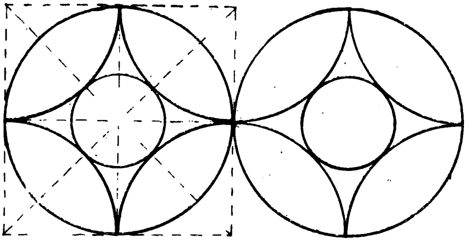
200б. Начертить такія двѣ касательныя одна къ другой окружности: а) чтобы каждая изъ нихъ лежала внѣ другой; б) чтобы вторая изъ нихъ лежала внутри первой, и в) чтобы первая изъ нихъ лежала внутри второй.

Начертить три окружности, касательныя другъ къ другу въ одной и той же точкѣ касанія.

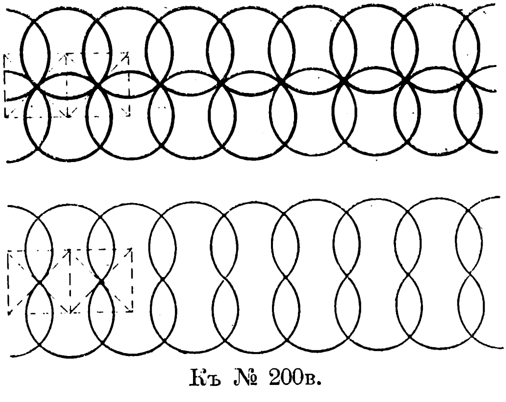
200в. Начертите орнаменты этого нумера, при чемъ можете сначала пользоваться бумагой, раздѣленной на квадратики, потомъ — просто линованной, наконецъ, бумагой нелинованной.



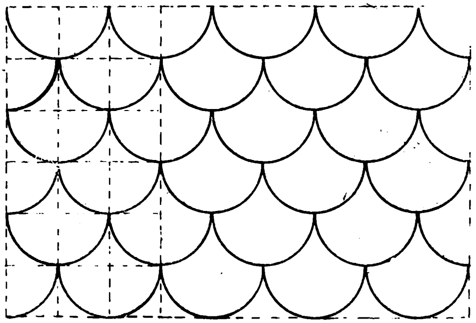
Къ № 200в.



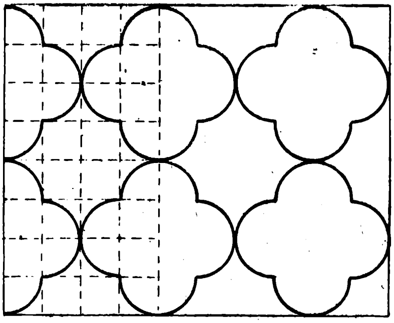
Къ № 200в.



Къ № 200в.



Къ № 200в.



Къ № 200в.

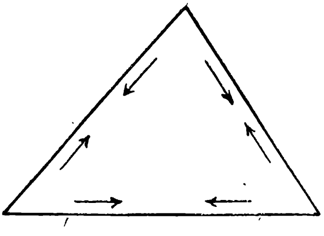
200г. Начертить прямую, на ней взять точку, принять послѣднюю за центръ полуокружности, концы которой лежатъ на этой прямой; на продолженіи этой же прямой взять точку и радіусомъ, равнымъ ея разстоянію отъ ближайшаго къ ней конца діаметра, начертить полуокружность по другую сторону прямой. Перечертите „купола“ изъ № 148в.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Треугольники, параллельныя прямыя и многоугольники.

§ 3. Треугольники, ихъ элементы, равенство и подобіе.

203. Взять на плоскости три точки, не лежащія на одной прямой, провести черезъ нихъ прямыя линіи и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія части раздѣлилась плоскость. | Заштриховать или зачернить ту часть плоскости, которая ограничена конечными прямыми, заключенными между взятыми тремя точками. | Взять на плоскости двѣ точки, а внѣ прямой, которую можно провести черезъ нихъ, еще одну точку, соединить первую точку со второю, первую—съ третьею и вторую — съ третьею. | Не обращая вниманія на направленія этихъ конечныхъ прямыхъ, отдать себѣ отчетъ въ томъ, какую часть плоскости выдѣляютъ эти три конечныя прямыя изъ всей плоскости. | Выдѣленная этими тремя прямыми изъ плоскости фигура называется треугольникомъ.



Къ № 203.

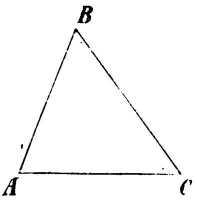
Замѣтьте: когда говорятъ о треугольникѣ, то считаютъ, что прямыя, ограничивающія эту фигуру, можно взять въ любомъ направленіи, а когда говорятъ объ углѣ треугольника, то считаютъ, что уголъ образованъ двумя прямыми, выходящими изъ вершин треугольника, причемъ имѣютъ въ виду тотъ, которы меньше 180°. См. замѣчаніе къ 186б.

203а. Начертите какой-нибудь треугольникъ, обозначьте вершины его угловъ по порядку буквами *A* *B* и *C* и запишите, какія прямыя линіи—его стороны какіе углы—его углы, какія точки—его вершины.

Замѣтьте: можно записать, что углы *A*, *B* и *C* — углы треугольника; но уголъ обозначается и такъ:

уголъ *A* — буквами (*AC*, *AB*),
B — (*BA*, *BC*)
и „ *C* — (*CB*, *CA*),

при чемъ въ скобки заключаютъ обозначеніе двух прямыхъ линій, образующихъ этотъ уголъ, и раньш записываютъ ту прямую, отъ которой считая, угол получаетъ направленіе, обратное направленію часово стрѣлки. — Чаще уголъ обозначаютъ тремя буквами: буква, стоящая у вершины угла, должна занимать непремѣнно среднее мѣсто; иногда первое мѣст отводятъ буквѣ, стоящей у той стороны, идя отъ которой уголъ получаетъ направленіе, обратное направленію часовой стрѣлки; такъ, въ нашемъ треугольникѣ



Къ № 203а.

уголъ *A* обозначается такъ: $\angle CAB$
B $\angle ABC$
C $\angle BCA$.

Но чаще всего не обращаютъ вниманія на то, какъ взяты крайнія буквы.

203б. Начертить какой - нибудь треугольникъ, обозначить его вершины буквами *A*, *B* и *C* и записать, какая сторона противолежитъ углу *A*, какая — углу *B*, и какая—углу *C*, а также, какой уголъ противолежитъ сторонѣ *AB*, какой—сторонѣ *BC* и какой—сторонѣ *AC*.

Замѣтьте: стороны и углы треугольника иногда называются элементами этого треугольника.

203в. Начертить уголъ, меньшій, чѣмъ 180°, взять на сторонахъ его по одной точкѣ и соединить эти двѣ точки прямою линіей. | Какая получится фигура? (Треугольникъ, у котораго двѣ стороны продолжены). | Начертить острый или тупой уголъ, отъ вершины его отложить на сторонахъ его равные отрѣзки и соединить концы этихъ двухъ прямыхъ. | Изъ точки на плоскости провести, не въ прямо - противоположныхъ направленіяхъ и не въ одномъ и томъ же направленіи, двѣ одинаковыя конечныя прямыя и соединить ихъ концы прямою. | Изъ точки на плоскости провести двѣ одинаковыя конечныя прямыя, образующія тупой уголъ, и соединить ихъ концы прямою. | Изъ точки на плоскости провести двѣ взаимно - перпендикулярныя прямыя одинаковой длины и соединить ихъ концы прямою.

Замѣтьте: если двѣ стороны даннаго треугольника равны между собою, то такой треугольникъ называется равнобедреннымъ.

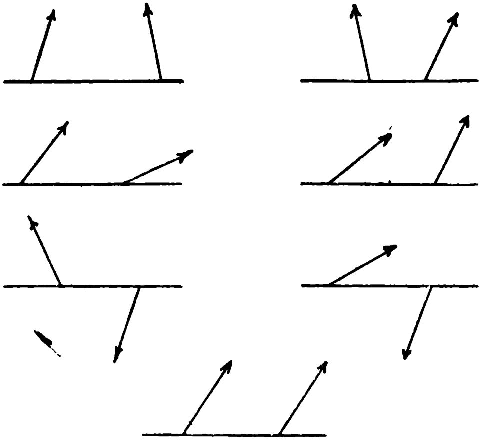
205. Начертить нѣсколько равнобедренныхъ треугольниковъ.

205а. Обозначить вершины начерченныхъ треугольниковъ по порядку буквами A, B, C, D, E и т. д.; обращая вниманіе на направленіе угловъ, записать, какіе у треугольника элементы, слѣдующимъ образомъ (чертежъ къ № 203а):

Элементы $\triangle ABCA$: AB, AC и BC—стороны; $\angle ABC$, $\angle BCA$ и $\angle CAB$—углы.

205б. Въ нѣкоторыхъ треугольникахъ № 205 есть особенности; записать для нѣкоторыхъ изъ нихъ тѣ особенности, которыя отмѣчены въ задачѣ подъ № 205: если указано, что какія-нибудь двѣ стороны равны между собою, то записать, что такая-то прямая равна такой-то; если указано, что какой-нибудь уголъ—прямой (или острый или тупой), записать, что такой-то уголъ прямой, и т. п.

205в. Выполнить чертежъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру и продолжить тѣ прямыя въ указанныхъ стрѣлками направленіяхъ, которыя, по достаточномъ ихъ продолженіи, дадутъ треугольники.



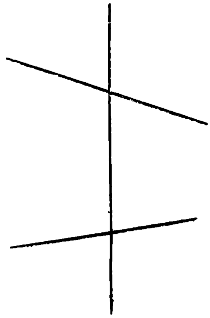
Къ № 205в.

Выполнить еще одинъ чертежъ того же рода, но направленій прямыхъ не обозначать, а затѣмъ во всѣхъ чертежахъ продолжить прямыя въ такихъ направленіяхъ, чтобы получились треугольники. | Выполнить нѣсколько чертежей этого рода.

Замѣтьте: не всякія три прямыя линіи въ плоскости, взятыя въ опредѣленныхъ направленіяхъ, даютъ треугольники по продолженіи прямыхъ въ этихъ направленіяхъ.

205г. Взять три вязальныя спицы или три карандаша и съ ихъ помощью, положивъ ихъ на плоскость, отдать себѣ отчетъ въ томъ, что, передвигая даже только одну спицу (или карандашъ), можно получить безчисленное множество треугольниковъ. | Сдѣлать опытъ того же рода, приводя въ движеніе только двѣ спицы, а затѣмъ — приводя въ движеніе всѣ три.

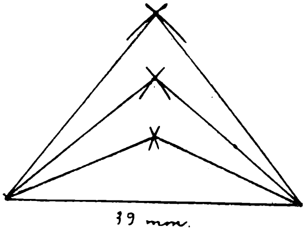
205д. Кто-то выполнилъ чертежъ этого нумера; выполните чертежъ въ томъ же родѣ; но вы не знаете направленій этихъ прямыхъ; вы имѣете право продолжить каждую изъ этихъ прямыхъ въ какомъ вамъ угодно направленіи; много ли вы можете при этомъ получить треугольниковъ? | Начертите тотъ треугольникъ, который вы можете при этомъ получить, обозначьте его вершины буквами и запишите всѣ элементы этого треугольника.



Къ № 205д.

209. Начертить равнобедренные треугольники, въ которыхъ одинаковыя стороны равны 20 мм., а углы, образованные въ каждомъ треугольникѣ ихъ одинаковыми сторонами, равны по порядку: 90°, 45°, 135° и 60°.

Выполните чертежи въ родѣ требуемыхъ въ предыдущей задачѣ, въ которыхъ одинаковыя стороны содержатъ по 36 мм., и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, много ли можно начертить отдѣльныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ, въ которыхъ одна сторона равна 39 мм., а остальныя стороны подчинены только тому условію, что въ каждомъ треугольникѣ онѣ равны между собою.



Къ № 209.

Выполните чертежъ, относящійся къ этому нумеру, и разберитесь въ томъ, много ли можно начертить равнобедренныхъ треугольниковъ, въ которыхъ одна сторона равна 40 мм.

209а. Начертить нѣсколько одинаковыхъ угловъ; на сторонахъ ихъ, отъ ихъ вершинъ, отложить равные отрѣзки и соединить концы отрѣзковъ, отложенныхъ на сторонахъ одного и того же угла. | Какія получатся фигуры?

Замѣтьте: если данный треугольникъ равнобедренный, то одинаковыя стороны его называются иногда боковыми, третья сторона—основаніемъ равнобедреннаго треугольника, а уголъ, противолежащій основанію, — угломъ при вершинѣ равнобедреннаго треугольника.

210. Начертить два равнобедренныхъ треугольника, у которыхъ основанія равны между собою и одинаковыя стороны треугольника перваго порознь равны одинаковымъ сторонами второго. | Начертить такіе же два равнобедренныхъ треугольника на отдѣльныхъ бумажкахъ, вырѣзать ихъ и наложить одинъ изъ нихъ на другой такъ, чтобы первый треугольникъ покрылъ другой вполнѣ. | Сдѣлать то же самое на двусторонней цвѣтной бумагѣ и сложить эти треугольники сначала лицомъ другъ къ другу, затѣмъ—изнанкой другъ къ другу и, наконецъ, одинъ лицомъ къ изнанкѣ другого. | Если нѣтъ цвѣтной бумаги, то отмѣтить лицо и изнанку словами и продѣлать то же самое.

Начертить равнобедренный треугольникъ на отдѣльной бумажкѣ, одинъ изъ угловъ при основаніи отмѣтить буквой *п* (правый), а другой — буквой *л* (лѣвый); вырѣзать аккуратно этотъ треугольникъ изъ бумаги, на тетради аккуратно обвести этотъ треугольникъ карандашомъ и, снявши вырѣзанный изъ бумаги треугольникъ съ нарисованнаго, отмѣтить въ послѣднемъ углы при основаніи тѣми же двумя буквами *п* и *л;* далѣе перевернуть вырѣзанный треугольникъ лицомъ внизъ, затѣмъ наложить его на треугольникъ, нарисованный въ тетради и съ нимъ тожественный, до полнаго ихъ совмѣщенія (или, что то же, до совпаденія) и разобраться въ томъ, совмѣщаются ли лѣвый уголъ при основаніи съ правымъ, или нѣтъ.

Замѣтьте: если въ треугольникѣ двѣ стороны одинаковы, т.-е. если онъ равнобедренный, то углы при его основаніи одинаковы.

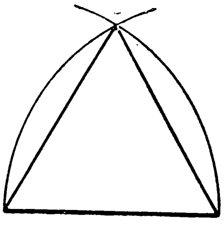
210а. Начертить на отдѣльной бумажкѣ равнобедренный треугольникъ, опустить изъ его вершины перпендикуляръ на его основаніе, сложить бумажку такъ, чтобы сгибъ пришелся какъ разъ по этому перпендикуляру и на свѣтъ посмотрѣть, совмѣстились ли при этомъ одинаковыя стороны треугольника и совмѣстились ли, или не совмѣстились, углы при основаніи.

Замѣтьте: если изъ вершины равнобедреннаго треугольника опустить на его основаніе перпендикуляръ, то перпендикуляръ этотъ раздѣляетъ треугольникъ на два симметричныхъ треугольника.

210б. Начертите нѣсколько такихъ треугольниковъ, въ каждомъ изъ которыхъ два острыхъ угла были бы равны между собою, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, равнобедренные ли это треугольники, или нѣтъ, и есть ли у каждаго изъ нихъ ось симметріи.

Замѣтьте: если въ треугольникѣ два угла равны между собою, то этотъ треугольникъ равнобедренный.

213. Начертить конечную прямую, принять ея концы за центры, а эту прямую за радіусъ, и сдѣлать по одну ея сторону засѣчку этимъ радіусомъ; точку пересѣченія дугъ этой засѣчки соединить съ концами данной прямой. | Какія стороны этого треугольника равны между собою?



Къ № 213.

Замѣтьте: если въ треугольникѣ всѣ три стороны равны между собою, то и такой треугольникъ можно называть равнобедреннымъ, потому что въ немъ двѣ стороны тоже равны между собою, а третью сторону можно называть его основаніемъ; но такой треугольникъ называютъ также равностороннимъ

213а. Начертить какой-нибудь равносторонній треугольникъ. | Начертить какой-нибудь равносторонні треугольникъ на отдѣльной бумажкѣ и сложить ег пополамъ. | Начертить равносторонній треугольник на отдѣльной бумажкѣ и отдать себѣ отчетъ въ томъ по одной ли прямой, или болѣе, чѣмъ по одной прямой можно сложить этотъ треугольникъ пополамъ.

Начертить въ тетради равносторонній треугольник и изъ одной его вершины опустить перпендикуляр на противолежащую сторону. | Раздѣлился ли треугольникъ на два симметричныхъ треугольника?

Замѣтьте: о перпендикулярѣ, опущенномъ из вершины всякаго равнобедреннаго (стало-быть, и равносторонняго) треугольника на его основаніе, говорятъ что онъ представляетъ собою ось симметрі этого треугольника.

213б. Начертить равнобедренный треугольникъ и ось его симметріи. | Начертить равносторонній треугольникъ и оси его симметріи.

Начертить равнобедренный треугольникъ, въ которомъ основаніе меньше каждой изъ его боковыхъ сторонъ. | Сколько у него осей симметріи? | Начертит равнобедренный треугольникъ, въ которомъ основані больше каждой изъ боковыхъ сторонъ треугольника. Сколько у него осей симметріи? | Начертить равнобедренный треугольникъ, въ которомъ основаніе равн каждой изъ боковыхъ его сторонъ, и его ось симметріи. | Сколько осей симметріи у равносторонняго треугольника?

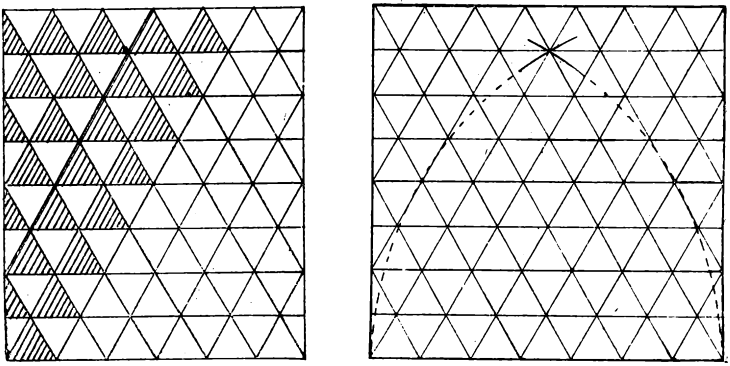
Замѣтьте: у равносторонняго треугольника тр оси симметріи; въ равностороннемъ треугольникѣ вс три угла равны между собою.

213в. Начертить нѣсколько равностороннихъ треугольниковъ съ одинаковыми сторонами во всѣхъ треугольникахъ. | Начертить нѣсколько равностороннихъ треугольниковъ, которые отличались бы одинъ отъ другого своими сторонами. | Начертить два „совмѣстимыхъ“ равностороннихъ треугольника. | Начертить два несовмѣстимыхъ равностороннихъ треугольника. Похожи ли эти послѣдніе два треугольника одинъ на другой своей „формой“, или не похожи?

213г. Начертить окружность какого-нибудь круга; одну изъ точекъ на этой окружности принять за центръ, а радіусъ ея—за радіусъ другой окружности, и начертить эту вторую окружность цѣликомъ; первую точку пересѣченія этихъ двухъ окружностей принять за центръ, а радіусъ ихъ — за радіусъ третьей окружности; три точки взаимнаго внутренняго пересѣченія этихъ трехъ окружностей соединить прямыми линіями.

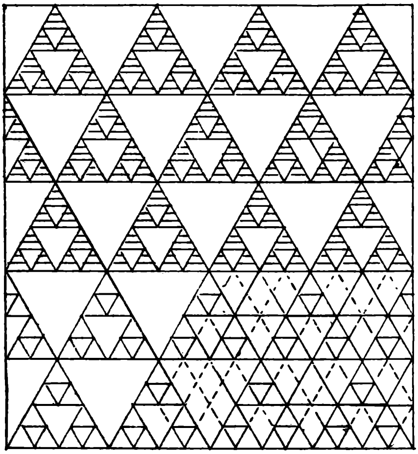
213д. Еще разъ выполнить чертежъ предыдущаго нумера, соединить всѣ точки пересѣченія окружностей прямыми и разобраться въ томъ, какіе при этомъ получились треугольники.

214. Начертить равносторонніе треугольники по слѣдующимъ даннымъ: сторона перваго равна 15 мм.

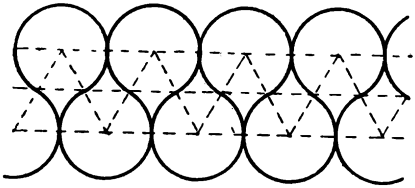


Къ № 214.

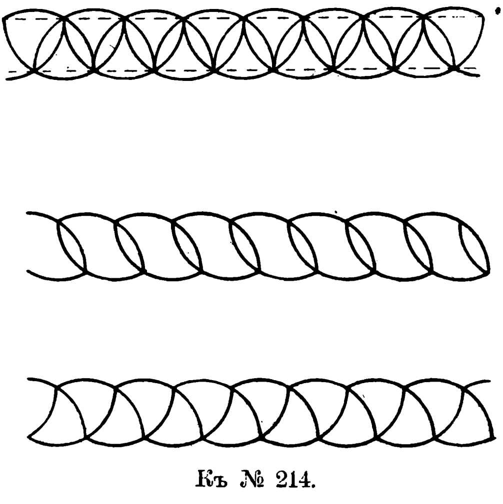
сторона второго—20 мм. сторона третьяго — 30 мм. | Обратить вниманіе на то, одинаковы ли ихъ углы.



Къ № 214.



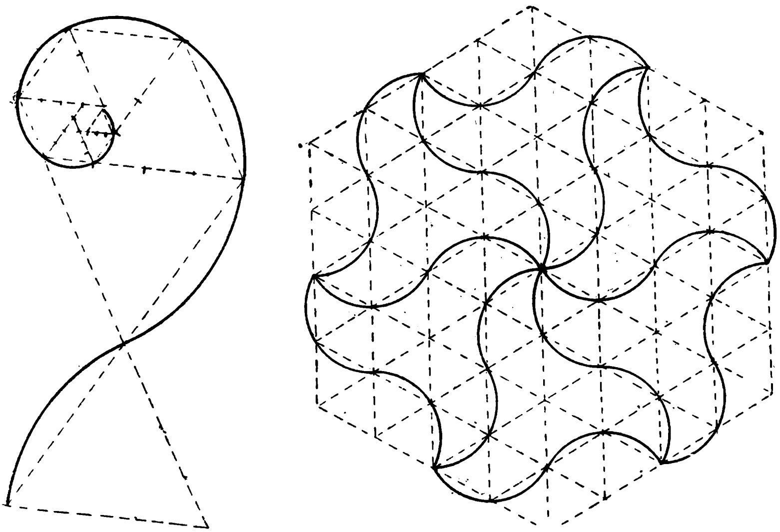
Къ № 214.



Къ № 214.

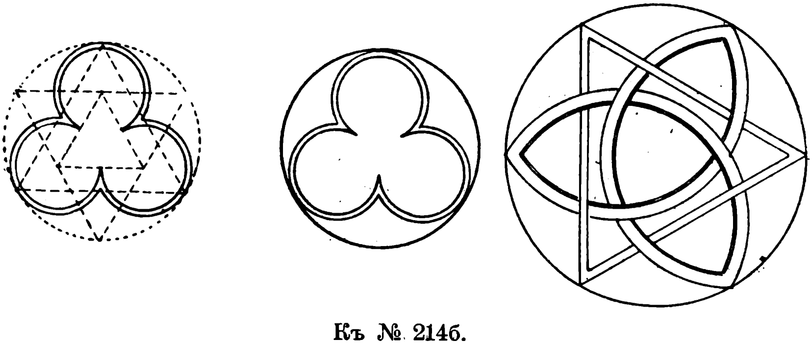
Перечертить орнаменты (заштрихованное можно аккуратно зачернить), въ которыхъ главное—равносторонніе треугольники.

214а. Перечертить слѣдующіе чертежи и орнаменты, начиная чертежъ снизу.



Къ № 214а.

214б. Начертить орнаменты, относящіеся къ этому нумеру.



Къ № 214б.

216. Взять конечную прямую, принять одинъ ея конецъ за центръ, и радіусомъ, бóльшимъ, чѣмъ эта прямая, начертить дугу; принять другой конецъ прямой за центръ, сдѣлать еще бóльшимъ радіусомъ засѣчку на первой дугѣ и соединить прямыми точку пересѣченія дугъ этой засѣчки съ концами прямой. | Получится треугольникъ. | Равны ли между собою какія-либо стороны этого треугольника?

Замѣтьте: если въ треугольникѣ всѣ три стороны разныя, то такой треугольникъ называютъ разностороннимъ.

216а. Начертить какой-нибудь разносторонній треугольникъ и три такихъ равностороннихъ, въ которыхъ сторона одного равна одной сторонѣ начерченнаго ранѣе разносторонняго треугольника, сторона другого—другой сторонѣ этого разносторонняго треугольника, а сторона третьяго — третьей его сторонѣ.

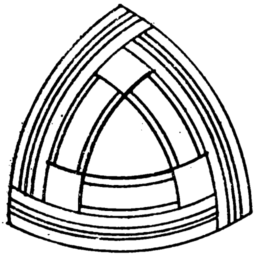
Начертить какой-нибудь разносторонній треугольникъ на отдѣльной бумажкѣ; изъ какой-нибудь его вершины опустить перпендикуляръ на противолежащую сторону; принять этотъ перпендикуляръ за ось вращенія и сложить треугольникъ по этой оси такъ, чтобы одна часть его попала на другую; обратить вниманіе на то, что этотъ перпендикуляръ не является осью симметріи начерченнаго треугольника. | Тотъ же опытъ сдѣлать съ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ другой вершины на противолежащую ей сторону, и съ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ третьей вершины на противолежащую сторону.

Замѣтьте: у разносторонняго треугольника нѣтъ осей симметріи.

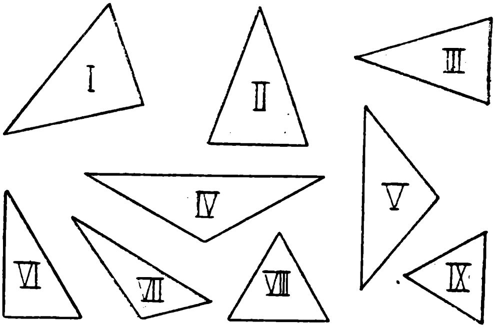
218. Не перечерчивая чертежа, относящагося къ этому нумеру, съ помощью масштаба (мѣрительной линейки) разобраться въ томъ и записать, какіе изъ начерченныхъ на немъ треугольниковъ равнобедренные, какіе — равносторонніе и какіе — разносторонніе.

при этомъ равносторонніе треугольники включить также въ число равнобедренныхъ, потому что всякій равносторонній треугольникъ, въ то же время и равнобедренный.

219. Начертить нѣсколько одинаковыхъ угловъ; первый изъ нихъ сдѣлать угломъ равнобедреннаго треугольника, заключеннымъ между одинаковыми сторонами этого треугольника, второй—угломъ, тоже противолежащимъ основанію равнобедреннаго треугольника, одинаковыя стороны котораго вдвое меньше одинаковыхъ сторонъ перваго треугольника, третій угломъ, противолежащимъ основанію равнобедреннаго треугольника, котораго одинаковыя стороны вдвое меньше одинаковыхъ сторонъ перваго треугольника, и т. д. | Похожи ли эти треугольники одинъ на другой?



Къ № 214б.



Къ № 218.

220. Начертить прямую линію, взять на ней двѣ точки, отрѣзокъ между ними раздѣлить пополамъ; черезъ точку дѣленія провести прямую, перпендикулярную къ первой прямой, изъ первыхъ двухъ точекъ провести два луча, симметричныхъ по отношенію къ перпендикуляру, и продолжить эти лучи до ихъ взаимнаго пересѣченія.

Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на нее перпендикуляръ и провести двѣ симметричныя, по отношенію къ этому перпендикуляру, наклонныя. | Получится ли при этомъ равнобедренный треугольникъ или не получится?

Начертить окружность круга, взять на ней двѣ точки, не лежащія съ центромъ на одной прямой, соединить ихъ одну съ другою и каждую съ центромъ. Получится ли при этомъ равнобедренный треугольникъ?

Начертить окружность круга, раздѣлить ее на шесть одинаковыхъ частей, перенумеровать точки дѣленія, начиная съ какой-нибудь изъ нихъ, послѣдовательно цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и 6; соединить первую точку съ третьей, третью—съ пятой, и пятую—съ первой, и разобраться въ томъ, какой получится треугольникъ: равносторонній или разносторонній?

Выполнить еще одинъ чертежъ такой же, какъ предыдущій, соединить, кромѣ того, вторую точку съ четвертой, четвертую—съ шестой, и шестую—со второю, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько при этомъ получилось всего равностороннихъ треугольниковъ, какая еще фигура получилась внутри начерченной фигуры и какъ расположены стороны этой фигуры.

220а. Начертить на отдѣльныхъ бумажкахъ два одинаковыхъ угла, на сторонахъ этихъ угловъ отъ вершинъ ихъ отложить одинъ и тотъ же отрѣзокъ и концы отрѣзковъ, отложенныхъ на сторонахъ одного и того же угла, соединить прямою линіей, и сложить эти бумажки такъ, чтобы на свѣтъ можно было убѣдиться въ томъ, что эти треугольники могутъ быть совмѣщены и лицомъ къ лицу, и изнанкой къ изнанкѣ, и лицомъ къ изнанкѣ.

Замѣтьте: если уголъ при вершинѣ одного равнобедреннаго треугольника равенъ углу при вершинѣ другого равнобедреннаго треугольника и если боковая сторона перваго треугольника равна боковой сторонѣ другого треугольника, то эти два равнобедренныхъ треугольника совмѣстимы или, какъ говорятъ въ такихъ случаяхъ, равны между собою.

220б. Начертить равносторонній треугольникъ и другой треугольникъ съ тѣми же сторонами, на отдѣльныхъ листкахъ бумаги, и разобраться въ томъ, совмѣстимы эти треугольники или несовмѣстимы, и осуществить это совмѣщеніе всѣми возможными способами. | Сколько этихъ способовъ? (Намекъ: чтобы легче рѣшить этотъ послѣдній вопросъ, начертить стороны каждаго треугольника цвѣтными карандашами или перенумеровать ихъ цифрами 1, 2 и 3.)

220в. Начертите окружность круга и такой равносторонній треугольникъ, котораго вершины лежали бы на этой окружности; начертите еще одну окружность тѣмъ же радіусомъ и такой равносторонній треугольникъ, котораго вершины лежали бы на окружности второго круга; отдайте себѣ отчетъ въ томъ, совмѣстимы ли эти два треугольника, или нѣтъ.

220г. Начертите разными радіусами двѣ окружности, раздѣлите каждую изъ нихъ на три одинаковыя части, соедините точки дѣленія въ каждой окружности прямыми и разберитесь въ томъ, совершенно ли похожи получившіеся равносторонніе треугольники, или нѣтъ?

Замѣтьте: всѣ круги совершенно похожи другъ на друга и могутъ отличаться только величиною своихъ радіусовъ и своей величиной одинъ отъ другого, но не формою; всѣ равносторонніе треугольники совершенно похожи другъ на друга и могутъ отличаться одинъ отъ другого тоже только величиною своихъ сторонъ и своей величиной, но не формой.

220д. На прямой линіи постройте острый уголъ; на той же прямой постройте такой же острый, принявъ другую точку прямой за вершину угла, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какъ должны лежать эти углы для того, чтобы образовался равнобедренный треугольникъ: по одну ли сторону прямой или по разныя ея стороны?

Взять прямую, изъ точки на ней провести лучъ, который образовалъ бы съ этою прямою линіей острый уголъ; на той же прямой взять точку и изъ нея провести подъ такимъ же къ ней острымъ угломъ, по ту же сторону прямой, еще одинъ лучъ, который пересѣкъ бы первый лучъ въ нѣкоторой точкѣ. | Изъ двухъ точекъ данной прямой по одну ея сторону провести по лучу такъ, чтобы эти лучи не пересѣклись. | Изъ двухъ точекъ прямой провести по одну ея сторону по лучу такъ, чтобы каждый лучъ образовалъ съ прямой одинъ острый уголъ, чтобы оба луча по эту сторону прямой не пересѣклись, но чтобы ихъ продолженія, лежащія по другую сторону прямой, образовали треугольникъ. | Равны ли два угла этого треугольника между собою или не равны? | Равнобедренный ли получился треугольникъ или не равнобедренный?

Изъ двухъ точекъ данной прямой возставить по перпендикуляру къ этой прямой; эти два перпендикуляра продолжить по обѣ стороны прямой какъ угодно далеко; получится ли при этомъ какой-нибудь треугольникъ по ту или по другую сторону прямой, или не получится?

220е. Построить, безъ помощи транспортира, равнобедренные треугольники по слѣдующимъ условіямъ:

боковая сторона	7 мм., уголъ	90°,
	11	60°,
	15	45°,
	30	30°,
	20	75°.

222. Построить прямой уголъ, на сторонахъ его взять по одной точкѣ и соединить эти двѣ точки прямою. | Построить тупой уголъ, на сторонахъ его взять по одной точкѣ и соединить ихъ прямою.

Замѣтьте: если въ треугольникѣ всѣ углы острые, то такой треугольникъ называютъ остроугольнымъ; если въ треугольникѣ одинъ уголъ—прямой, то такой треугольникъ называютъ прямоугольнымъ; если въ треугольникѣ одинъ уголъ—тупой, то такой треугольникъ называютъ тупоугольнымъ.

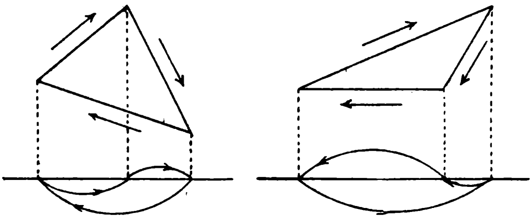
222а. Начертить равнобедренный прямоугольный треугольникъ. | Начертить равнобедренный тупоугольный треугольникъ. | Обратите вниманіе на то, какой уголъ образуютъ въ прямоугольномъ равнобедренномъ треугольникѣ тѣ двѣ стороны, которыя равны между собою. | Начертите на разныхъ бумажкахъ два не одинаковыхъ прямоугольныхъ равнобедренныхъ треугольника и разберитесь въ томъ, одинакова ли ихъ форма или не одинакова? | Можно ли на одинъ изъ нихъ смотрѣть, какъ на уменьшенное изображеніе другого? | Повѣсьте большій изъ нихъ на стѣнку вершиною прямого угла вверхъ, возьмите меньшій въ руки и вмѣстѣ съ нимъ въ рукахъ удалитесь отъ стѣны такъ далеко, чтобы висящій на стѣнѣ показался вамъ меньше.

223. Начертить прямоугольный треугольникъ, въ которомъ одна изъ сторонъ прямого угла равна 15 мм., а другая—12 мм. | Начертить прямоугольный треугольникъ, въ которомъ одна сторона прямого угла больше другой его стороны въ 3 раза. | Начертить треугольникъ съ нимъ совмѣстимый (ему равный), т.-е. совершенно такой же. | Начертить третій треугольникъ, одинаковый съ нимъ по формѣ, но съ меньшими сторонами.

224. Начертить тупоугольный треугольникъ, въ которомъ тупой уголъ содержитъ 135° (т.-е. равенъ полутора прямымъ угламъ), одна сторона тупого угла 15 мм., а другая вдвое больше. | Начертить тупоугольный треугольникъ, въ которомъ тупой уголъ равенъ 120°, одна изъ сторонъ тупого угла 20 мм., а другая вдвое меньше первой.

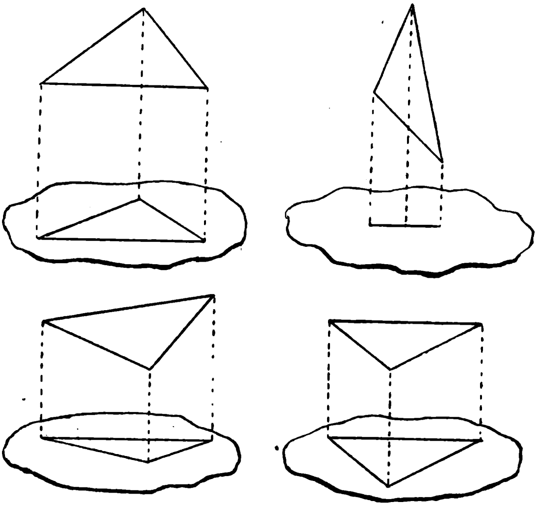
***225в.** Начертить въ плоскости треугольникъ, провести въ той же плоскости прямую и отмѣтить на ней проекціи сторонъ этого треугольника на эту прямую.

***226.** Начертить въ плоскости треугольникъ, провести въ той же плоскости прямую и отмѣтить проекціи сторонъ этого треугольника на эту прямую. Если считать, что стороны треугольника имѣютъ направленія, указанныя стрѣлками, то считаютъ, что и проекція каждой стороны имѣетъ „соотвѣтствующее“ направленіе. Пусть нѣкоторая точка движется по сторонѣ треугольника, начиная отъ какой-либо вершины, тогда проекція этой точки тоже будетъ двигаться. | Разобраться въ томъ, какъ именно. | Пусть совокупность всѣхъ трехъ сторонъ треугольника, „контуръ“ его, „обводъ“, образованъ движеніемъ точки, вышедшей изъ одной его вершины и возвратившейся въ прежнее свое мѣсто; разобраться въ томъ, какъ проекція этой точки на данную прямую двигалась по этой прямой (см. чертежъ). | Провести „контуръ“ треугольника въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки, отмѣтить на чертежѣ это направленіе стрѣлками и разобраться въ томъ, какъ двигалась по оси проекцій проекція той точки, которая описала контуръ треугольника.



Къ № 226.

***226а.** Начертить на кускѣ картона треугольникъ, проколоть его вершины булавкой; продѣть черезъ вершины три нитки, каждую нитку снабдить небольшимъ грузомъ (изъ оловяннаго листа, изъ хлѣбнаго мякиша или сургуча) и съ помощью этой модели уяснить себѣ, какъ найти проекцію треугольника на плоскость. | Нарисовать плоскость проекцій и треугольникъ внѣ ея и разобраться въ томъ, каковы проекціи этого треугольника на плоскость. | Всегда ли проекція треугольника на плоскость—тоже треугольникъ?



Къ № 226а.

***227.** Всмотрѣться въ чертежъ предыдущаго нумера, отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ лежатъ треугольники второй и четвертой фигуры и, съ помощью модели (см. предыдущій нумеръ), уяснить себѣ, какъ лежатъ треугольники второго и четвертаго чертежей.

***228.** Начертить на кускѣ картона прямой уголъ, черезъ вершину его и двѣ точки, взятыя на сторонахъ этого угла, продѣть по ниткѣ съ грузомъ (№ 226а); съ помощью этой модели отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія проекціи могутъ быть у прямого угла, взятаго въ разныхъ положеніяхъ въ пространствѣ. | Нельзя ли придать такого положенія прямому углу, чтобы проекція его на плоскость была тоже прямымъ угломъ?

Необходимо ли для этого, чтобы плоскость прямого угла и плоскость проекцій были „параллельны“?

***228а.** Вырѣзать изъ картона модель тупого угла, снабдить его вершину и двѣ точки на сторонахъ нитками съ грузами (какъ въ предыдущихъ двухъ нумерахъ) и разобраться, съ помощью этой модели, въ томъ, можно ли придать модели такое положеніе, чтобы проекція тупого угла на плоскость была острымъ угломъ, и такое, чтобы проекція тупого угла на плоскость была угломъ прямымъ.

230. Взять конечную прямую, принять ея начало за центръ и изъ этого центра описать какимъ-нибудь радіусомъ окружность; далѣе принять конецъ прямой за центръ и описать тѣмъ же радіусомъ еще одну окружность, которая пересѣкала бы первую; наконецъ, соединить прямыми линіями точки пересѣченія этихъ окружностей съ началомъ и концомъ взятой прямой. | Сколько получится треугольниковъ? | Какія стороны обоихъ треугольниковъ равны между собою? | Какая сторона „общая“ у обоихъ треугольниковъ? | Совмѣстимы ли эти треугольники? | Симметричны ли они? | Какая прямая—ось ихъ симметріи?

231. Взять точку *O* въ плоскости, провести изъ нея два луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ и на одномъ изъ нихъ взять точку *A*, а на другомъ точку *a*, симметричную съ точкою *A*, принявъ точку *O* за центръ симметріи (см. № 166б, стр. 84). | Взять точку *O* въ плоскости, черезъ нее провести двѣ прямыя, принять точку *O* за центръ симметріи, на одной прямой взять двѣ симметричныя точки *A* и *a*, на другой — двѣ симметричныя точки В и *b*, и соединить точку *A* съ точкой *B*, а точку *a*—съ точкою *b*. | Двѣ прямыя линіи *AB* и *ab* называются симметричными по отношенію къ точкѣ *O*, а точка *O*—ихъ центромъ симметріи. | Выполнить такой же чертежъ еще разъ, соединить не точку *A* съ точкою *B* и не точку *a* съ точкою *b*, а точку *A* съ точкою *a*, и точку *B*—съ точкою *b*. | Прямыя *Aa* и *Bb* тоже симметричны по отношенію къ точкѣ *O*, а точка *O*—центръ ихъ симметріи.| Выполнить еще одинъ чертежъ въ томъ же родѣ: взять на прямой *AB* точку *C*, соединить точку *C* съ центромъ симметріи прямою и продолжить эту прямую до пересѣченія съ прямой *ab* въ точкѣ *c;* точки *C* и *c* симметричны по отношенію къ центру симметріи.

232. Взять точку O въ плоскости, провести черезъ нее нѣсколько прямыхъ, на каждой изъ нихъ взять по парѣ точекъ симметричныхъ по отношенію къ точкѣ *O*, и соединить послѣдовательно полученныя точки прямыми, симметричными по отношенію къ точкѣ *O*.

Замѣтьте: двѣ точки въ плоскости могутъ быть симметричны по отношенію къ нѣкоторому центру ихъ симметріи; этотъ центръ симметріи раздѣляетъ прямую, соединяющую эти двѣ точки, пополамъ; отрѣзки конечной прямой, заключенные между срединой этой прямой и ея концами, называются симметричными по отношенію къ центру симметріи ея концовъ. | Двѣ конечныя прямыя въ плоскости могутъ быть симметричны по отношенію къ нѣкоторому центру симметріи, не составляя половинъ одной и той же прямой. | Если двѣ точки симметричны по отношенію къ нѣкоторой третьей точкѣ въ той же плоскости, или если двѣ прямыя въ плоскости симметричны по отношенію къ нѣкоторой точкѣ, взятой въ той же плоскости, то такая симметрія называется центральной. | Двѣ точки могутъ быть симметричны также по отношенію къ нѣкоторой оси симметріи, и двѣ прямыя въ плоскости тоже могутъ быть симметричны по отношенію къ нѣкоторой оси симметріи. | Далѣе, двѣ точки могутъ быть симметричны по отношенію къ нѣкоторой плоскости, и двѣ прямыя линіи могутъ быть симметричны по отношенію къ нѣкоторой плоскости симметріи („зеркальная“ симметрія).

232а. Начертить треугольникъ, принять одну изъ его вершинъ за центръ симметріи, найти двѣ точки, симметричныя къ его остальнымъ двумъ вершинамъ, и соединить эти двѣ точки прямою. | Получимъ треугольникъ, симметричный первому по отношенію къ ихъ общей вершинѣ. | Совмѣстимы ли эти два треугольника?

Замѣтьте: если двѣ конечныя прямыя симметричны по отношенію къ нѣкоторому центру симметріи, то онѣ равны между собою; если двѣ конечныя прямыя симметричны по отношенію къ нѣкоторой оси симметріи, то онѣ тоже равны между собою; если двѣ конечныя прямыя симметричны по отношенію къ какой-нибудь плоскости, то и онѣ равны между собою.

232б. Начертить два совмѣстимыхъ треугольника, пользуясь одною изъ вершинъ одного изъ нихъ, какъ центромъ симметріи. | Выполнить нѣсколько такихъ чертежей на отдѣльныхъ бумажкахъ и убѣдиться въ совмѣстимости двухъ треугольниковъ, симметричныхъ по отношенію къ нѣкоторому центру ихъ симметріи.

234. Начертить какой-нибудь треугольникъ, принять одну его сторону за ось симметріи; найти точку, симметричную противолежащей вершинѣ, и соединить ее съ остальными двумя вершинами треугольника. | Совмѣстимы ли эти треугольники? | Выполнить чертежъ въ томъ же родѣ на отдѣльномъ листкѣ бумаги и съ помощью перегиба убѣдиться въ томъ, что треугольники совмѣстимы.

Начертить прямоугольный треугольникъ и симметричный съ нимъ, принявъ одну изъ сторонъ прямого угла за ось симметріи. | Сдѣлать то же на томъ же чертежѣ, принявъ другую сторону за ось симметріи, и сдѣлать то же самое, принявъ сторону, противолежащую прямому углу въ первомъ треугольникѣ за ось симметріи.

Начертить тупоугольный треугольникъ и выполнить чертежъ въ родѣ того, который требуется въ предыдущей задачѣ.

Начертить какой-нибудь остроугольный треугольникъ, построить три симметричныхъ ему треугольника, принявъ каждый разъ за ось симметріи другую сторону перваго треугольника.

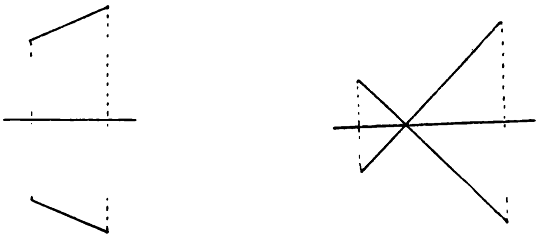
234а. Начертить какой-нибудь разносторонній треугольникъ, взять внѣ его какую-нибудь точку, а съ другой стороны его—какую-нибудь прямую, и начертить два треугольника: одинъ симметричный къ треугольнику, принявъ упомянутую точку за центръ симметріи, и другой треугольникъ, симметричный по отношенію къ прямой, принявъ ее за ось симметріи. | Начертите три разностороннихъ треугольника, изъ которыхъ одинъ симметриченъ съ другимъ по отношенію къ ихъ общей вершинѣ, какъ къ центру симметріи, а третій симметриченъ со вторымъ по отношенію къ общей ихъ сторонѣ, какъ къ оси симметріи; отмѣтьте каждый изъ нихъ словомъ „лицо“, вырѣжьте ихъ изъ чертежа и отмѣтьте оборотную сторону каждаго изъ нихъ словомъ „изнанка“ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какую пару треугольниковъ можно привести къ совмѣщенію, только наложивъ одинъ изъ нихъ на другой „лицомъ къ лицу“ (или „изнанкой на изнанку“), и какую пару можно совмѣстить, только положивъ одинъ изъ нихъ на другой „лицомъ къ изнанкѣ“ (или „изнанкой къ лицу“).

Замѣтьте: если два треугольника симметричны по отношенію къ какому-либо центру симметріи или какой-либо оси симметріи, то они совмѣстимы; но отсюда не слѣдуетъ, что если два треугольника совмѣстимы, то они непремѣнно лежатъ симметрично по отношенію къ какому-либо центру или къ какой-либо оси симметріи.

234б. Начертить равносторонній треугольникъ и симметричные ему, принявъ каждую изъ его сторонъ за ось симметріи.

То же самое выполнить относительно прямоугольнаго равнобедреннаго треугольника, относительно тупоугольнаго равнобедреннаго треугольника и относительно равнобедреннаго (не равносторонняго) остроугольнаго треугольника.

234в. Начертить какой-нибудь треугольникъ, провести прямую линію внѣ его, но въ той же плоскости, и начертить треугольникъ, симметричный ему, принявъ эту прямую линію за ось симметріи.



Къ № 234в.

Начертить треугольникъ, провести черезъ его вершину прямую линію, не совпадающую ни съ одной изъ сторонъ треугольника, выходящихъ изъ этой вершины, и начертить треугольникъ, симметричный съ нимъ, принявъ эту прямую за ось симметріи.

Замѣтьте: если отрѣзокъ прямой линіи лежитъ по одну сторону оси симметріи, то симметричный отрѣзокъ лежитъ по другую ея сторону (см. чертежъ этого нумера); если же ось симметріи пересѣкаетъ отрѣзокъ, то она пересѣкаетъ и симметричный отрѣзокъ въ той же точкѣ, и этотъ симметричный отрѣзокъ вычерчиваютъ точно такъ же, какъ въ томъ случаѣ, когда данный отрѣзокъ лежитъ по одну сторону оси симметріи.

234г. Начертить треугольникъ, взять по одной точкѣ на двухъ его сторонахъ, провести черезъ эти двѣ точки прямую линію и начертить треугольникъ, симметричный первому, принявъ эту прямую за ось симметріи. | Начертить треугольникъ, провести прямую линію черезъ одну изъ его вершинъ и какую-нибудь точку противолежащей стороны, принять эту прямую за ось симметріи и начертить треугольникъ, симметричный первому.

235. Начертить пару равнобедренныхъ треугольниковъ, симметричныхъ по отношенію къ ихъ общей вершинѣ. | Начертить два равнобедренныхъ треугольника, симметричныхъ по отношенію къ ихъ общему основанію. | Начертить два равнобедренныхъ треугольника, симметричныхъ по отношенію къ одной изъ боковыхъ сторонъ одного изъ нихъ. | Совмѣстима ли каждая пара симметричныхъ треугольниковъ? | Можно ли треугольники одной и той же пары совмѣстить одинъ съ другимъ, наложивъ одинъ изъ нихъ на другой „лицомъ къ лицу“? | Можно ли совмѣстить треугольники одной и той же пары, наложивъ одинъ изъ нихъ на другой „лицомъ къ изнанкѣ“?

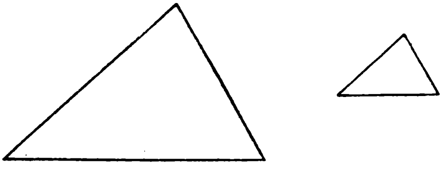
236. Выполнить чертежъ на подобіе чертежа предыдущей задачи, но съ тою разницей, что треугольники должны быть равносторонними, и разобраться въ тѣхъ же вопросахъ.

236а. Начертить какой-нибудь треугольникъ, взять точку внѣ его, соединить ее съ вершинами треугольника пунктирными прямыми, продолжить эти прямыя пунктиромъ же въ противоположныхъ направленіяхъ, принять эту точку за центръ симметріи, найти точки, симметричныя къ вершинамъ треугольника, соединить эти три точки прямыми. | Получится треугольникъ, симметричный къ данному по отношенію къ центру ихъ симметріи.

Замѣтьте: если два треугольника находятся въ одной и той же плоскости и расположены симметрично по отношенію къ нѣкоторому центру симметріи, то ихъ можно совмѣстить одинъ съ другимъ, не перевернувъ ни одного изъ нихъ „изнанкою“ наверхъ; если же два не равностороннихъ и не равнобедренныхъ треугольника находятся въ одной и той же плоскости и расположены симметрично по отношенію къ какой-нибудь оси симметріи, то ихъ можно совмѣстить одинъ съ другимъ, только перевернувъ одинъ изъ нихъ „изнанкой“ наверхъ.

236б. Разобраться въ томъ, возможно ли два совмѣстимыхъ разностороннихъ треугольника, расположенныхъ не симметрично, расположить симметрично по отношенію къ нѣкоторой оси симметріи или къ нѣкоторому центру симметріи. | Тотъ же вопросъ разрѣшить относительно двухъ совмѣстимыхъ равностороннихъ и двухъ совмѣстимыхъ равнобедренныхъ треугольниковъ.

237. Начертить разносторонній треугольникъ и нарисовать еще одинъ, поменьше перваго, но на него совершенно похожій. | Сначала попробуйте это сдѣлать „на-глазъ“, т.-е. именно нарисовать (а не начертить) такой треугольникъ, который во всемъ былъ бы похожъ на начерченный, но былъ бы меньше, чѣмъ онъ. | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, что необходимо для того, чтобы второй треугольникъ былъ совершенно похожъ на первый (хотя и не совмѣстимъ съ нимъ)? | Если углы будутъ совсѣмъ другіе, будетъ ли второй треугольникъ похожъ на первый? | Начертите два треугольника разной величины, но чтобы первый уголъ второго равнялся первому углу перваго, второй уголъ второго—второму углу перваго. | Обратите вниманіе на то, что третій уголъ второго треугольника въ такомъ случаѣ тоже будетъ равенъ третьему углу перваго треугольника.



Къ № 237.

Замѣтьте: если одинъ уголъ одного треугольника равенъ одному изъ угловъ другого треугольника, если какой-нибудь изъ остальныхъ двухъ угловъ перваго треугольника тоже равенъ какому-нибудь изъ остальныхъ двухъ угловъ второго треугольника, то и третій уголъ перваго треугольника равенъ третьему углу второго.

237а. Начертите два равностороннихъ треугольника разной величины. | Совершенно ли они сходны по своей формѣ? | Начертите два равнобедренныхъ треугольника разной величины, въ которыхъ уголъ при вершинѣ (т.-е. образованный одинаковыми сторонами треугольника) равенъ углу при вершинѣ другого? | Совершенно ли они сходны между собою?

237б. Начертить нѣсколько равностороннихъ треугольниковъ разной величины, затѣмъ — нѣсколько равнобедренныхъ разной величины, у которыхъ углы при вершинахъ одинаковы, наконецъ—нѣсколько разностороннихъ треугольниковъ, въ которыхъ углы обладаютъ слѣдующими свойствами: одинъ изъ угловъ перваго треугольника равенъ одному изъ угловъ каждаго изъ остальныхъ треугольниковъ, а другой — изъ остальныхъ двухъ угловъ перваго треугольника тоже равенъ одному изъ остальныхъ угловъ каждаго изъ остальныхъ треугольниковъ. | Совершенно ли сходны всѣ эти треугольники между собою?

Замѣтьте: если одинъ уголъ одного треугольника равенъ одному изъ угловъ другого треугольника, и если еще одинъ уголъ перваго треугольника равенъ одному изъ остальныхъ угловъ второго треугольника, то и третій уголъ перваго треугольника равенъ третьему углу второго, и о такихъ треугольникахъ говорятъ, что второй треугольникъ подобенъ первому, или что первый треугольникъ подобенъ второму, или, наконецъ, что оба эти треугольника подобны другъ другу. | Короче это выражаютъ такъ: если два угла одного треугольника порознь равны двумъ угламъ другого, то такіе треугольники подобны. | Эти треугольники могутъ быть и равны между собою, но могутъ быть и не равны между собою; равные треугольники при этомъ считаютъ, конечно, тоже подобными другъ другу.

238. Начертить два совмѣстимыхъ (т.-е. равныхъ между собою) треугольника. | Начертить два не совмѣстимыхъ, но подобныхъ другъ другу, треугольника. | Начертить два подобныхъ другъ другу прямоугольныхъ треугольника, два подобныхъ другъ другу тупоугольныхъ треугольника, два подобныхъ другъ другу остроугольныхъ треугольника, два равностороннихъ треугольника (они тоже будутъ подобны другъ другу), два подобныхъ другъ другу равно-бедренныхъ треугольника, два подобныхъ другъ другу разностороннихъ треугольника.

Замѣтьте: если два треугольника равны между собою, то, при совмѣщеніи этихъ двухъ треугольниковъ, порознь совмѣстятся и ихъ стороны, и ихъ углы; при этомъ уголъ одного треугольника, совмѣщающійся съ угломъ другого треугольника, и этотъ послѣдній уголъ называются соотвѣтственными ихъ углами; равнымъ образомъ двѣ совмѣщающіяся стороны этихъ двухъ совмѣщающихся треугольниковъ тоже называются соотвѣтственными сторонами этихъ двухъ треугольниковъ.

238a. Начертить два равныхъ между собою прямоугольныхъ треугольника; у вершины прямого угла перваго треугольника поставить букву A, у вершины прямого угла второго треугольника поставить букву D, у вершинъ остальныхъ двухъ поставить буквы B и C, у соотвѣтственныхъ угловъ второго треугольника буквы E и F и записать, какіе углы равны между собою, и какія стороны между собою равны.

Замѣтьте: треугольникъ, у вершинъ котораго поставлены буквы A, B и C, можно называть треугольникомъ $ABCA$ (четырьмя буквами, взятыми въ извѣстномъ направленіи, напримѣръ, въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки, или въ направленіи движенія часовой стрѣлки); но чаще такой треугольникъ называютъ треугольникомъ *ABC* (только тремя буквами); чтобы не смѣшать треугольника съ угломъ *ABC*, надо говорить треугольникъ *ABC*, а не просто *ABC*, а писать такъ: тр—къ *ABC* или такъ: $\triangle ABC$; въ какомъ направленіи брать буквы—безразлично, но лучше брать эти буквы въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки, а если два треугольника равны между собою, то лучше брать буквы обоихъ треугольниковъ такъ, чтобы порядокъ буквъ соотвѣтствовалъ порядку соотвѣтственныхъ угловъ.

240. Построить треугольники, стороны которыхъ равны:

въ I-мъ: 17 мм., 12 мм. и 8 мм.
во II-мъ: 16 лин., 11 лин. и 12 лин.
въ III-мъ: 8 мм., 5 мм. и 3 мм.
въ IV-мъ: 12 мм., 7 мм. и 3 мм.

240а. Начертить конечную прямую какой-нибудь длины, другую въ $1^1/_2$ раза большую, третью, которая равнялась бы тремъ четвертямъ второй, и построить треугольникъ, стороны котораго были бы равны этимъ прямымъ.

241. Построить треугольникъ, въ которомъ одна сторона содержитъ 3 одинаковыхъ отрѣзка, другая сторона—4 такихъ же отрѣзка и третья—5 такихъ же отрѣзковъ. | Выполните такой чертежъ нѣсколько разъ, беря каждый разъ другой отрѣзокъ.

Замѣтьте: если одна сторона треугольника содержитъ 3 какихъ-либо одинаковыхъ отрѣзка, другая — 4 такихъ же отрѣзка, а третья — 5 такихъ же отрѣзковъ, то этотъ треугольникъ долженъ быть прямоугольнымъ. | Такіе треугольники иногда называются Пиѳагоровыми по имени греческаго мудреца Пиѳагора, жившаго въ VI вѣкѣ до Р. Хр.

241а. Взять длинную веревочку или нитку, завязать на ней узелъ и сдѣлать на одинаковыхъ другъ отъ друга разстояніяхъ еще 12 узловъ; затѣмъ, связать веревку или нитку такъ, чтобы первый узелъ и послѣдній (двѣнадцатый) пришлись плотно другъ къ другу; затѣмъ, вколотить или вдѣть кнопку въ одинъ изъ узловъ и вколотить кнопку въ столъ; въ шестой узелъ вколотить другую кнопку, натянувши кусокъ веревочки или нитки; вколотить, считая отъ перваго прикрѣпленнаго узла, въ четвертый — новую кнопку, натянувъ свободный кусокъ веревочки надлежащимъ образомъ, и разсмотрѣть, у котораго изъ узловъ этого веревочнаго треугольника образуется прямой уголъ.

242. Начертить конечную прямую, раздѣлить ее на 8 одинаковыхъ частей и построить одинъ треугольникъ, въ которомъ стороны одного составляютъ

$$\frac{3}{8},\ \frac{5}{8} \text{ и } \frac{7}{8}$$

начерченной прямой, и другой, въ которомъ стороны составляютъ

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{8} \text{ и } \frac{1}{4}$$

начерченной прямой.

244. Начертить какой-нибудь треугольникъ, измѣрить съ помощью масштаба каждую изъ сторонъ его и узнать, на сколько единицъ мѣры сумма каждыхъ двухъ сторонъ больше третьей.

244а. Начертить разносторонній треугольникъ, у вершинъ его поставить буквы A, B и C и построить суммы

$$AB+BC,$$
$$AC+BC$$
$$\text{и } AB+AC;$$

затѣмъ, отдѣльно начертить отрѣзки, которые равны

$$AB+BC-AC,$$
$$AC+BC-AB$$
$$\text{и } AB+AC-BC.$$

Замѣтьте: сумма двухъ сторонъ всякаго треугольника больше третьей.

244б. Начертить разносторонній тупоугольный треугольникъ, сложить обѣ меньшія стороны и узнать, на какую длину сумма этихъ двухъ сторонъ больше третьей. | Начертить равнобедренный треугольникъ, въ которомъ каждая изъ одинаковыхъ сторонъ меньше основанія, и измѣрить остатокъ, который получится отъ вычитанія основанія изъ суммы двухъ боковыхъ сторонъ треугольника. | Во сколько разъ сумма двухъ какихъ-нибудь сторонъ равносторонняго треугольника больше третьей его стороны?

244в. Начертить разносторонній треугольникъ, въ которомъ сторона AB была бы больше каждой изъ остальныхъ двухъ сторонъ (была наибольшей стороной), сторона BC — слѣдующей по величинѣ своей, и сторона AC—наименьшей изъ сторонъ треугольника. | Начертить отдѣльно разности:

$$AB-BC,$$
$$AB-AC$$
$$\text{и } BC-AC$$

и узнать, что больше:

$$AB-BC \text{ или } AC,$$
$$AB-AC \text{ или } BC,$$
$$BC-AC \text{ или } AB.$$

Замѣтьте: если двѣ стороны треугольника не равны между собою, то разность между ними непремѣнно меньше третьей стороны того же треугольника; если двѣ стороны треугольника равны между собою, то разность между ними равна нулю, и эта разность, конечно, тоже меньше третьей стороны.

246. Начертить нѣсколько треугольниковъ, въ которыхъ стороны одного порознь равны сторонамъ другого.

Замѣтьте: если стороны одного треугольника порознь равны сторонамъ другого, то эти два треугольника совмѣстимы и, какъ говорятъ иначе, равны между собою; о совмѣстимыхъ треугольникахъ говорятъ также, что одинъ изъ нихъ равенъ другому.

246а. Начертить два равныхъ между собою треугольника, поставить у вершинъ перваго изъ нихъ буквы A, B и C, а у вершинъ второго буквы D, E и F, но съ такимъ расчетомъ, чтобы

$\angle A$ равнялся углу D,
$\angle B$ E
и $\angle C$ F.

Замѣтьте: если построенъ треугольникъ ABC, то о сторонѣ AB говорятъ, что она противолежитъ углу C, о сторонѣ AC — что она противолежитъ углу B, и о сторонѣ BC — что она противолежитъ углу A.

246б. Начертить треугольникъ, поставить у вершинъ его буквы A, B и C и записать, какими сторонами образованы углы A, B и C слѣдующимъ образомъ (вм. многоточій поставить обозначенія AB, AC или CB):

$\angle A$ образованъ сторонами . . .
$\angle B$
$\angle C$

и какія стороны противолежатъ угламъ A, B и C, слѣдующимъ образомъ:

$\angle A$ противолежитъ сторонѣ . . .
$\angle B$
$\angle C$

(Многоточія замѣнить соотвѣтствующими обозначеніями).

247. Начертить два равныхъ между собою треугольника, поставить у вершинъ одного изъ нихъ буквы A, B и C, а у вершинъ другого буквы a, b и c, но въ такомъ расчетѣ, чтобы

$\angle A$ равнялся углу a,
$\angle B$ b
и $\angle C$ c

и записать, какія стороны между собою равны.

Замѣтьте: треугольникъ, у вершинъ котораго стоятъ буквы A, B и C, называютъ безразлично такъ: треугольникъ ABC, или треугольникъ BCA, или треугольникъ CAB и т. д.; если два треугольника ABC и MNP совмѣстимы, то это записываютъ обыкновенно такъ:

$$\triangle ABC = \triangle MNP;$$

если же треугольники ABC и PQR только подобны, но не равны между собою, то это записываютъ такъ:

$$\triangle ABC \backsim \triangle PQR.$$

247а. Начертить два равныхъ между собою треугольника и третій, имъ подобный, но не равный ни одному изъ нихъ. | Можно ли говорить, что два равныхъ между собой треугольника подобны?

Замѣтьте: если два треугольника совмѣстимы, то это значитъ, что они также подобны другъ другу; если же о двухъ треугольникахъ говорятъ, что они подобны, то это вовсе еще не значитъ, что они также совмѣстимы: они могутъ быть и не равны между собою.

247б. Начертите треугольникъ ABC; на одной сторонѣ AB возьмите точку D; изъ нея проведите такую прямую внутрь треугольника до пересѣченія со стороной BC въ точкѣ E, чтобы уголъ EDB былъ равенъ углу A. | Начертите треугольникъ, равный треугольнику ABC, возьмите точку D на сторонѣ AB на томъ же разстояніи отъ точки A, какъ въ предыдущемъ чертежѣ, и проведите изъ этой точки D такую, прямую до пересѣченія со стороной AC въ точкѣ E чтобы уголъ ADE былъ равенъ углу B. | Снова начертить треугольникъ, равный треугольнику ABC, взять на сторонѣ AB точку D на томъ же разстояніи отъ точки A, какъ въ предыдущемъ чертежѣ, и провести изъ этой точки D такую прямую до пересѣченія со стороною BC въ точкѣ E, чтобы уголъ EDC былъ равенъ углу C. | Начертить еще одинъ треугольникъ, равный треугольнику ABC, взять на сторонѣ AB такую же точку D, какъ въ предшествующихъ чертежахъ, и изъ нея провести такую прямую до пересѣченія со стороной AC въ точкѣ E, чтобы уголъ ADE былъ равенъ углу C. | Разобраться въ томъ, есть ли среди начерченныхъ треугольниковъ равные между собою треугольники и треугольники подобные, и записать, какіе треугольники равны между собою, и какіе только подобны.

Замѣтьте: если два треугольника ABC и DEF подобны, и если

$$\angle A = \angle D,$$
$$\angle B = \angle E$$
$$\text{и } \angle C = \angle F,$$

то говорятъ, что углы A и D—соотвѣтственные, углы B и E—тоже соотвѣтственные и, наконецъ, углы C и F—равнымъ образомъ соотвѣтственные; двѣ стороны, противолежащія въ двухъ подобныхъ треугольникахъ соотвѣтственнымъ угламъ, называются соотвѣтственными (или сходственными) сторонами.

250. Начертить какой-нибудь треугольникъ; далѣе построить дугу одного изъ его угловъ и отдѣльно уголъ, равный этому углу, а на сторонахъ его отложить отъ вершины угла стороны треугольника, образующія такой же уголъ въ данномъ треугольникѣ, и соединить концы отложенныхъ сторонъ прямою. | Обозначить вершины перваго треугольника буквами A, B и C и соотвѣтственныя вершины буквами A', B' и C', снабженными сверху справа „штрихомъ“ или „запятою“, и записать, какіе треугольники равны между собою, и какіе углы между собою равны.

Замѣтьте: буквы *A'*, *B'* и т. п. читаются такъ: „*A* штрихъ“, „*B* штрихъ“, или „*A* со знакомъ“, „*B* со знакомъ“, или (рѣже) „*A* съ коммой“, „*B* съ коммой“ (слово „комма“ по-гречески и по-латыни означаетъ запятую).

250а. Построить треугольникъ *ABC*; сторону *AB* сбоку снабдить буквою *c*, сторону *AC* — буквою *b* и сторону *BC* — буквою *a*.

Замѣтьте: сторону треугольника *ABC*, противолежащую углу *A*, принято обозначать буквою *a* (т.-е. тою же буквою, но строчною, а не прописною); сторону, противолежащую углу *B*, буквою *b* и т. п.; при этомъ малыми буквами этими обозначается число единицъ длины, содержащихся въ данной сторонѣ.

250б. Построить треугольники, въ которыхъ углы и стороны имѣютъ слѣдующія значенія (стороны выражены въ центиметрахъ или линіяхъ):

$\triangle ABC$, въ которомъ $\angle A = 45°$; $b = 7$; $c = 5$.

$\triangle MNP$, „ $\angle N = 60°$; $m = 10$; $p = 8$.

$\triangle EFG$, $\angle G = 90°$; $e = 3$; $f = 4$.

$\triangle KLM$, „ $\angle K = 30°$; $l = 9{,}5$; $m = 8{,}5$.

250в. Построить треугольникъ, въ которомъ одна сторона менѣе другой въ два раза, а уголъ, образованный этими двумя сторонами, равенъ 45°. | Построить треугольникъ съ такими же двумя сторонами, но съ такимъ угломъ между ними, который въ полтора раза болѣе, чѣмъ 45°. | Построить треугольникъ, въ которомъ одинъ изъ угловъ содержитъ 135°, а стороны, его образующія, имѣютъ въ длину 10 и 9 единицъ длины.

252. Начертить какой-нибудь треугольникъ, провести дуги двухъ его угловъ; отложить сторону, заключенную между ихъ вершинами на какую-нибудь прямую, построить у концовъ этой прямой линіи углы треугольника такъ, чтобы они лежали по одну сторону этой прямой въ тѣхъ же направленіяхъ, какъ углы начерченнаго треугольника, и продолжить стороны этихъ угловъ до ихъ взаимнаго пересѣченія. | Совмѣстимъ ли второй треугольникъ съ первымъ? | Построить треугольникъ *ABC* и еще одинъ треугольникъ *MNP*, въ которомъ $a = m$; $\angle N = \angle B$ и $\angle P = \angle C$.

Замѣтьте: если начерченъ треугольникъ *ABC*, то относительно угловъ *B* и *C* говорятъ, что они прилежатъ къ сторонѣ *BC*, относительно угловъ *A* и *C*, что они прилежатъ къ сторонѣ *AC*, и относительно угловъ *B* и *A*, что они прилежатъ къ сторонѣ *AB*.

252а. Начертите нѣсколько треугольниковъ, въ которыхъ одна изъ сторонъ равна дециметру, а прилежащіе къ ней углы во всѣхъ треугольникахъ порознь равны 45° и 30°. | Совмѣстимы ли эти треугольники?

Замѣтьте: если одна сторона одного треугольника равна одной сторонѣ другого, и если углы, прилежащіе къ этой сторонѣ въ первомъ треугольникѣ, порознь равны угламъ, прилежащимъ къ соотвѣтствующей сторонѣ другого, то треугольники равны между собою (т.-е. совмѣстимы). | Если же мы знаемъ о двухъ треугольникахъ только то, что два угла одного порознь равны двумъ угламъ другого, то мы можемъ утверждать, что остальные два угла между собою равны и что треугольники подобны одинъ другому, но не можемъ утверждать, будто эти треугольники равны между собою.

252б. Построить отдѣльно два острыхъ угла, начертить нѣсколько одинаковыхъ отрѣзковъ и построить столько же такихъ треугольниковъ, чтобы эти отрѣзки были сторонами треугольниковъ, а прилежащіе къ этимъ сторонамъ углы были порознь равны построеннымъ острымъ угламъ. | Построить прямой уголъ и одинъ острый, начертить нѣсколько одинаковыхъ прямыхъ и построить столько же такихъ треугольниковъ, чтобы каждый отрѣзокъ былъ стороной треугольника, а построенные прямой и острый углы порознь равнялись угламъ, прилежащимъ къ этимъ отрѣзкамъ.

252в. Начертить какой-нибудь треугольникъ, провести дуги двухъ его угловъ, отложить въ другомъ мѣстѣ прямую, меньшую, чѣмъ сторона, заключенная между вершинами угловъ начерченнаго треугольника, построить у концовъ ея такіе же углы и продолжить стороны этихъ угловъ до взаимнаго ихъ пересѣченія. | Какая получится фигура?

254. Построить треугольникъ и равный ему съ помощью линейки и циркуля, пользуясь: а) только сторонами перваго треугольника; б) пользуясь только двумя его сторонами и угломъ, ими образованнымъ; в) пользуясь только одной его стороною и обоими углами, къ ней прилежащими; г) пользуясь симметріею относительно какой-нибудь прямой, проведенной внѣ перваго треугольника; д) пользуясь симметріею относительно какой-нибудь вершины его; е) пользуясь симметріей относительно какой-нибудь точки, взятой внѣ его.

256. Начертить три конечныя прямыя и построить такой треугольникъ, стороны котораго порознь равны этимъ прямымъ. | Всегда ли это возможно?

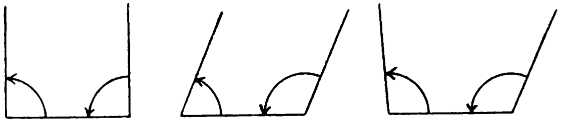
Замѣтьте: построить треугольникъ, стороны котораго порознь равны даннымъ тремъ прямымъ, возможно не всегда: это невозможно тогда, когда сумма какихъ-нибудь двухъ прямыхъ линій меньше третьей или равна ей.

256а. Начертить такія три конечныя прямыя, которыя не могутъ быть порознь равны сторонамъ какого-нибудь треугольника, потому что сумма двухъ изъ нихъ меньше третьей. | Начертить такія три прямыя линіи, которыя не могутъ быть порознь равны сторонамъ треугольника по другой причинѣ.

258. Начертить двѣ конечныя прямыя и какой-нибудь уголъ и построить такой треугольникъ, чтобы двѣ стороны его были порознь равны этимъ двумъ линіямъ, а уголъ, образованный этими двумя сторонами, равенъ данному углу. | Всегда ли это возможно?

Замѣтьте: построить треугольникъ по даннымъ двумъ сторонамъ его и углу между ними всегда возможно; при этомъ подъ словами „даны двѣ стороны“, „данъ уголъ“ надо понимать то же, что понимаютъ подъ словами: „начерчены двѣ стороны“, „начерченъ уголъ“ (или то же, что понимаютъ подъ словами „извѣстна длина каждой изъ двухъ сторонъ“, „извѣстно число градусовъ угла“).

260. Начертить прямую линію, изъ концовъ ея возставить по перпендикуляру и продолжить эти два перпендикуляра по возможности далеко. | Пересѣкутся ли эти перпендикуляры? | Начертить прямую линію, принять концы этой прямой за вершины двухъ такихъ угловъ, сумма которыхъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, которые лежатъ по одну сторону данной прямой (см. второй чертежъ этого нумера). | Начертить прямую линію, принять концы этой прямой за вершины двухъ такихъ угловъ, которые лежатъ по одну сторону этой прямой, и сумма которыхъ больше суммы двухъ прямыхъ угловъ (см. третій чертежъ этого нумера).



Къ № 260.

260а. Даны (см. конецъ замѣчанія, которымъ снабженъ № 258) конечная прямая линія и два острыхъ угла; построить такой треугольникъ, котораго одна сторона равна данной прямой, а два угла, къ ней прилежащіе, порознь равны даннымъ двумъ острымъ угламъ. | Даны конечная прямая и два угла: одинъ — острый, а другой — прямой; построить треугольникъ, котораго одна сторона равна данной прямой, а два угла, къ ней прилежащіе, даннымъ двумъ угламъ. | Даны: конечная прямая и два прямыхъ угла; возможно ли построить треугольникъ, котораго одна сторона равна данной прямой, а прилежащіе къ ней углы порознь равны этимъ двумъ прямымъ угламъ? | Даны конечная прямая и два угла; одинъ — прямой, а другой — тупой; возможно ли построить такой треугольникъ, котораго одна сторона равна данной прямой, а прилежащіе къ ней углы порознь равны даннымъ угламъ? | Даны прямая линія и два тупыхъ угла; возможно ли построить треугольникъ, въ которомъ одна сторона была бы равна данной прямой, а прилежащіе къ ней углы были бы равны даннымъ угламъ? | Даны прямая линія и два угла: одинъ — острый, а другой — тупой; всегда ли возможно построить такой треугольникъ, въ которомъ одна сторона равна данной прямой, а прилежащіе углы порознь равны даннымъ угламъ?

Замѣтьте: не всякіе два угла могутъ быть углами одного и того же треугольника; углами треугольника данные два угла могутъ быть только въ томъ случаѣ, когда они оба — острые, или когда одинъ — острый, а другой — прямой, или когда одинъ — острый, а другой — такой тупой, что сумма его съ этимъ острымъ менѣе суммы двухъ прямыхъ угловъ; не могутъ же быть углами одного и того же треугольника: а) два такихъ угла, изъ которыхъ каждый — прямой; б) два такихъ угла, изъ которыхъ одинъ—прямой, а другой—тупой; в) два такихъ угла, изъ которыхъ каждый — тупой; г) два такихъ угла, изъ которыхъ одинъ — острый, а другой — такой тупой, что сумма обоихъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, и д) два такихъ угла, изъ которыхъ одинъ—острый, а другой—такой тупой, что сумма обоихъ угловъ больше суммы двухъ прямыхъ угловъ.

260б. Начертить какой-нибудь треугольникъ и построить другой треугольникъ, ему равный, по тремъ сторонамъ перваго изъ нихъ. | Начертить какой-нибудь треугольникъ и построить другой, ему равный, по двумъ сторонамъ перваго изъ нихъ и углу между ними. | Начертить какой-нибудь треугольникъ и построить другой треугольникъ по одной сторонѣ перваго изъ нихъ и двумъ угламъ, къ ней прилежащимъ.

Замѣтьте: о треугольникѣ говорятъ, что онъ опредѣляется тремя своими сторонами, и подъ этимъ разумѣютъ, что всѣ треугольники, которыхъ стороны порознь равны сторонамъ даннаго треугольника, совмѣстимы; точно такъ же говорятъ, что треугольникъ опредѣляется двумя своими сторонами и угломъ между ними, и что треугольникъ опредѣляется одною стороною своею и двумя углами, къ ней прилежащими.

262. Начертите два треугольника разной величины, но подобные одинъ другому, притомъ одинъ внѣ другого. | Начертить два подобныхъ треугольника, изъ которыхъ одинъ лежитъ внутри другого.

262а. Начертить орнаменты, предложенные въ №№ 196, 197, 198 и 199.

264. Записать извѣстные вамъ три признака равенства треугольниковъ.

Замѣтьте: если три стороны одного треугольника порознь равны тремъ сторонамъ другого, то треугольники равны между собою; если двѣ стороны одного треугольника равны двумъ сторонамъ другого и углы, заключенные между ними, тоже между собою равны, то треугольники равны между собою; если одна сторона одного треугольника равна одной сторонѣ другого и углы, къ нимъ прилежащіе, порознь равны между собою, то треугольники равны между собою.

267. Построить какой-нибудь прямоугольный треугольникъ.

Замѣтьте: стороны прямоугольнаго треугольника, образующія одна съ другою прямой уголъ, называются катетами этого прямоугольнаго треугольника; сторона прямоугольнаго треугольника, противолежащая прямому его углу, называется гипотенузою этого прямоугольнаго треугольника.

267а. Начертите прямоугольный треугольникъ ABC, гдѣ $\angle A$—прямой, и запишите, которыя стороны—катеты этого прямоугольнаго треугольника, и которая—его гипотенуза.

269. Начертить конечную прямую линію и острый уголъ и построить нѣсколько прямоугольныхъ треугольниковъ, въ которыхъ одинъ изъ катетовъ равенъ этой прямой, а острый уголъ, прилежащій къ этому катету, равенъ начерченному углу. | Построить нѣсколько прямоугольныхъ треугольниковъ, если извѣстно, что гипотенуза каждаго изъ нихъ равна данной прямой, а одинъ изъ острыхъ угловъ равенъ данному острому углу. | Построить нѣсколько прямоугольныхъ треугольниковъ, въ которыхъ одинъ изъ катетовъ равенъ данной прямой, а гипотенуза — другой данной прямой, которая больше первой. | Запишите извѣстные вамъ признаки равенства прямоугольныхъ треугольниковъ.

269а. Перечертить орнаменты слѣдующихъ нумеровъ: 148б, 148в (стр. 69), 148г, 148д, 148е (стр. 70 и 71), 189 (стр. 97), 192а (стр. 101), 198 (стр. 111).

271. Построить разносторонній остроугольный треугольникъ и изъ каждой вершины его опустить перпендикуляръ на противолежащую ей сторону треугольника. | Построить равнобедренный остроугольный треугольникъ и изъ каждой вершины его опустить на противолежащую ей сторону треугольника перпендикуляръ. | Построить равносторонній треугольникъ и изъ каждой вершины его опустить перпендикуляръ на противолежащую ей сторону треугольника.

Замѣтьте: перпендикуляръ, опущенный изъ вершины треугольника на противолежащую ей сторону треугольника, называется высотою треугольника, а сторона, на которую опущена эта высота, — основаніемъ треугольника. | Всѣ три высоты остроугольнаго треугольника пересѣкаются внутри его, притомъ въ одной и той же точкѣ.

271а. Построить равносторонній треугольникъ *ABC* и изъ вершины его *C* провести его высоту. | Построить такой же равносторонній треугольникъ *ABC*, и высоту провести изъ вершины *B*. | Построить такой же равносторонній треугольникъ, и высоту его провести изъ вершины *A*.

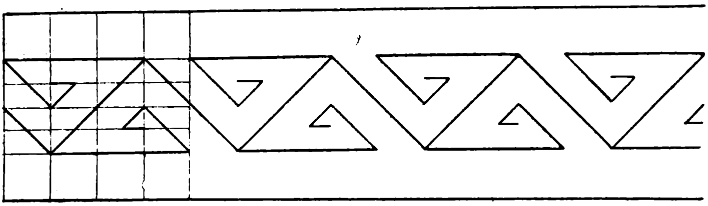
Замѣтьте: всѣ три высоты равносторонняго треугольника равны между собою; каждая изъ высотъ равносторонняго треугольника раздѣляетъ его на два одинаковыхъ прямоугольныхъ треугольника, симметричныхъ относительно этой высоты.

271б. Построить остроугольный равнобедренный треугольникъ *ABC* и изъ главной его вершины *C* (т.-е. изъ общей точки его одинаковыхъ сторонъ) провести высоту этого треугольника. | Построить такой же равнобедренный треугольникъ *ABC* (гдѣ буква *C* стоитъ у главной вершины треугольника) и провести высоты треугольника изъ вершинъ *A* и *B*.

Замѣтьте: въ остроугольномъ равнобедренномъ треугольникѣ высота, проведенная изъ вершины къ основанію треугольника, раздѣляетъ этотъ треугольникъ на два равныхъ прямоугольныхъ треугольника, симметричныхъ по отношенію къ высотѣ; высоты остроугольнаго равнобедреннаго треугольника, проведенныя къ одинаковымъ сторонамъ его изъ противолежащихъ имъ вершинъ, равны между собою.

271в. Построить остроугольный разносторонній треугольникъ, провести всѣ три его высоты и разобраться въ томъ, что никакая изъ высотъ не можетъ быть осью симметріи для тѣхъ двухъ треугольниковъ, которые получаются послѣ того, какъ проведена высота остроугольнаго треугольника.

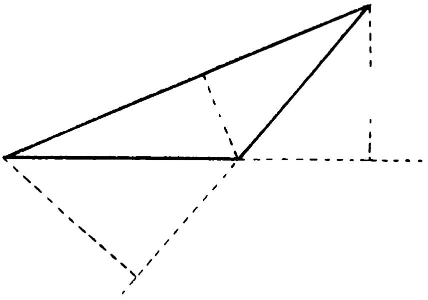
271г. Начертить орнаментъ въ родѣ слѣдующаго.



Къ № 271г.

271д. Начертить орнаменты №№ 148в (стр. 69), 148г (стр. 70), 148е (стр. 71), 189 (стр. 97), 192а (стр. 101), 198 (стр. 111); разобраться въ томъ, какія прямыя линіи служатъ осями симметріи каждаго орнамента, и эти прямыя линіи продолжить за предѣлы каждаго орнамента; какіе треугольники принадлежатъ къ числу равностороннихъ, какіе — къ числу равнобедренныхъ, какіе треугольники въ нѣкоторыхъ орнаментахъ равны между собою, какіе — только подобны одинъ другому?

273. Построить тупоугольный треугольникъ и изъ вершины тупого угла этого треугольника опустить перпендикуляръ на противолежащую ей сторону треугольника. | Построить тупоугольный треугольникъ, продолжить одну изъ сторонъ тупого угла въ такомъ направленіи, чтобы получился уголъ, смежный съ тупымъ угломъ треугольника, и изъ вершины, которая лежитъ противъ продолженной стороны, на это продолженіе опустить перпендикуляръ. | То же сдѣлать съ другою стороною тупого угла тупоугольнаго треугольника.



Къ № 273.

Замѣтьте: перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ острыхъ угловъ тупоугольнаго треугольника на продолженія противолежащихъ имъ сторонъ этого треугольника, также называются высотами послѣдняго; основаніемъ въ этомъ случаѣ считается та сторона треугольника, которая противолежитъ той вершинѣ его, изъ которой опущенъ перпендикуляръ.

273а. Построить нѣсколько чертежей въ родѣ приведеннаго въ предыдущемъ нумерѣ, обозначить вершины треугольника буквами A, B и C, основанія перпендикуляровъ обозначить соотвѣтственно буквами A' B' и C'' и записать, какія прямыя—основанія треугольника, и какія — соотвѣтственныя высоты, слѣдующимъ образомъ:

основаніе высота

(многоточія замѣнить буквами).

273б. Построить тупоугольный треугольникъ, начертить его высоты и продолжить всѣ высоты такъ, чтобы онѣ взаимно пересѣклись.

Замѣтьте: высоты тупоугольнаго треугольника, по приличномъ ихъ продолженіи, взаимно пересѣкаются въ одной и той же точкѣ; приличнымъ продолженіемъ въ этомъ случаѣ называется такое продолженіе, при которомъ прямыя пересѣкаются.

275. Начертить прямоугольный треугольникъ, изъ вершины его прямого угла опустить перпендикуляръ на гипотенузу и разобраться въ томъ, какія высоты у этого треугольника и въ какой точкѣ онѣ взаимно пересѣкаются.

Замѣтьте: въ прямоугольномъ треугольникѣ каждый катетъ можно разсматривать какъ основаніе треугольника, и другой катетъ тогда будетъ высотою треугольника; если же принять гипотенузу прямоугольнаго треугольника за основаніе, то высотою служитъ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу; всѣ три высоты прямоугольнаго треугольника взаимно пересѣкаются въ вершинѣ прямого угла.

276. Построить два совмѣстимыхъ остроугольныхъ разностороннихъ треугольника и ихъ высоты; разобраться въ томъ, равны ли соотвѣтственныя высоты, и записать, какія высоты равны между собою. | То же сдѣлать съ двумя совмѣстимыми разносторонними тупоугольными треугольниками. | То же сдѣлать съ двумя совмѣстимыми равнобедренными треугольниками.

277. Построить два совмѣстимыхъ равностороннихъ треугольника, провести ихъ высоты, обозначить вершины угловъ и основанія высотъ буквами и записать, какія прямыя равны между собою. | То же сдѣлать съ двумя совмѣстимыми равнобедренными треугольниками.

279. Начертить на отдѣльной бумажкѣ конечную прямую, найти ея середину, положить на чертежъ листокъ прозрачной бумаги и перечертить на этомъ листкѣ лежащую подъ нимъ прямую; намѣтить и на верхней бумажкѣ середину, приколоть булавкой или кнопкой середины обѣихъ прямыхъ къ столу и повернуть верхній листокъ вокругъ этой середины обѣихъ прямыхъ на 180°. | Прямая на верхнемъ листкѣ совмѣстится съ прямою на нижнемъ.

280. Начертить двѣ конечныя прямыя, симметричныя по отношенію къ какой-либо точкѣ; перечертить эту фигуру на прозрачномъ листкѣ бумаги подобно тому, какъ это сдѣлано въ предыдущемъ нумерѣ; проколоть булавкой или кнопкою общій центръ симметріи и приколоть обѣ бумажки къ столу; повернуть верхнюю бумажку вокругъ этого центра на 180°. | Фигура верхняго листка совмѣстится съ фигурой нижняго листка.

280a. Начертить какую-нибудь ломаную и ей симметричную по отношенію къ какому-нибудь центру симметріи; покрыть чертежъ прозрачной бумажкой, на эту послѣднюю перечертить просвѣчивающій чертежъ; проколоть булавкой или кнопкой общій центръ симметріи и приколоть обѣ бумажки къ столу; наконецъ, повернуть верхнюю бумажку вокругъ общаго центра на 180°. | Фигура верхняго листка совмѣстится съ фигурою нижняго.

280б. Начертить кругъ, отмѣтить его центръ, провести одинъ изъ его діаметровъ, покрыть чертежъ прозрачной бумажкой; на эту послѣднюю перечертить просвѣчивающій чертежъ; приколоть обѣ бумажки къ столу, проколовъ ихъ центръ, и повернуть верхнюю бумажку вокругъ этого центра на 180°. | Фигура верхняго чертежа совмѣстится съ фигурою нижняго. | Діаметръ проведенъ для того, чтобы отчетливѣе было видно, когда кругъ повернулся на 180° вокругъ своего центра.

Замѣтьте: если данную фигуру повернуть вокругъ нѣкоторой точки на 180°, и если при этомъ новое положеніе фигуры совпадаетъ (совмѣщается) съ первоначальнымъ ея положеніемъ, то всю фигуру называютъ симметричною, и такую симметрію данной фигуры называютъ центральною ея симметріей; кругъ есть фигура центрально-симметричная.

280в. Разсмотрѣть фигуры на стр. 68, 69, 70, 71, 93, 97, 101, 102, 108, 111, 112, 113, 119, 129, 130, 131 и 133, разобраться въ томъ, какія изъ этихъ фигуръ принадлежатъ къ числу центрально - симметричныхъ, записать это въ тетрадь и указать, гдѣ центръ симметріи симметричныхъ фигуръ.

282. Начертить разносторонній треугольникъ и раздѣлить каждый уголъ его пополамъ.

283. Начертить такой же разносторонній треугольникъ и провести всѣ его высоты. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, совпадаютъ ли въ разностороннемъ треугольникѣ равнодѣлящія угловъ съ высотами его.

Замѣтьте: равнодѣлящія угловъ треугольника взаимно пересѣкаются въ одной точкѣ; равнодѣлящая угла треугольника называется также биссектриссой или биссекторомъ треугольника угла этого треугольника.

285. Построить остроугольный равнобедренный треугольникъ, равнодѣлящія его угловъ и его высоты.

286. Построить тупоугольный равнобедренный треугольникъ и равнодѣлящія его угловъ.

287. Построить прямоугольный равнобедренный треугольникъ и равнодѣлящія его угловъ.

288. Построить три такихъ же треугольника, какъ въ предыдущихъ трехъ задачахъ, потомъ—равнодѣлящія ихъ угловъ и высоты.

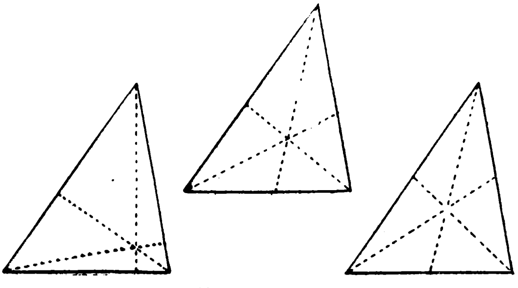
288а. Построить равносторонній треугольникъ, равнодѣлящія его угловъ и его высоты.

Замѣтьте: если въ равнобедренномъ треугольникѣ уголъ, заключенный между одинаковыми его сторонами, раздѣленъ пополамъ, то равнодѣлящая этого угла въ то же время служитъ высотою треугольника; въ равностороннемъ же треугольникѣ равнодѣлящія всѣхъ трехъ угловъ его служатъ его высотами.

288б. Убѣдиться въ справедливости предыдущаго замѣчанія съ помощью чертежа и путемъ перегиба чертежа по равнодѣлящей.

Замѣчаніе: равнодѣлящая того угла равнобедреннаго треугольника, который образованъ одинаковыми сторонами, является осью симметріи этого треугольника.

290. Начертить разносторонній треугольникъ, стороны котораго значительно отличались бы одна отъ



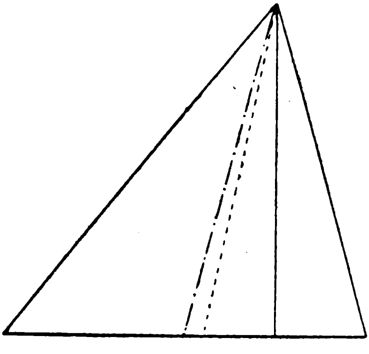
Къ № 290.

другой (напр., 8 цм., 5 цм., 11 цм.) раздѣлить уголъ, заключенный между наибольшей и наименьшей стороной пополамъ, а также третью сторону пополамъ и провести изъ противолежащей ей вершины ея равнодѣлящую. Перечертить чертежъ этого нумера, отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія прямыя проведены въ первомъ треугольникѣ, какія—во второмъ и какія—въ третьемъ.

Замѣчаніе: прямая, соединяющая вершину треугольника съ серединой противолежащей стороны, называется равнодѣлящею стороны или медіаною этого треугольника; всѣ три медіаны треугольника пересѣкаются въ одной и той же точкѣ.

291. Вырѣзать изъ бумаги модель разносторонняго остроугольнаго треугольника; сложить ее такъ, чтобы линія сгиба дѣлила одинъ изъ угловъ пополамъ, разогнуть ее и снова сложить такъ, чтобы линія сгиба прошла черезъ вершину того же угла и середину противолежащаго угла; снова разогнуть и снова сложить модель такъ, чтобы линія сгиба проходила черезъ ту же вершину и была перпендикулярна къ противолежащей сторонѣ; надписать на каждой изъ образованныхъ линій сгиба, которая изъ нихъ высота треугольника, которая — биссектриса, и которая — медіана.

292. Сдѣлать то же самое съ моделью разносторонняго тупоугольнаго треугольника, проводя всѣ линіи сгиба черезъ вершину тупого угла.



Къ № 292а.

292а. Сдѣлать три модели остроугольнаго разносторонняго треугольника; въ одной изъ нихъ сдѣлать сгибы по высотамъ, въ другой—по биссекторамъ, въ третьей—по медіанамъ. | Перечертить чертежъ этого нумера, обозначить буквами вершины треугольника и точки пересѣченія высоты, медіаны и биссектрисы со стороною треугольника и записать, которая прямая — высота треугольника, которая — медіана и которая — биссектриса, а также, какіе углы равны между собою и какіе отрѣзки между собою равны.

294. Вырѣзать изъ бумаги модель разносторонняго остроугольнаго треугольника и сложить ее такъ, чтобы линія одного сгиба была высотою треугольника, линія другого сгиба, проходящая черезъ ту же вершину треугольника,—его медіаной, а линія третьяго сгиба, тоже проходящаго черезъ ту же вершину,—его биссектрисой. | Вырѣзать изъ бумаги три модели одного и того же остроугольнаго разносторонняго треугольника, сложить одну изъ нихъ такъ, чтобы получились три линіи сгиба, представляющія собою биссектрисы треугольника; другую модель сложить такъ, чтобы линіи сгибовъ представляли собою высоты треугольника; третью модель сложить такъ, чтобы линіи сгибовъ были высотами треугольника.

295. Вырѣзать изъ бумаги одну модель разносторонняго остроугольнаго треугольника и сдѣлать въ ней девять сгибовъ, изъ которыхъ три совпадали бы съ медіанами, другіе три—съ биссектрисами, а остальные три — съ высотами треугольника; биссектрисы обвести перомъ, медіаны—карандашомъ, а высоты — цвѣтнымъ карандашомъ или пунктиромъ. | Сдѣлать то же съ моделью равнобедреннаго остроугольнаго треугольника и разобраться въ томъ, сколько будетъ различныхъ сгибовъ. | То же самое сдѣлать съ моделью разносторонняго прямоугольнаго треугольника и съ моделью равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника. | То же сдѣлать съ моделью равнобедреннаго тупоугольнаго треугольника и съ моделью разносторонняго тупоугольнаго треугольника.

296. Изготовить модели такихъ разностороннихъ остроугольныхъ треугольниковъ, въ которыхъ одна изъ сторонъ вдвое (или втрое, или вчетверо) больше другой стороны; черезъ вершину угла, образованнаго такими двумя сторонами, провести сгибъ, совпадающій съ биссектрисой этого угла, и съ помощью масштаба отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія двѣ части раздѣлилась сторона, противолежащая раздѣленному пополамъ углу. | Послѣднее уяснить себѣ на чертежѣ. | Изготовить модель тупоугольнаго треугольника, въ которомъ одна изъ сторонъ, образующихъ тупой уголъ, больше другой въ 5 разъ; путемъ сгиба найти биссектрису тупого угла и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія двѣ части раздѣлилась сторона, противолежащая тупому углу. | То же самое сдѣлать съ моделью прямоугольнаго треугольника, въ которомъ одинъ катетъ больше другого въ 5 разъ. | Въ томъ же родѣ поработайте надъ моделями тупоугольнаго и прямоугольнаго треугольниковъ, въ которыхъ наибольшая сторона болѣе наименьшей въ 5 разъ, при чемъ дѣлите пополамъ тотъ уголъ, который образованъ наибольшей стороною съ наименьшею.

Замѣтьте: если въ треугольникѣ двѣ стороны не равны между собою, то биссектриса угла, заключеннаго между этими двумя сторонами, раздѣляетъ противолежащую сторону на неодинаковыя части, и бòльшая изъ этихъ двухъ частей прилежитъ къ бòльшей сторонѣ, а меньшая—къ меньшей сторонѣ.

296а. Изготовьте изъ бумаги модель трехъ разностороннихъ треугольниковъ одного остроугольнаго, другого—прямоугольнаго, и третьяго—тупоугольнаго; въ каждомъ изъ нихъ проведите одну медіану съ помощью сгиба и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, на какія двѣ части медіана раздѣла уголъ каждаго треугольника.

Замѣтьте: если двѣ стороны треугольника не равны между собою, то медіана третьей стороны раздѣляетъ уголъ, противолежащій этой сторонѣ, на двѣ неодинаковыя части, и къ большей сторонѣ прилежитъ меньшая часть угла, а къ меньшей сторонѣ—бòльшая часть угла.

298. Изготовить изъ бумаги модели трехъ равнобедренныхъ треугольниковъ: одного—остроугольнаго, одного — прямоугольнаго, и третьяго—тупоугольнаго; путемъ сгиба найти биссектрису его угла при вершинѣ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что эта биссектриса въ то же время служитъ въ треугольникѣ его медіаной и высотою. | Съ помощью чертежа разобраться въ томъ, каковы остальныя биссектрисы, медіаны и высоты каждаго изъ трехъ равнобедренныхъ треугольниковъ, изъ которыхъ одинъ—остроугольный, другой—прямоугольный, а третій—тупоугольный.

Замѣтьте: въ равнобедренномъ треугольникѣ биссектриса угла при вершинѣ служитъ въ то же время высотою треугольника и медіаной его.

299. Изготовить изъ бумаги модель равносторонняго треугольника, путемъ сгиба найти всѣ его биссектрисы, медіаны и высоты и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько для этого надо сдѣлать сгибовъ.

Замѣтьте: въ равностороннемъ треугольникѣ каждая биссектриса совпадаетъ съ медіаною и высотою, проведенными изъ той же вершины.

300. Построить разносторонній остроугольный треугольникъ, изъ одной его вершины провести биссектрису, медіану и высоту; обозначить вершины треугольниковъ буквами A, B и C, основаніе высоты—буквою P, основаніе биссектрисы—буквою K, и основаніе медіаны—буквою M; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ лежатъ на противолежащей сторонѣ точки P, K и M, и записать, которыя части равны между собою, которая больше, которая изъ этихъ трехъ точекъ ближе къ одному изъ концовъ основанія и которая дальше. | То же самое сдѣлать съ разностороннимъ прямоугольнымъ и съ разностороннимъ тупоугольнымъ треугольниками, проведя биссектрисы, медіаны и высоты изъ вершины прямого и тупого угловъ. | То же сдѣлать съ разносторонними прямоугольнымъ и тупоугольнымъ треугольниками, проведя биссектрисы, медіаны и высоты изъ вершины котораго-нибудь изъ острыхъ угловъ.

Замѣтьте: только въ равнобедренномъ треугольникѣ высота его сливается съ биссектрисой угла при вершинѣ и съ равнодѣлящей основанія, и только въ равностороннемъ треугольникѣ всѣ высоты, биссектрисы и медіаны равны между собою.

302. Построить прямоугольный треугольникъ по обоимъ катетамъ его. | Построить равнобедренный треугольникъ по его высотѣ и основанію.

303. Построить прямоугольный треугольникъ по гипотенузѣ и одному изъ катетовъ. | Построить равнобедренный треугольникъ по высотѣ и одной изъ одинаковыхъ сторонъ его. | Построить равнобедренный треугольникъ по одной изъ одинаковыхъ сторонъ его и основанію.

304. Построить прямоугольный треугольникъ по гипотенузѣ и одному изъ острыхъ угловъ его. | Построить равнобедренный треугольникъ по одной изъ одинаковыхъ сторонъ его и углу при основаніи. | Построить равнобедренный треугольникъ по одной изъ одинаковыхъ сторонъ его и углу при вершинѣ. (Намекъ: высота равнобедреннаго треугольника сливается съ биссектрисой угла при вершинѣ.)

305. Построить прямоугольный треугольникъ по его катету и углу, прилежащему къ этому катету. | Построить равнобедренный треугольникъ по высотѣ его и углу при вершинѣ. | Построить равнобедренный треугольникъ по основанію его и углу, прилежащему къ нему.

306. Построить нѣсколько равнобедренныхъ треугольниковъ, въ которыхъ боковыя стороны каждаго треугольника были бы вдвое болѣе основанія его. | Обратить вниманіе на то, подобны ли всѣ эти треугольники или нѣтъ.

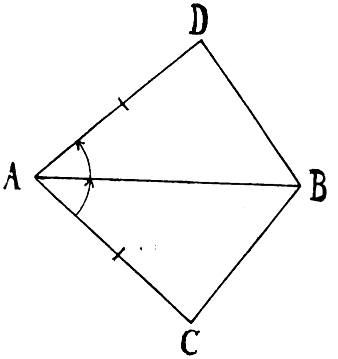
307. Построить нѣсколько равнобедренныхъ треугольниковъ, въ каждомъ изъ которыхъ высота была бы вдвое болѣе его основанія. | Подобны ли эти треугольники?

308. Построить нѣсколько равнобедренныхъ треугольниковъ, въ каждомъ изъ которыхъ основаніе было бы вдвое больше высоты его. | Подобны ли эти треугольники?

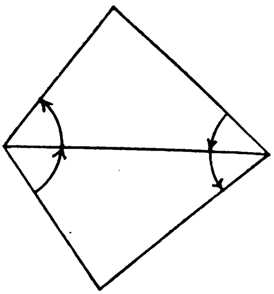
309. Построить два подобныхъ равнобедренныхъ треугольника, въ которыхъ основаніе одного было бы вдвое больше, чѣмъ основаніе другого, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, во сколько разъ высота бо̀льшаго треугольника больше высоты меньшаго.

310. Построить два несовмѣстимыхъ равнобедренныхъ треугольника, въ каждомъ изъ которыхъ основаніе больше высоты въ три раза.

312. Построить два треугольника, удовлетворяющихъ слѣдующимъ 4-мъ условіямъ: 1) у нихъ одна общая сторона; 2) два угла, прилежащіе къ общей сторонѣ, симметричны; 3) на остальныхъ сторонахъ этихъ двухъ угловъ отложены два равныхъ отрѣзка; 4) концы этихъ двухъ отрѣзковъ соединены съ концомъ общей стороны. | Равны ли эти два треугольника между собою или не равны?



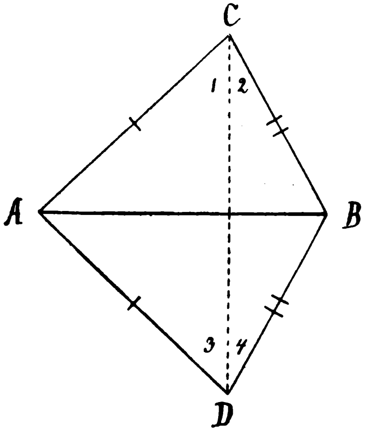
Къ № 312.



Къ № 314.

314. Построить два треугольника, удовлетворяющихъ слѣдующимъ условіямъ: 1) у нихъ общая сторона; 2) углы, прилежащіе къ ней и имѣющіе общую вершину, равны между собою. | Равны ли эти треугольники между собою?

317. Построить два треугольника, удовлетворяющихъ слѣдующимъ условіямъ: 1) у нихъ общая сторона; 2) двѣ стороны, идущія отъ одного конца общей стороны, равны между собою, и 3) остальныя двѣ стороны, идущія отъ другого конца общей стороны, тоже равны между собою.



Къ № 317.

318. Начертите треугольникъ, въ которомъ одна сторона больше другой въ два раза. | Начертите прямоугольный треугольникъ, въ которомъ одинъ изъ острыхъ угловъ меньше прямого угла въ два раза, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, составляетъ ли противолежащій катетъ половину гипотенузы или нѣтъ.

Замѣтьте: если въ одномъ и томъ же треугольникѣ одна сторона больше другой въ два раза, то уголъ, противолежащій большей сторонѣ, не въ два раза больше, чѣмъ уголъ, противолежащій меньшей сторонѣ, и обратно: если одинъ изъ угловъ треугольника больше другого въ два раза, то сторона, противолежащая большему углу, не въ два раза больше той стороны, которая противолежитъ меньшему углу; вообще, если одна сторона треугольника больше другой, то противъ большей стороны лежитъ большій уголъ, но не во столько же разъ большій, во сколько разъ соотвѣтственная бо̀льшая сторона больше меньшей; а если два угла треугольника не равны между собою, то противъ бо̀льшаго угла лежитъ и бо̀льшая сторона, но не во столько же разъ бо̀льшая, во сколько разъ соотвѣтственный бо̀льшій уголъ больше соотвѣтственной меньшей; говоря иначе и короче: если двѣ стороны одного и того же треугольника не равны между собою, то противъ большей стороны лежитъ большій уголъ, но углы эти не пропорціональны сторонамъ, которымъ они противолежатъ.

319. Начертить два равныхъ треугольника, обозначить вершины одного изъ нихъ буквами *А*, *В* и *С*, а вершины другого—буквами *М*, *N* и *Р* и записать, какіе углы между собою равны, какія стороны равны и которыя стороны противолежатъ какимъ угламъ.

320. Начертить треугольникъ, провести внѣ его прямую и взять внѣ его точку; построить два треугольника, изъ которыхъ одинъ былъ бы симметриченъ другому по отношенію къ проведенной прямой, какъ къ оси симметріи, а третій симметриченъ первому по отношенію къ взятой точкѣ, какъ къ центру симметріи. | Обозначить одинаковыми буквами вершины равныхъ между собою угловъ этихъ трехъ треугольниковъ.

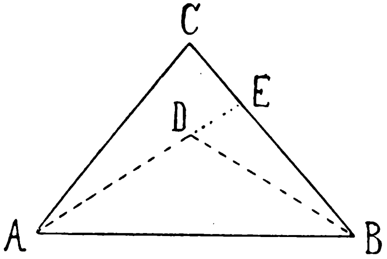
322. Начертить фигуру въ родѣ относящейся къ этому нумеру; начертить прямыя, которыя порознь равны суммамъ:

$AD+DB$

$AD+DE+EB$

и $AC+CE+BE$

и разобраться въ томъ, какая изъ этихъ суммъ наименьшая и какая наибольшая.



Къ № 322.

323. Начертить фигуру въ томъ же родѣ на картонѣ, въ точкахъ *А*, *D* и *В* укрѣпить одну натянутую нитку, въ точкахъ *А*, *Е* и *В*—другую (если возможно, то другого цвѣта) и, наконецъ, въ точкахъ *А*, *С* и *Е*—третью (третьяго цвѣта) и разобраться въ томъ, почему·

$AD + DB$ меньше, чѣмъ $AD + DE + EB$,
а $AD + DE + EB$ меньше, чѣмъ $AC + CE + EB$.

Замѣтьте: если внутри треугольника взять точку и ее соединить съ двумя вершинами треугольника, то внутренняя ломаная линія короче внѣшней ломаной.

325. Начертить остроугольный треугольникъ и одну изъ его сторонъ продолжить въ какомъ-нибудь одномъ направленіи. | Начертить прямоугольный треугольникъ и продолжить одинъ изъ его катетовъ въ обоихъ направленіяхъ. | Начертить тупоугольный треугольникъ и продолжить одну изъ сторонъ тупого угла въ обоихъ направленіяхъ. | Начертить какой-нибудь треугольникъ и продолжить каждую изъ его сторонъ въ обоихъ направленіяхъ; обозначить буквами вершины треугольниковъ и концы продолженій и записать, которые углы равны между собою.

Замѣтьте: если продолжить сторону треугольника въ какомъ-нибудь направленіи, то получится уголъ, смежный съ однимъ изъ угловъ треугольника; уголъ, смежный съ однимъ изъ угловъ треугольника, называется внѣшнимъ угломъ треугольника; въ отличіе отъ внѣшнихъ угловъ, углы треугольника называются внутренними.

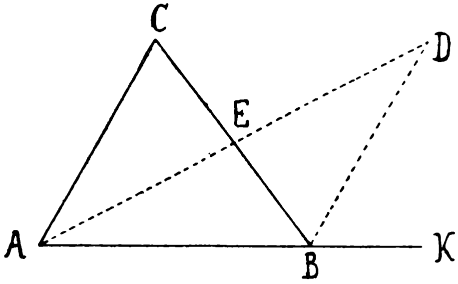
325a. Въ послѣдней задачѣ предыдущаго нумера записать, которые углы—внѣшніе.

326. Отрѣзать отъ четвертушки бумаги модель такого прямоугольнаго треугольника, чтобы одинъ изъ угловъ или два угла оставшейся части четвертушки бумаги были внѣшними углами отрѣзаннаго треугольника, и разобраться въ томъ, что внѣшній уголъ больше каждаго внутренняго, съ нимъ не смежнаго. | Отрѣзать отъ четвертушки бумаги модель такого остроугольнаго треугольника, чтобы одинъ изъ угловъ или два угла оставшейся части четвертушки бумаги были внѣшними углами отрѣзаннаго треугольника, и разобраться въ томъ, что внѣшній уголъ треугольника больше каждаго внутренняго, съ нимъ не смежнаго.

328. Построить разносторонній прямоугольный треугольникъ, продолжить одинъ изъ его катетовъ въ такомъ направленіи, чтобы образовавшійся внѣшній уголъ былъ прямымъ; обозначить его вершины и конецъ продолженія буквами и записать, какіе углы равны между собою и что внѣшній уголъ этого треугольника больше каждаго изъ внутреннихъ, съ нимъ не смежныхъ. | Начертить равнобедренный прямоугольный треугольникъ и выполнить то же самое, что требуется въ послѣдней задачѣ. | Начертить разносторонній прямоугольный треугольникъ, продолжить одинъ изъ его катетовъ въ такомъ направленіи, чтобы образовавшійся внѣшній уголъ былъ тупымъ, обозначить его вершину и конецъ продолженія буквами и записать, что внѣшній уголъ больше каждаго внутренняго, съ нимъ не смежнаго. | Начертить разносторонній тупоугольный треугольникъ и продолжить одну изъ сторонъ тупого угла въ такомъ направленіи, чтобы смежный съ нимъ уголъ былъ острымъ; обозначить вершины треугольника и конецъ продолженія буквами и записать, что внѣшній уголъ больше каждаго изъ внутреннихъ, съ нимъ не смежныхъ. | Начертить разносторонній тупоугольный треугольникъ, продолжить одну изъ его сторонъ въ такомъ направленіи, чтобы внѣшній уголъ былъ смежнымъ съ однимъ изъ острыхъ угловъ треугольника; обозначить вершины треугольника и конецъ продолженія буквами и обозначить, что внѣшній уголъ треугольника больше внутренняго, съ нимъ не смежнаго.

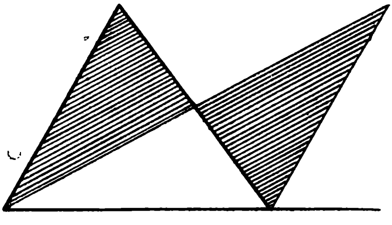
Замѣтьте: внѣшній уголъ треугольника можетъ быть равенъ внутреннему, съ нимъ смежному, но только тогда, когда они прямые; онъ можетъ быть меньше внутренняго, съ нимъ смежнаго, но только тогда, когда внѣшній уголъ острый; но каковы бы ни были тотъ или иной внутренній уголъ треугольника, внѣшній уголъ этого треугольника непремѣнно больше каждаго изъ внутреннихъ, съ нимъ не смежныхъ.

328а. Построить равнобедренные прямоугольный, тупоугольный и остроугольный треугольники и всѣ внѣшніе углы каждаго изъ нихъ; обозначить ихъ вершины и концы продолженій ихъ сторонъ буквами и записать, какіе внѣшніе углы больше которыхъ внутреннихъ, съ ними не смежныхъ.



Къ № 330.

330. Начертить треугольникъ ABC; сторону AB продолжить до точки K; сторону CB раздѣлить пополамъ; середину стороны CB обозначить буквой E; принять точку E за центръ симметріи и построить треугольникъ EBD, симметричный треугольнику ECA; разобраться въ томъ, какіе треугольники равны между собою, какіе углы между собою равны и какому углу равенъ внутренній уголъ C, не смежный съ внѣшнимъ угломъ CBK.



Къ № 330а.

330а. Для большей ясности перечертить чертежъ, относящійся къ этому нумеру, и уголъ C въ немъ обозначить (см. предыдущій чертежъ) цифрой 1, а уголъ, ему равный,—цифрой 2.

332. Начертить прямую линію, взять внѣ ея точку, изъ этой точки опустить на прямую перпендикуляръ; отмѣтить на прямой двѣ точки, симметричныя по отношенію къ основанію (къ „подошвѣ“) перпендикуляра и соединить ихъ прямыми линіями съ точкою, изъ которой опущенъ перпендикуляръ. | Какіе получились треугольники? | Снабдить чертежъ буквами и записать: какой треугольникъ равнобедренный, какіе прямоугольные, какіе симметричны, какіе между собою равны, какія прямыя между собою равны, какія прямыя наклонны, какія прямыя представляютъ собою проекціи этихъ наклонныхъ на первую прямую, какая прямая—ось симметріи симметричныхъ треугольниковъ.

Замѣтьте: когда говорятъ, что изъ точки, взятой внѣ данной прямой, къ этой прямой проведена наклонная, то при этомъ имѣютъ въ виду только отрѣзокъ наклонной, заключенный между этой точкой и точкою пересѣченія наклонной съ данной прямою; въ этомъ смыслѣ говорятъ: если проекціи двухъ наклонныхъ, проведенныхъ къ этой прямой изъ одной и той же точки, взятой внѣ прямой, равны между собою, то эти наклонныя тоже между собою равны.

333. Изъ точки, взятой внѣ данной прямой, провести двѣ такія наклонныя до пересѣченія съ этой прямой, которыя были бы равны между собою; найти проекціи этихъ наклонныхъ на данную прямую; снабдить чертежъ буквами и записать: какія прямыя равны между собою, какія симметричны, какіе получились треугольники, которые изъ нихъ равны между собою.

Замѣтьте: если двѣ наклонныя проведены къ данной прямой изъ одной и той же точки, взятой внѣ этой прямой, и если наклонныя равны между собою, то ихъ проекціи на эту прямую тоже между собою равны.

334. Изъ точки, взятой внѣ прямой, провести перпендикуляръ къ этой прямой; на послѣдней взять двѣ точки, лежащія по одну сторону основанія перпендикуляра; соединить ихъ съ началомъ перпендикуляра; отдать себѣ отчетъ въ томъ, которая изъ наклонныхъ больше. | Изъ точки, взятой внѣ прямой, провести перпендикуляръ къ этой прямой; на послѣдней, по разныя стороны основанія перпендикуляра, взять двѣ точки, не симметричныя по отношенію къ этому основанію; соединить эти точки съ точкою, взятою внѣ прямой, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, которая изъ наклонныхъ больше.

Замѣтьте: если проекціи двухъ наклонныхъ, проведенныхъ къ одной и той же прямой, изъ точки, взятой внѣ этой прямой, не равны между собою, то и наклонныя не равны между собою, и наклонная съ большей проекціей больше наклонной съ меньшей проекціей.

335. Изъ точки, взятой внѣ прямой, провести двѣ неодинаковыя наклонныя, найти ихъ проекціи на данную прямую и отдать себѣ отчетъ въ томъ, которая изъ проекцій больше.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ прямой, проведены къ этой прямой двѣ неодинаковыя наклонныя, то у большей наклонной бо̀льшая проекція.

335а. Изъ точки, взятой внѣ прямой, провести перпендикуляръ къ этой прямой и двѣ такія наклонныя, чтобы проекція одной изъ нихъ была въ 2 раза больше проекціи другой, и отдать себѣ отчетъ (съ помощью циркуля или масштаба) въ томъ, во сколько, приблизительно, разъ бо̀льшая наклонная больше меньшей. | Изъ точки, взятой внѣ прямой, опустить на эту прямую такія двѣ наклонныя, чтобы одна изъ нихъ была больше другой въ 2 раза, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, во сколько, приблизительно, разъ проекція большей наклонной больше проекціи меньшей.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ прямой, провести двѣ наклонныя къ этой прямой, если найти ихъ проекціи на эту прямую и если эти проекціи не равны между собою, то бо̀льшая проекція не во столько же разъ больше меньшей, во сколько разъ бо̀льшая наклонная больше меньшей; говоря иначе: если изъ точки, взятой внѣ прямой, къ этой прямой проведены двѣ неодинаковыя наклонныя, то проекціи этихъ наклонныхъ на эту прямую непропорціональны наклоннымъ.

336. Изъ точки, взятой внѣ прямой, провести къ этой прямой перпендикуляръ и нѣсколько наклонныхъ; принять точку за центръ, а перпендикуляръ—за радіусъ; начертить этимъ радіусомъ изъ этого центра окружность и разобраться въ томъ, возможна ли такая наклонная, которую эта окружность не пересѣкла бы.

Замѣтьте: перпендикуляръ, опущенный изъ данной точки на данную прямую, короче всякой наклонной, проведенной изъ той же точки къ этой прямой; говорятъ и иначе: перпендикуляръ есть кратчайшее разстояніе между прямою и точкой, взятой внѣ ея.

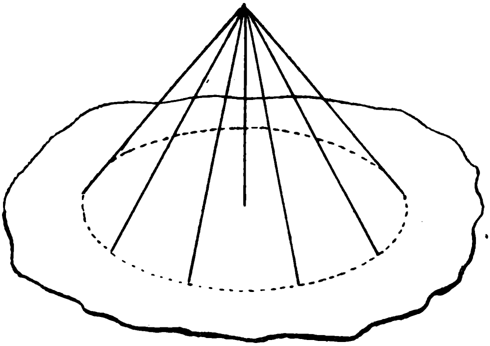
336. Построить равнобедренный треугольникъ, раздѣлить его основаніе пополамъ, изъ середины основанія возставить къ нему перпендикуляръ по направленію къ вершинѣ треугольника и отдать себѣ отчетъ въ томъ, пройдетъ ли этотъ перпендикуляръ черезъ вершину треугольника.

336а. Начертить конечную прямую, раздѣлить ее пополамъ и изъ середины возставить перпендикуляръ къ этой прямой; взять на этомъ перпендикулярѣ нѣсколько точекъ, соединить ихъ съ концами прямой и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велики проекціи этихъ наклонныхъ на данную прямую и какія наклонныя между собою равны; обозначить концы прямой и точки, взятыя на перпендикулярѣ, буквами и записать, какія прямыя между собою равны.

337. Начертить нѣсколько треугольниковъ, найти проекціи двухъ сторонъ каждаго изъ нихъ на третью сторону того же треугольника и разобраться въ томъ, какой сторонѣ соотвѣтствуетъ бо̀льшая проекція.

337а. Начертить конечную прямую, раздѣлить ее пополамъ и изъ середины прямой возставить къ ней перпендикуляръ; взять внѣ этого перпендикуляра точку, соединить ее съ концами прямой и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велики проекціи полученныхъ двухъ наклонныхъ и которая наклонная больше,

338. Съ помощью пробки или куска воска скрѣпить нѣсколько вязальныхъ спицъ или булавокъ и составить модель по чертежу этого нумера, изображающему перпендикуляръ къ плоскости и нѣсколько одинаковыхъ наклонныхъ; отдать себѣ отчетъ въ томъ, равны ли между собою проекціи равныхъ наклонныхъ на эту плоскость.

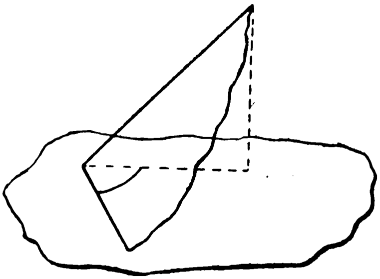


Къ № 338.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ плоскости, проведены къ этой плоскости перпендикуляръ и одинаковыя наклонныя, то проекціи этихъ наклонныхъ на эту плоскость равны между собою.

339. Отдать себѣ отчетъ въ томъ, что можно сказать о проекціяхъ не равныхъ наклонныхъ на данную плоскость, если наклонныя проведены изъ одной и той же точки, взятой внѣ этой плоскости, и записать свойство этихъ проекцій въ тетради.

339а. Согнуть гибкую проволоку подъ прямымъ угломъ, одну сторону этого угла положить на столъ, а другую держать въ положеніи, наклонномъ къ столу; провести по поверхности стола изъ вершины модели прямого угла нѣсколько прямыхъ линій и отдать себѣ отчетъ, какіе углы образуются наклонною частью модели съ проведенными на столѣ прямыми. | Картонную модель прямого угла положить одной стороною на столъ, а всю модель привести во вращеніе вокругъ лежащей на столѣ стороны ея и обратить вниманіе на то, что подвижная сторона образуетъ съ плоскостью стола разные углы и что только при одномъ положеніи она дѣлается перпендикулярною къ этой плоскости. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, какой уголъ образуетъ подвижная сторона модели со своей проекціей и какой уголъ образуетъ ось вращенія съ проекціей подвижной стороны. | Продѣлать то же самое съ книжкой или другимъ предметомъ, одинъ изъ угловъ котораго — прямой. | Разобраться въ чертежѣ этого нумера.



Къ № 339а.

Замѣтьте: если прямой уголъ лежитъ одною стороною на какой-нибудь плоскости, а другая сторона прямого угла наклонена къ этой плоскости, то проекція этого прямого угла на эту плоскость — тоже прямой уголъ, подъ какимъ бы угломъ ни была наклонена плоскость перваго прямого угла по отношенію къ плоскости.

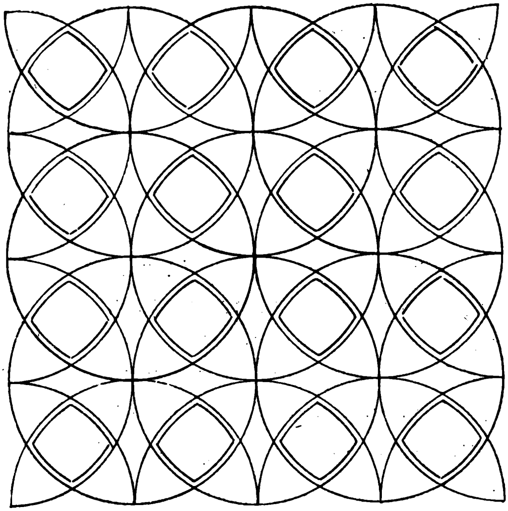
339б. Перерисовать чертежъ нумера 339а въ свою тетрадь и отдать тебѣ отчетъ въ томъ, что начерчено на чертежѣ 339б (стр. 185).

339в. Поставить книгу на столъ такъ, какъ это изображено на чертежѣ (стр. 185); положить два карандаша на столъ и поставить третій такъ, чтобы онъ былъ перпендикуляренъ къ каждому изъ нихъ, и связать ниткой три карандаша такъ, чтобы одинъ былъ перпендикуляренъ къ каждому изъ остальныхъ двухъ.

Замѣтьте: если въ плоскости провести двѣ прямыя, образующія какой-нибудь уголъ, и изъ вершины этого угла прямую, перпендикулярную къ каждой изъ этихъ прямыхъ, то эта прямая перпендикулярна ко всякой прямой, проведенной въ той же плоскости черезъ основаніе первой прямой, и тогда говорятъ, что эта прямая перпендикулярна къ самой плоскости.

340. Выполнить тѣ орнаменты, которые требуютъ прежде всего, чтобы былъ построенъ равносторонній треугольникъ, изъ нумеровъ: 148в (стр. 69), 192а (стр. 101), 214 (стр. 129 и 130), 214а и 214б (стр. 131).

340а. Выполнить чертежъ этого нумера, отдать себѣ отчетъ въ томъ, которыя окружности и полуокружности касаются одна другой, считая сначала отъ лѣвой руки къ правой, а затѣмъ сверху внизъ, и записать это, примѣрно, слѣдующимъ образомъ:

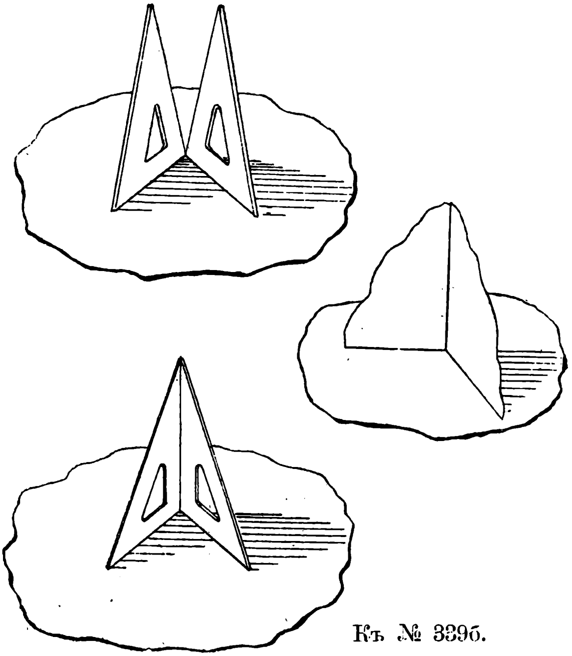


Къ № 340а.

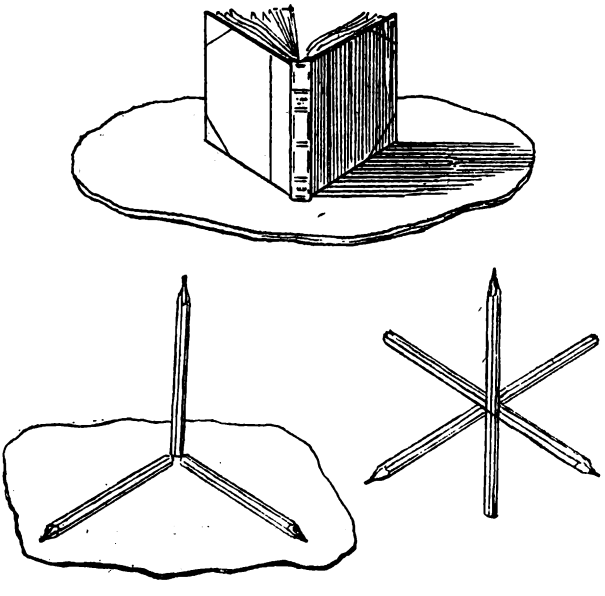
1-ая полуокр. и 2-ая окружность
2-ая окр. и 3-ья полуокр.
1-ая окр. и 3-ья окружность

и т. д.

340б. Разыскать въ книгѣ тѣ нумера, въ которыхъ цѣлыя окружности соприкасаются одна съ другой и

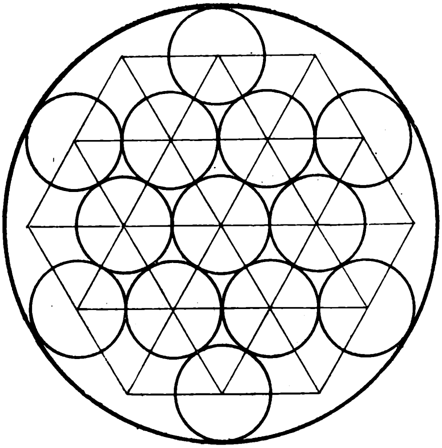


Къ № 339б.

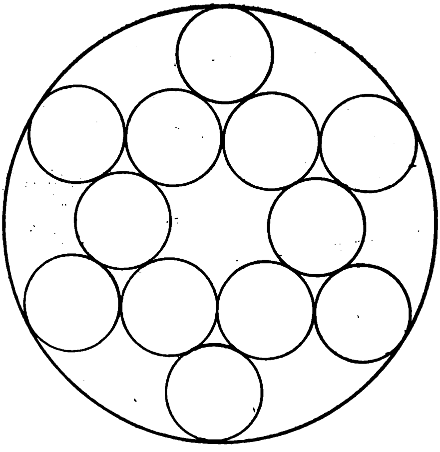


Къ № 339в.

въ которыхъ соприкасаются части окружностей, и записать, на которыхъ страницахъ находятся такіе чер-



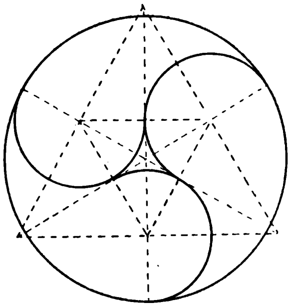
Къ № 340б.



Къ № 340б.

тежи. | Перечертить чертежи этого нумера и отдать себѣ отчетъ въ томъ, которыя окружности соприкасаются.

Замѣтьте: окружности двухъ круговъ могутъ лежать въ одной и той же плоскости различно: а) онѣ могутъ взаимно пересѣкаться въ двухъ точкахъ, и тогда часть окружности одного круга лежитъ внутри другого, и часть второй окружности внутри перваго; б) онѣ могутъ лежать такъ, что всѣ точки одного круга лежатъ внутри другого круга, а общей точки у нихъ и у ихъ окружностей нѣтъ; в) онѣ могутъ лежать такъ, что всѣ точки одного круга лежатъ внутри другого, а у нихъ и у окружностей есть одна общая точка (случай внутренняго касанія); г) онѣ могутъ лежать, каждая внѣ другой такъ, чтобы общей точки у нихъ не было ни одной; и д) онѣ могутъ лежать такъ, что у обоихъ круговъ нѣтъ ни одной общей точки, кромѣ точки касанія ихъ окружностей (случай внѣшняго касанія).



Къ № 340в.

340б. Начертить на обыкновенной бумагѣ окружность, а на просвѣчивающей — другую меньшимъ радіусомъ; положить прозрачную бумагу на другую и такъ, чтобы обѣ окружности были концетрическими; затѣмъ перемѣщать прозрачную бумагу такъ, чтобы постепенно получились всѣ случаи взаимнаго положенія окружностей.

340г. Начертить четыре чертежа, на каждомъ по двѣ окружности, которыя лежатъ такъ, какъ это указано въ предыдущемъ замѣчаніи. | Выполнить чертежъ этого нумера. | Начертить нѣсколько окружностей разнаго радіуса, но съ однимъ и тѣмъ же центромъ.

Замѣтьте: если у двухъ окружностей общій центръ, то ихъ называютъ концентрическими.

§ 5. Параллельныя и непараллельныя прямыя.

343. Положить на столъ два карандаша концами другъ къ другу и перпендикулярно одинъ къ другому; взять третій карандашъ и приставить его концомъ къ другому концу одного изъ карандашей перпендикулярно къ этому послѣднему. | Положить всѣ три карандаша на столъ такъ, чтобы два изъ нихъ занимали положеніе, перпендикулярное къ третьему. | Начертить прямую, взять на ней двѣ точки, изъ нихъ провести два перпендикуляра къ этой прямой; каждый изъ нихъ продолжить въ обоихъ направленіяхъ по возможности далеко и отдать себѣ отчетъ въ томъ, пересѣкутся ли эти перпендикуляры одинъ съ другимъ. | Начертить треугольникъ, въ которомъ одинъ уголъ прямой; можно ли начертить такой прямолинейный треугольникъ, въ которомъ два угла—прямые?

Замѣтьте: выше спрашивается, можно ли начертить такой прямолинейный треугольникъ, въ которомъ два угла прямые; слово „прямолинейный“ прибавлено потому, что существуютъ треугольники, которыхъ стороны не прямыя линіи, а кривыя (напр., дуги окружности); см., напр., третій и послѣдній орнаменты на стр. 130.

343а. Начертить двѣ прямыя, изъ которыхъ каждая перпендикулярна къ третьей, и изъ гибкой проволоки сдѣлать модель ломаной линіи, въ которой три части: одна средняя, другія двѣ крайнія, притомъ каждая изъ крайнихъ перпендикулярна къ средней.

345. Начертить прямую въ какомъ-нибудь направленіи и въ той же плоскости, но внѣ этой прямой, еще одну прямую, имѣющую то же направленіе, что первая. | Начертить двѣ различныя прямыя, у которыхъ прямо противоположныя направленія.—Начертить двѣ прямыя въ разныхъ, но не прямо противоположныхъ, направленіяхъ; встрѣтятся ли эти прямыя по продолженіи каждой изъ нихъ въ обоихъ направленіяхъ?

346. Начертите двѣ прямыя, у которыхъ одно и то же направленіе, и другія двѣ, у которыхъ прямо противоположныя направленія, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, пересѣкутся ли прямыя первой пары и пересѣкутся ли прямыя второй пары. | Начертите такія двѣ прямыя въ разныхъ, но не прямо противоположныхъ, направленіяхъ, чтобы онѣ не пересѣклись, какъ бы мы далеко ихъ ни продолжали въ этихъ направленіяхъ.

347. Изготовьте изъ дерева или изъ бумаги двѣ стрѣлки и придайте имъ слѣдующія положенія: а) положите обѣ стрѣлки на столъ и придайте имъ одно и то же направленіе; б) придайте имъ прямо противоположныя направленія; в) придайте имъ сходящіяся въ одной точкѣ направленія; г) придайте имъ расходящіяся, но не прямо противоположныя, направленія. | Одну изъ стрѣлокъ оставьте на столѣ, а другую возьмите въ руку и придайте ей такое направленіе, чтобы черезъ направленія обѣихъ сторонъ невозможно было провести плоскость.

Замѣтьте: если двѣ прямыя линіи имѣютъ одно и то же или прямо противоположныя направленія, то онѣ лежатъ въ одной и той же плоскости, или черезъ нихъ можно провести плоскость.

350. Начертить прямую, взять на ней двѣ точки, принять ихъ за вершины двухъ равныхъ угловъ, лежащихъ въ плоскости чертежа, и, съ помощью линейки и циркуля, построить эти углы на данной прямой такъ, чтобы остальныя двѣ стороны имѣли одно и то же направленіе.

351. Начертить прямую, взять на ней двѣ точки и изъ нихъ провести такія двѣ прямыя въ той же плоскости, которыя имѣли бы другія и притомъ прямо противоположныя направленія.

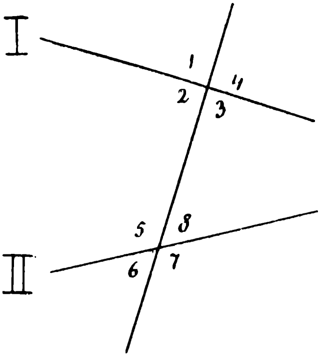
352. Въ каждомъ изъ двухъ предыдущихъ чертежей каждую прямую по возможности дальше продолжить въ обоихъ направленіяхъ, но продолженія провести пунктиромъ.

353. Начертить двѣ прямыя, имѣющія одно и то же направленіе, и пересѣчь ихъ двумя прямыми, тоже имѣющими одно и то же направленіе. (Намекъ: предпослѣдняя задача № 343.)

354. Начертить двѣ прямыя, у которыхъ прямо противоположныя направленія, и пересѣчь ихъ двумя прямыми, тоже идущими въ прямо противоположныхъ направленіяхъ, и обозначить всѣ направленія стрѣлками.

355. Начертить двѣ прямыя, у которыхъ разныя, но не прямо противоположныя, направленія, и пересѣчь ихъ третьею прямою.

356. Начертить двѣ прямыя, у которыхъ разныя, но не прямо противоположныя, направленія; взять на одной изъ нихъ точку и изъ нея провести прямую, имѣющую то же направленіе, что вторая изъ прямыхъ.



Къ № 358.

358. Начертите двѣ прямыя, не пересѣкающіяся на чертежѣ и имѣющія разныя направленія, но не прямо противоположныя; пересѣките ихъ какою-нибудь третьей прямою, перенумеруйте углы, какъ на чертежѣ, и запишите: а) какіе углы лежатъ по одну сторону сѣкущей; б) какіе углы—внѣшніе; в) какіе углы внутренніе; г) какіе внѣшніе лежатъ по одну сторону сѣкущей; д) какіе внутренніе лежатъ по одну сторону сѣкущей; е) какіе углы внутренніе, накрестъ лежащіе; ж) какіе углы внѣшніе, накрестъ лежащіе.

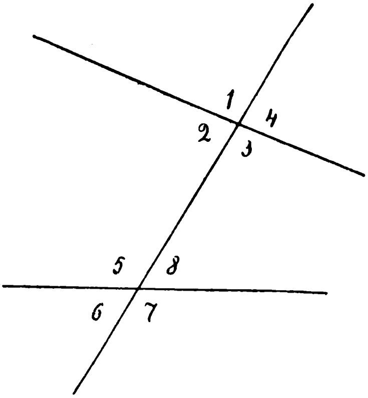
359. Начертить двѣ прямыя, имѣющія одно и то же направленіе, продолжить прямую, послужившую для рѣшенія этой задачи, перенумеровать всѣ углы подобно тому, какъ это сдѣлано на чертежѣ предыдущаго нумера, и записать отвѣты на вопросы, предложенные въ задачѣ предыдущаго нумера.

Замѣтьтэ: если двѣ прямыя лежатъ въ одной плоскости и не пересѣкаются, какъ бы далеко ихъ ни продолжали въ обоихъ направленіяхъ каждую изъ нихъ, то о такихъ прямыхъ говорятъ, что каждая изъ нихъ параллельна другой, или что онѣ взаимно параллельны. | Двѣ взаимно параллельныя прямыя должны имѣть либо одно и то же направленіе, либо прямо противоположныя; когда направленія прямыхъ не указаны, то каждой изъ нихъ можно, какъ и всякой отдѣльной прямой линіи, придавать то или иное направленіе.

361. Начертить двѣ прямыя, имѣющія одно и то же опредѣленное направленіе, пересѣчь ихъ третьею прямою, тоже имѣющею нѣкоторое опредѣленное направленіе; обратить вниманіе на тѣ два угла, которые эта третья прямая образуетъ съ первыми двумя (сравни № 56 и первый чертежъ къ нему, на страницѣ 27); заштриховать эти два угла и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе это углы: накрестъ лежащіе или соотвѣтственные.

362. Начертить двѣ прямыя, у которыхъ разныя, но не прямо противоположныя направленія, пересѣчь ихъ третьею прямою; далѣе, обращая вниманіе на направленія этихъ трехъ прямыхъ, заштриховать тѣ углы, которые третья прямая образуетъ съ первыми двумя, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе это углы: соотвѣтственные, или накрестъ лежащіе, или ни то, ни другое.

363. Начертить двѣ прямыя не въ одномъ и томъ же и не въ прямо противоположныхъ направленіяхъ, пересѣчь ихъ третьею прямою; не обращая вниманія на первоначальныя направленія этихъ трехъ прямыхъ, перенумеровать всѣ 8 угловъ, какъ на чертежѣ этого нумера, и записать парами: внутренніе накрестъ лежащіе углы, внѣшніе накрестъ лежащіе углы, внутренніе углы, лежащіе по одну сторону сѣкущей (такъ называемые внутренніе односторонніе), внѣшніе углы, лежащіе по одну сторону сѣкущей, и, наконецъ, соотвѣтственные другъ другу.



Къ № 363.

364. Снова выполнить чертежъ предыдущей задачи, перенумеровать углы и записать парами: вертикальные углы и углы смежные; затѣмъ также записать, какіе углы равны между собою и сумма какихъ угловъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, или 180°.

365. Выполнить чертежъ въ родѣ того, который начерченъ въ № 363, но непремѣнно такъ, чтобы первая и вторáя прямыя, по приличномъ продолженіи, пересѣклись въ предѣлахъ чертежа, отдать себѣ отчетъ въ томъ, которые изъ восьми угловъ — внѣшніе углы полученнаго треугольника, и записать, который изъ внѣшнихъ угловъ больше котораго внутренняго, съ нимъ не смежнаго, не принимая при этомъ во вниманіе угловъ, образовавшихся при пересѣченіи первыхъ двухъ прямыхъ линій.

368. На двухъ кускахъ бумаги, одномъ обыкновенномъ, другомъ прозрачномъ, начертить по прямой линіи; прозрачная должна быть настолько тонка, чтобы сквозь нее была видна прямая, начерченная на другой, если прозрачную положить на чертежъ, сдѣланный на другой бумагѣ; наложить болѣе тонкій листокъ на другой такъ, чтобы прямая линія верхняго листка покрыла прямую линію, начерченную на лежащемъ подъ нимъ листкомъ бумаги; на верхнемъ листкѣ намѣтить нѣсколько точекъ внѣ прямой, на немъ начерченной, съ той и другой стороны послѣдней; привести верхній листокъ въ такое движеніе, чтобы верхняя прямая продолжала покрывать неподвижную нижнюю или ея продолженіе; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какой слѣдъ оставила бы каждая изъ точекъ, намѣченныхъ на верхнемъ листкѣ, если бы она оставляла слѣдъ на нижнемъ.

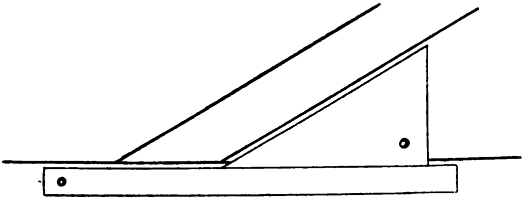
Замѣтьте: если одна плоскость перемѣщается (какъ бы скользитъ) по другой плоскости такъ, что у обѣихъ плоскостей во все время движенія есть одна общая прямая, то говорятъ, что движущаяся такимъ образомъ плоскость перемѣщается по другой плоскости параллельно вдоль общей прямой обѣихъ плоскостей; это движеніе первой плоскости называютъ параллельнымъ перемѣщеніемъ по второй плоскости; при параллельномъ перемѣщеніи одной плоскости по другой плоскости, всѣ точки первой, лежащія внѣ общей прямой этихъ плоскостей, перемѣщаются параллельно къ этой прямой.

369. Положить линейку на плоскость, приложить къ ней чертежный наугольникъ однимъ изъ его катетовъ, привести треугольникъ въ такое движеніе по плоскости, чтобы катетъ этотъ скользилъ вдоль края неподвижной линейки; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какую прямую описала, при этомъ движеніи, вершина угла, противолежащая скользящему вдоль линейки катету. | Сдѣлать то же самое съ тѣмъ же наугольникомъ, но съ той разницей, чтобы вдоль линейки скользила гипотенуза его, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какую линію опишетъ вершина прямого угла наугольника.

370. Возьмите конвертъ и изготовьте такой листокъ бумаги, чтобы онъ входилъ въ конвертъ вплотную, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какъ перемѣщается этотъ листокъ бумаги, когда вы вкладываете его въ неподвижный конвертъ, и какъ онъ перемѣщается, когда вы его вынимаете изъ неподвижнаго конверта.

371. Отыщите параллельныя прямыя на чертежахъ нумеровъ: 50б (стр. 23), 56 (стр. 27), 148б и 148в (стр. 69), 148г и 148д (стр. 70 и 71), 172в (стр. 93), 192а (стр. 101), 197 (стр. 108, 109 110), 198 (стр. 111) и 214 (стр. 129).

371. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя съ помощью линейки и чертежнаго наугольника. | Начертить двѣ параллельныя прямыя слѣдующимъ образомъ: положить чертежный наугольникъ на чистую страницу, провести вдоль бо́льшаго катета прямую, а вдоль гипотенузы — другую прямую; перемѣстить наугольникъ параллельно по отношенію къ гипотенузѣ и начертить вдоль бо́льшаго катета другую прямую.



Къ № 371.

372. Положить линейку на страницу тетради, приложить къ линейкѣ большій катетъ наугольника и вдоль меньшаго катета провести прямую; перемѣстить наугольникъ параллельно вдоль линейки и начертить вдоль меньшаго катета вторую прямую. | Поступить точно такъ же вторично, но съ той разницей, чтобы къ линейкѣ былъ приложенъ меньшій катетъ. | Поступить точно такъ же еще разъ, но съ той разницей, чтобы къ линейкѣ была приложена гипотенуза наугольника, а прямыя проводились бы по одному и тому же катету. | Поступить съ наугольникомъ и линейкой такъ же, но съ той разницей, чтобы къ линейкѣ былъ приложенъ одинъ изъ катетовъ, а прямыя проводились бы вдоль гипотенузы.

373. Начертить прямую, взять внѣ ея точку и провести черезъ эту точку прямую, параллельную къ первой прямой двоякимъ способомъ: а) съ помощью линейки и циркуля (ср. № 345) и б) съ помощью линейки и чертежнаго треугольника.

374. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, соединить прямою линіей какую-нибудь точку первой изъ нихъ съ какою-нибудь точкой второй; если правый отрѣзокъ первой прямой не равенъ лѣвому второй, а лѣвый отрѣзокъ первой прямой не равенъ правому отрѣзку второй, то продолжить меньшіе отрѣзки на столько, чтобы правый отрѣзокъ первой прямой сталъ равенъ лѣвому отрѣзку второй, а правый отрѣзокъ второй прямой — лѣвому отрѣзку первой; раздѣлить третью прямую, соединяющую выбранныя двѣ точки обѣихъ прямыхъ, пополамъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, симметрична ли полученная фигура по отношенію къ найденной серединѣ третьей прямой.

375. Начертить конечную прямую, изъ концовъ ея провести два луча въ прямо противоположныхъ направленіяхъ, не совпадающихъ съ обоими направленіями начерченной ранѣе конечной прямой и раздѣлить послѣднюю пополамъ; на листкѣ прозрачной бумаги выполнить тотъ же чертежъ, положить этотъ листокъ бумаги на первый такъ, чтобы оба чертежа совпали; проколоть и приколоть къ столу общую середину обѣихъ конечныхъ прямыхъ и, оставивъ нижній чертежъ на мѣстѣ, повернуть верхній вокругъ этой неподвижной середины на 180°.

Замѣтьте: если два луча имѣютъ прямо противоположныя направленія и если не обращать вниманія на длину начерченныхъ частей этихъ лучей, то середина конечной прямой, соединяющей начала этихъ лучей, представляетъ собою центръ симметріи этой фигуры.

376. Начертить ломаную линію, состоящую изъ четырехъ отрѣзковъ разной длины, обозначить концы отрѣзковъ по порядку буквами *A*, *B*, *C* и *D*; взять внѣ ломаной точку *O* и построить линію, симметричную къ первой ломаной по отношенію къ точкѣ *O*, какъ къ центру симметріи; точку, симметричную съ точкою *A*, обозначить буквою *a*; точку, симметричную съ точкою *B*, обозначить буквою *b* и т. д., то-есть каждыя двѣ симметричныя точки должны быть обозначены однѣми и тѣми же буквами, но одна точка—большою (прописною) буквой, а другая—тою же, но малою (строчною) буквой; отмѣтить направленіе частей первой ломаной въ согласіи съ направленіемъ, обратнымъ движенію часовой стрѣлки, а направленіе второй—въ согласіи съ направленіемъ часовой стрѣлки, и обратить вниманіе на то, что прямыя *AB* и *ab* симметричны по отношенію къ центру *O*; точно такъ же симметричны прямыя *BC* и *bc*, и т. д.

Замѣтьте: если двѣ прямыя линіи симметричны по отношенію къ нѣкоторой внѣ ихъ лежащей точкѣ, какъ къ центру симметріи, то онѣ не только равны между собою, но и взаимно параллельны; считаютъ при этомъ, что направленія этихъ прямыхъ прямо противоположны одно другому.

377. Начертить такія три прямыя, чтобы одна изъ нихъ пересѣкала остальныя двѣ, чтобы внутренніе накрестъ лежащіе углы были равны между собою и чтобы притомъ каждый изъ этихъ угловъ былъ равенъ 90°. | Начертить такія три прямыя линіи, чтобы каждый изъ внѣшнихъ накрестъ лежащихъ угловъ былъ равенъ 45°. | Начертить такія три прямыя линіи, чтобы одна изъ нихъ пересѣкала остальныя двѣ и чтобы два соотвѣтственныхъ угла были равны между собою.

Замѣтьте: если начерчены двѣ параллельныя прямыя и прямая, пересѣкающая ихъ, и ничего не сказано о направленіяхъ каждой изъ этихъ прямыхъ, то считаютъ, что каждая точка пересѣченія этихъ трехъ прямыхъ представляетъ собою начало четырехъ различныхъ лучей и что при этомъ образуется восемь угловъ; если же направленія одного, двухъ или всѣхъ трехъ прямыхъ извѣстны, то сообразно съ этимъ и получается то или иное число угловъ.

377а. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, направленіе которыхъ можетъ быть двоякое, пересѣчь ихъ прямою, имѣющею только одно направленіе, отмѣтить всѣ направленія стрѣлками и разобраться въ томъ, сколько получилось угловъ (ср. № 56). | Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, имѣющія прямо противоположныя направленія, и пересѣчь ихъ прямою, которой направленіе неизвѣстно; отмѣтить всѣ направленія стрѣлками и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе получились углы и сколько ихъ. | Начертить двѣ взаимно - параллельныя прямыя, изъ которыхъ одна имѣетъ одно, другая—прямо противоположное направленіе; пересѣчь ихъ третьею прямою, которой направленіе неизвѣстно; отмѣтить всѣ нужныя направленія стрѣлками и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе получились углы. | Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, имѣющія одно и то же направленіе, пересѣчь ихъ прямой, имѣющей только одно направленіе; отмѣтить эти направленія и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе получились углы и сколько ихъ.

378. Начертить двѣ параллельныя прямыя, пересѣчь ихъ нѣкоторой третьей, перенумеровать всѣ восемь угловъ и записать, какимъ угламъ равенъ $\angle 1$, какимъ угламъ — $\angle 2$ и т. д., до 8-го угла включительно.

379. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, пересѣчь ихъ другими двумя, тоже взаимно параллельными, прямыми; обозначить всѣ углы шестнадцатью различными малыми буквами какой-нибудь азбуки (избѣгать надо буквы *d*, которая обозначаетъ прямой уголъ); записать тѣ пары угловъ, которые надо считать внутренними накрестъ лежащими.

380. Начертить три взаимно параллельныя прямыя. | Начертить одну прямую, взять двѣ точки внѣ ея, лежащія на другой прямой, не параллельной къ первой прямой, и черезъ нихъ провести двѣ прямыя, изъ которыхъ каждая параллельна къ первой прямой.

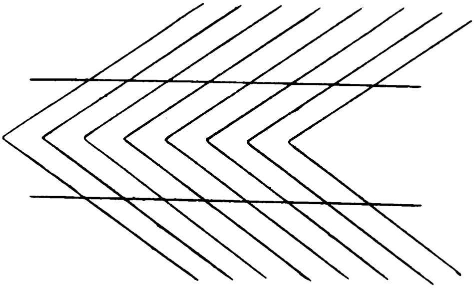
382. Провести двѣ взаимно параллельныя прямыя и сѣкущую, перенумеровать всѣ 8 угловъ и записать, какіе углы, кромѣ вертикальныхъ, равны между собою. | Можно ли такъ провести сѣкущую, чтобы всѣ 8 угловъ были между собою равны? | Провести на плоскости двѣ не параллельныя одна другой прямыя, пересѣчь ихъ сѣкущей, перенумеровать углы и записать, какіе углы равны между собою. | Начертить двѣ не параллельныя прямыя, пересѣчь ихъ сѣкущею и разобраться въ томъ, могутъ ли всѣ углы быть равны между собою. | Возможенъ ли такой случай, чтобы не было равныхъ между собою угловъ? | Чтобы четыре угла были равны между собою?

384. Пересѣчь двѣ параллельныя прямыя наклонною къ нимъ сѣкущей и разобраться въ томъ, чему равна сумма любого тупого съ любымъ острымъ угломъ. | Чему равна сумма двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ, если двѣ параллельныя прямыя пересѣчены нѣкоторой сѣкущей, перпендикулярной къ нимъ? | А если сѣкущая не перпендикулярна къ параллельнымъ прямымъ, то чему равна сумма двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ? | А сумма двухъ внѣшнихъ одностороннихъ? | Записать, какія суммы равны суммѣ двухъ прямыхъ угловъ.

386. Двѣ не параллельныя прямыя пересѣчь сѣкущей. | Равна ли сумма двухъ внутреннихъ одностороннихъ углсвъ суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, или же больше ея, или меньше? | По какую сторону сѣкущей эта сумма больше: по ту ли сторону, гдѣ произойдетъ пересѣченіе данныхъ прямыхъ, или же по ту сторону, гдѣ прямыя линіи расходятся?

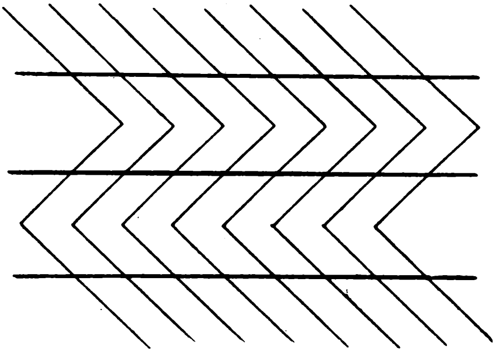
Замѣтьте: если двѣ прямыя пересѣчены третьей и если при этомъ какіе-нибудь два внутреннихъ накрестъ лежащихъ угла равны между собою, то первыя двѣ прямыя взаимно параллельны; онѣ параллельны также въ слѣдующихъ случаяхъ: если какіе-нибудь два внѣшнихъ накрестъ лежащихъ угла равны между собою; если какихъ-нибудь два соотвѣтственныхъ угла равны между собою; если сумма какихъ-нибудь двухъ одностороннихъ (внутреннихъ или внѣшнихъ) равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ; если сумма всякихъ двухъ угловъ равна двумъ прямымъ, т.-е. всѣ 8 угловъ прямые; если углы не прямые и сумма любого тупого съ любымъ острымъ равна суммѣ двухъ прямыхъ.

388. Какъ съ помощью циркуля разобраться въ томъ, параллельны ли данныя двѣ прямыя, лежащія въ плоскости? | (Намекъ: сначала пересѣчь прямою, наклонною къ одной изъ нихъ). | Начертить по глазомѣру двѣ прямыя, взаимно параллельныя, и убѣдиться въ томъ, параллельны ли онѣ или нѣтъ, съ помощью перпендикуляра, возставленнаго къ одной изъ нихъ.



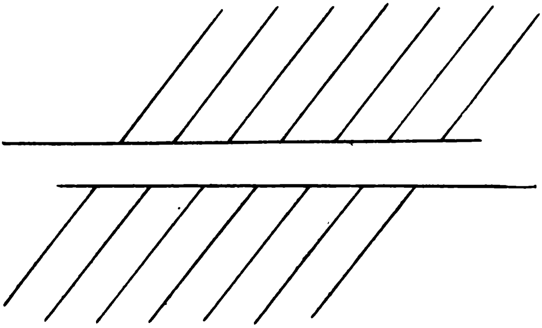
Къ № 388.

Замѣтьте: глазомѣру вѣрить нельзя; при нѣкоторыхъ чертежахъ очень легко ошибиться; напр., въ первомъ изъ чертежей этого нумера обѣ горизонтальныя прямыя кажутся не параллельными другъ другу, хотя онѣ взаимно параллельны; точно такъ же не кажутся параллельными горизонтальныя прямыя второго чертежа; такія ошибки извѣстны подъ именемъ оптическихъ обмановъ; прямыя линіи нижняго ряда на третьемъ чертежѣ не кажутся продолженіями верхняго ряда.



Къ № 388.

388а. Перечертить чертежи послѣдняго нумера.



Къ № 388а.

390. Начертить двѣ взаимно-параллельныя прямыя и изъ точки, взятой на одной изъ нихъ, опустить перпендикуляръ на другую; перпендикулярна ли эта послѣдняя прямая также къ первой прямой? | Взять на одной изъ двухъ взаимно параллельныхъ прямыхъ нѣсколько точекъ и опустить изъ нихъ перпендикуляры на другую изъ нихъ; равны ли эти перпендикуляры между собою? | По какой линіи должна пойти точка, если она должна пойти кратчайшимъ путемъ изъ точки одной изъ взаимно параллельныхъ прямыхъ до ближайшей отъ нея точки другой изъ нихъ?

Замѣтьте: когда говорятъ о разстояніи между двумя параллельными прямыми, то при этомъ имѣютъ въ виду длину перпендикуляра, опущеннаго изъ какой-нибудь точки одной изъ прямыхъ на другую.

391. Положите на столъ два карандаша параллельно одинъ къ другому, возьмите въ каждую изъ рукъ своихъ еще по карандашу и держите ихъ надъ столомъ такъ, чтобы всѣ четыре карандаша были взаимно параллельны. | Передвинуть эти карандаши, но такъ, чтобы всѣ карандаши все-таки остались взаимно параллельными. | Лежитъ ли каждая пара взаимно параллельныхъ прямыхъ въ одной и той же плоскости? | Положить листокъ бумаги на взаимно параллельные карандаши, которые у васъ въ рукахъ.

Замѣтьте: если говорятъ, что двѣ прямыя параллельны одна другой, то при этомъ само собою разумѣется, что онѣ лежатъ въ нѣкоторой, хотя бы и не проведенной на самомъ дѣлѣ, плоскости; если даны прямая и точка внѣ ея, то черезъ эту точку можно провести только одну прямую, параллельную къ данной прямой; это послѣднее свойство прямой, параллельной къ другой данной прямой, принимаютъ за истину безъ всякихъ доказательствъ и называютъ аксіомой относительно параллельныхъ прямыхъ. | Вообще аксіомой считаютъ такую истину, которую принимаютъ безъ доказательства; такъ, напр., аксіомою считаютъ такія истины, какъ та, что черезъ двѣ точки можно провести только одну прямую линію, или что цѣлое больше своей части, или что между двумя точками прямой лежитъ безчисленное множество точекъ.

392. Двѣ взаимно-параллельныя прямыя пересѣчь другими двумя прямыми, изъ которыхъ каждая перпендикулярна къ одной изъ первыхъ двухъ прямыхъ; перенумеровать 16 угловъ, при этомъ образованныхъ, и записать, что всѣ эти углы равны между собою и что всѣ они порознь содержатъ по 90^0.

Замѣтьте: если прямая линія перпендикулярна къ одной изъ двухъ взаимно-параллельныхъ линій, то она перпендикулярна и къ другой изъ нихъ.

394. Пересѣчь двѣ взаимно параллельныя прямыя третьею, перенумеровать полученные углы и записать, какіе углы, кромѣ вертикальныхъ, равны между собою и сумма какихъ двухъ угловъ (за исключеніемъ смежныхъ) равна суммѣ двухъ прямыхъ.

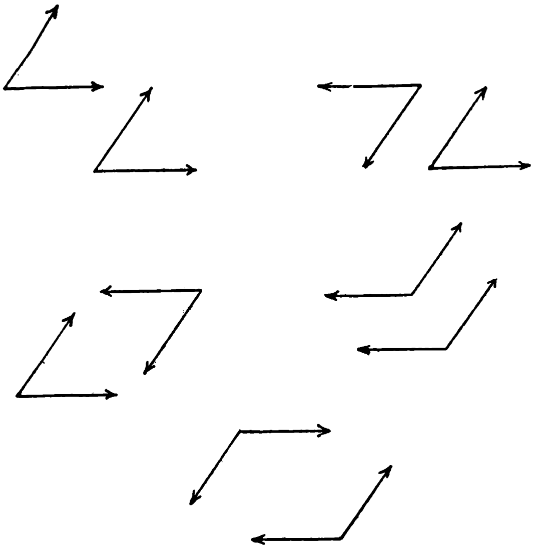
Замѣтьте: если двѣ прямыя взаимно параллельны и если ихъ пересѣкаетъ нѣкоторая третья прямая, то любые два внутренніе накрестъ лежащіе угла равны между собою.

394а. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, пересѣчь ихъ третьею прямою и записать словами, какіе углы равны между собою и сумма какихъ угловъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ. (См. замѣчаніе, которымъ снабженъ № 356.)

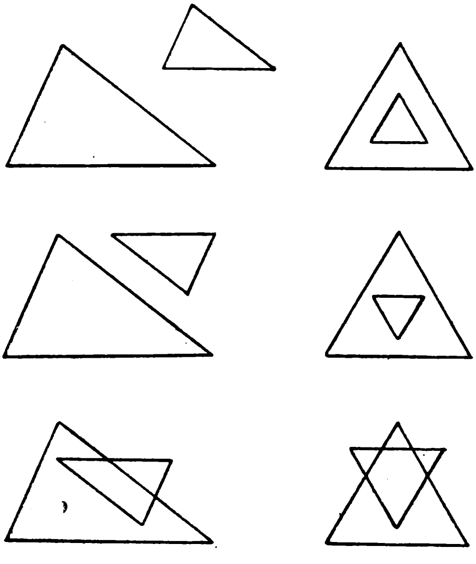
396. Начертить два такихъ угла съ разными вершинами, у которыхъ стороны порознь параллельны и имѣютъ попарно одно и то же направленіе. | Начертить такихъ два угла съ разными вершинами, у которыхъ стороны имѣютъ порознь прямо противоположныя направленія.

Замѣтьте: если стороны одного угла имѣютъ порознь одно и то же направленіе со сторонами другого угла, то углы эти равны между собою; если направленія сторонъ одного угла порознь прямо-противоположны направленіямъ сторонъ другого угла, то углы эти тоже равны между собою.

396а. Начертить треугольники разной величины, которыхъ стороны порознь параллельны: одинъ внѣ



Къ № 396.



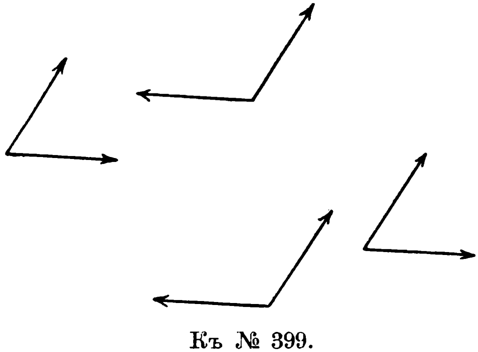
Къ № 396а.

другого, одинъ внутри другого; одинъ, двѣ стороны котораго пересѣкаются одною стороною перваго; одинъ, двѣ стороны котораго пересѣкаются двумя сторонами другого; одинъ, котораго двѣ стороны пересѣкаются всѣми тремя сторонами другого; наконецъ, одинъ, котораго всѣ три стороны пересѣкаются всѣми тремя сторонами другого.

397. Въ чертежахъ, вами выполненныхъ въ предыдущемъ нумерѣ, обозначить стрѣлками направленія обводовъ всѣхъ треугольниковъ, но взять для всѣхъ обводовъ (контуровъ) направленіе, обратное направленію часовой стрѣлки; затѣмъ разобраться, въ какихъ треугольникахъ взаимно параллельныя стороны имѣютъ одно и то же и въ которыхъ всѣ взаимно параллельныя стороны имѣютъ прямо-противоположныя направленія.

Замѣтьте: если стороны одного треугольника порознь параллельны сторонамъ другого треугольника, то эти треугольники подобны одинъ другому.

399. Начертить два угла, удовлетворяющіе слѣдующему условію: двѣ стороны имѣютъ одно и то же направленіе, а другія двѣ — прямо противоположныя направленія. | Чему равна сумма этихъ двухъ угловъ? Можетъ ли случиться, чтобы такіе два угла были равны между собою? | Начертите такихъ два прямыхъ



Къ № 399.

угла, чтобы одна сторона одного имѣла то же направленіе, что одна изъ сторонъ другого, а вторая сторона перваго угла имѣла направленіе, прямо противоположное второй сторонѣ второго угла.

Замѣтьте: если одна сторона одного угла имѣетъ то же направленіе, что одна изъ сторонъ другого угла, а остальныя двѣ стороны этихъ двухъ угловъ имѣютъ направленія взаимно противоположныя, то либо эти углы оба прямые, либо одинъ изъ нихъ острый, а другой — тупой, но въ обоихъ случаяхъ сумма ихъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ. | Если сумма двухъ угловъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, то въ такихъ случаяхъ говорятъ, что они взаимно дополняютъ другъ друга до 180° или до двухъ прямыхъ угловъ.

399a. Убѣдиться въ справедливости замѣчаній, которыми снабжены №№ 397 и 399, продоживъ каждую сторону угловъ, о которыхъ идетъ рѣчь, въ обоихъ направленіяхъ такъ далеко, чтобы получились двѣ параллельныя прямыя, пересѣченныя другими двумя взаимно параллельными прямыми.

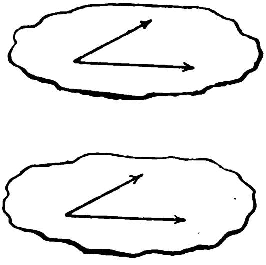
401. Начертить двѣ взаимнопараллельныя прямыя и такую третью прямую, которая параллельна одной изъ нихъ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, параллельна ли третья прямая также ко второй изъ взаимно параллельныхъ прямыхъ. | Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя; изъ точки, взятой на одной изъ нихъ, опустить перпендикуляръ на другую; раздѣлить этотъ перпендикуляръ пополамъ и черезъ середину этого перпендикуляра провести прямую, параллельную къ одной изъ этихъ прямыхъ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, не будетъ ли третья прямая осью симметріи по отношенію къ первымъ двумъ взаимно параллельнымъ прямымъ. | Начертить прямую и двѣ параллельныя и симметричныя по отношенію къ ней прямыя.

Замѣтьте: если двѣ прямыя взаимно параллельны, то онѣ расположены симметрично по отношенію къ той параллельной прямой, которая отстоитъ отъ обѣихъ прямыхъ на одинаковомъ разстояніи.

401а. Начертить прямую, взять внѣ ея два прямыхъ отрѣзка: одинъ, параллельный къ ней, а другой — не параллельный; найти проекціи этихъ двухъ конечныхъ прямыхъ на первую прямую и отдать себѣ отчетъ въ томъ, у которой конечной прямой проекція равна этой прямой; далѣе: у которой проекція меньше прямой, и возможно ли, чтобы прямоугольная проекція конечной прямой на другую прямую была больше проектированной прямой.

401б. Дана плоскость и внѣ ея параллельный къ ней отрѣзокъ; найти его проекцію и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велика эта проекція.

***401в.** Даны двѣ взаимно параллельныя плоскости; на одной изъ нихъ начерченъ уголъ; найти его проекцію на другую плоскость. и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велика проекція даннаго угла на вторую плоскость. Представить себѣ, что первый уголъ непрозраченъ, что остальная часть плоскости прозрачна и что вторая плоскость — экранъ, на который падаетъ пучокъ взаимно параллельныхъ лучей, идущій перпендикулярно къ обѣимъ плоскостямъ, такъ что на пути его лежитъ первая плоскость. | Чѣмъ тогда будетъ проекція угла на вторую плоскость? (Тѣнью, отбрасываемою первымъ угломъ на вторую плоскость.)

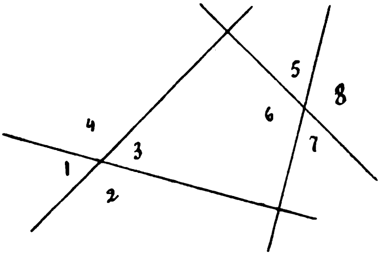


Къ № 401в.

401г. Даны двѣ плоскости; на одной изъ нихъ начертить уголъ и на другой тоже начертить уголъ, но такой, стороны котораго порознь имѣютъ то же направленіе, какое имѣютъ стороны перваго угла, т.-е. такой, котораго стороны порознь параллельны сторонамъ его. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, когда это возможно.

Замѣтьте: если стороны одного угла порознь параллельны сторонамъ другого, то эти углы лежатъ либо въ одной и той же, либо въ двухъ взаимно-параллельныхъ плоскостяхъ, и либо равны между собою, либо дополняютъ другъ друга до 180°.

403. Начертить двѣ взаимно-пересѣкающіяся прямыя, взять какую-нибудь точку внутри остраго угла и черезъ нее провести двѣ прямыя, изъ которыхъ одна перпендикулярна къ одной, а другая перпендикулярна къ другой изъ первыхъ двухъ взаимно пересѣкающихся прямыхъ линій, и разобраться въ томъ, какіе изъ четырехъ угловъ, образованныхъ при точкѣ пересѣченія первой пары прямыхъ линій, какимъ равны угламъ, образованнымъ при точкѣ пересѣченія второй пары прямыхъ линій.



Къ № 403.

403а. Начертить острый уголъ, взять внутри его точку, изъ этой точки опустить на стороны угла по перпендикуляру и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какой уголъ образуютъ эти перпендикуляры одинъ съ другимъ. | Начертить тупой уголъ, внутри его взять точку, опустить перпендикуляры изъ нея на стороны угла; какой уголъ образованъ перпендикулярами одинъ съ другимъ? | Начертить прямой уголъ, взять внутри его точку и поступить точно такъ же, какъ въ прежнихъ двухъ задачахъ.

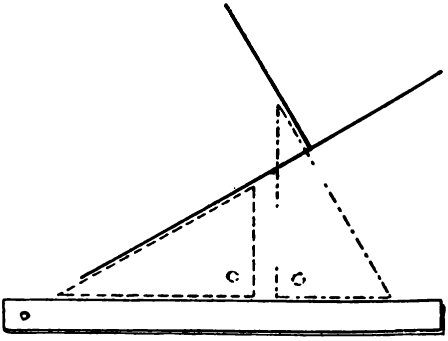
403б. Начертить острый уголъ, взять внѣ его такую точку, чтобы перпендикуляры, опущенные изъ нея на стороны угла, пересѣкли эти стороны (а не ихъ продолженія). | Начертить острый уголъ, взять внѣ его такую точку, чтобы перпендикуляръ, опущенный изъ нея на одну изъ сторонъ, пересѣкалъ сторону, а прямая, перпендикулярная къ другой сторонѣ и выходящая изъ той же точки, пересѣкла продолженіе другой стороны угла. | Начертить острый уголъ, взять точку внутри вертикальнаго съ нимъ угла и изъ нея опустить перпендикуляры на продолженія сторонъ перваго. | Начертить острый уголъ, взять внутри смежнаго съ нимъ угла такую точку, чтобы прямыя, перпендикулярныя къ сторонамъ даннаго угла, пересѣкали продолженія его сторонъ. | Во всѣхъ этихъ случаяхъ разобраться въ томъ, какіе углы образуютъ эти построенные перпендикуляры одинъ съ другимъ.

403в. То же самое продѣлать съ прямыми углами и съ углами тупыми.

Замѣтьте: если стороны одного угла перпендикулярны къ сторонамъ другого, или къ одной изъ сторонъ другого и къ продолженію другой, или, наконецъ, къ продолженіямъ сторонъ другого, то либо уголъ, образованный этими перпендикулярами одинъ съ другимъ, и второй уголъ равны между собою, либо сумма этихъ двухъ угловъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ (180°), либо, наконецъ, — въ случаѣ, когда они оба прямые,—они и равны между собою, и взаимно дополняютъ другъ друга до двухъ прямыхъ угловъ.

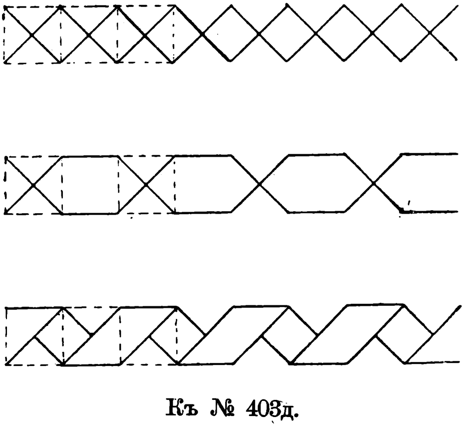
403г. Выполнить чертежъ въ родѣ относящагося къ нумеру 403, обозначить углы буквами и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе углы равны между собою и сумма какихъ двухъ угловъ равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, и записать относящіяся сюда равенства.

403д. Положить линейку на бумагу (см. чертежъ), приложить къ ней большій катетъ чертежнаго наугольника и по гипотенузѣ провести прямую; затѣмъ, оставивъ линейку на ея мѣстѣ, повернуть чертежный треугольникъ вокругъ вершины его прямого угла, приложить меньшій катетъ къ линейкѣ и по гипотенузѣ провести вторую прямую; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какой получился уголъ. | Выполните это при разныхъ положеніяхъ линейки и обратите вниманіе на то, вокругъ которой вершины вы повернули чертежный треугольникъ. | Какъ провѣрить, дѣйствительно ли наибольшій уголъ чертежнаго треугольника — прямой уголъ?

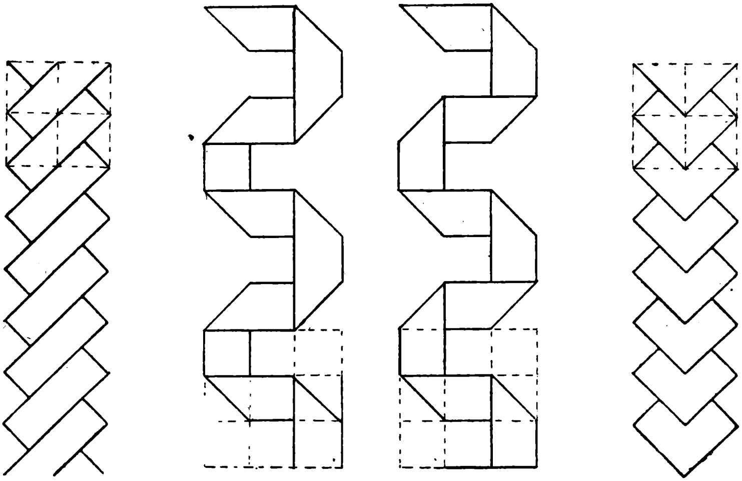


Къ № 403г.

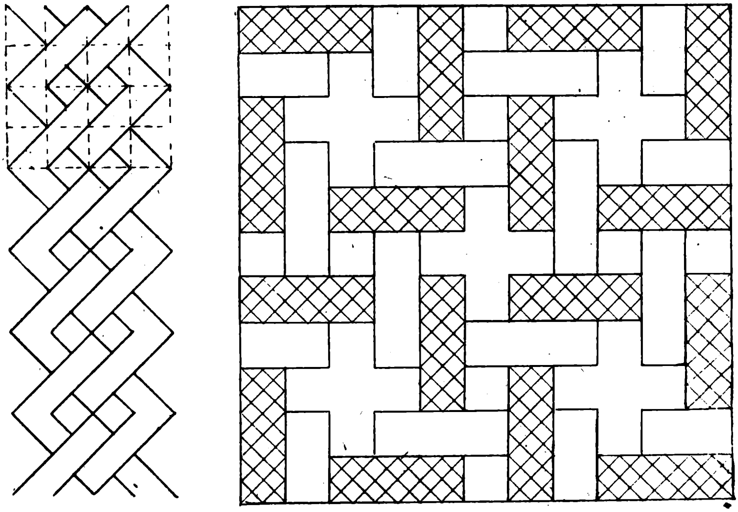
403д. Пользуясь циркулемъ только для откладыванія равныхъ между собою отрѣзковъ, а линейкой и чертежнымъ треугольникомъ — для проведенія параллельныхъ прямыхъ, выполнить орнаменты въ родѣ относящихся къ этому нумеру.



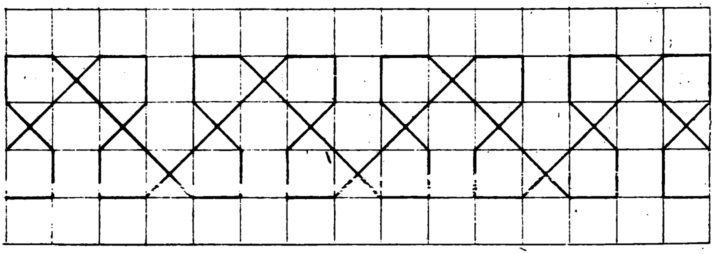
Къ № 403д.



Къ № 403д.



Къ № 403д.

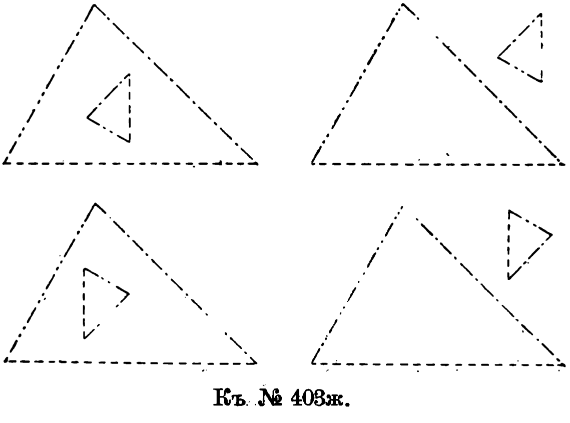


Къ № 403д.

403е. Начертить не равнобедренный прямоугольный треугольникъ, изъ вершины прямого угла опустить перпендикуляръ на гипотенузу и обратить вниманіе на то, какіе углы равны между собою и какіе треугольники подобны. | Сдѣлать то же самое съ равнобедреннымъ прямоугольнымъ треугольникомъ.

Замѣтьте: если опустить изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треугольника перпендикуляръ на гипотенузу, то получатся два треугольника, которые подобны одинъ другому, и изъ которыхъ каждый, сверхъ того, подобенъ всему треугольнику.

403ж. Выполнить чертежи въ родѣ относящихся къ этому нумеру, обращая вниманіе на то, что взаимно перпендикулярныя стороны треугольниковъ начерчены одинаковыми пунктирами (или простыми чер-



Къ № 403ж.

точками, или черточками, которыя отдѣлены одна отъ другой точкою, или черточками, которыя отдѣлены одна отъ другой двумя точками). | Разобраться въ томъ, какіе углы каждой отдѣльной пары треугольниковъ равны между собою, и отмѣтить одной и той же цифрою одинаковые углы. | Если у васъ есть цвѣтные карандаши, то взаимно перпендикулярныя стороны обведите карандашомъ одного цвѣта.

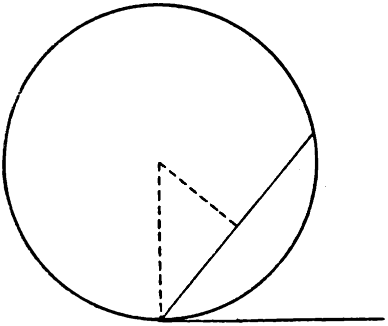
Замѣтьте: если стороны одного треугольника порознь перпендикулярны къ сторонамъ другого, то треугольники подобны.

403з. Начертить окружность, провести одинъ ея радіусъ и изъ конца этого радіуса возставить перпендикуляръ къ этому радіусу; продолжить этотъ перпендикуляръ въ противоположномъ направленіи и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько можетъ быть общихъ точекъ у окружности и у этой прямой, перпендикулярной къ радіусу.

Замѣтьте: въ геометріи всегда считаютъ, что линія не имѣетъ толщины и ширины; вопросъ, предложенный въ предыдущей задачѣ, надо понимать, конечно, въ томъ смыслѣ, что рѣчь идетъ о геометрической прямой и о геометрической окружности, а не о начерченныхъ линіяхъ. | Если у данной окружности круга и у безконечной прямой только одна общая точка, то эта точка называется точкой ихъ касанія, прямая—касательною къ окружности, а окружность — касательною окружностью. Если у двухъ окружностей только одна общая точка, то каждая окружность называется окружностью, касательной по отношенію къ другой.

403и. Въ орнаментахъ нумеровъ 200в (стр. 119 и 120) отыскать касательныя другъ къ другу окружности.

403і. Начертить окружность, провести изъ какой-нибудь ея точки касательную и хорду; центръ соединить съ точкой касанія; изъ центра опустить на хорду перпендикуляръ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе углы равны между собою и какое отношеніе существуетъ между числомъ градусовъ угла, образованнаго хордой и касательной, и числомъ градусовъ дуги, стягиваемой этой хордою.



Къ № 403і.

Замѣтьте: если хорда окружности и касательная, проведенная изъ начала хорды, образуетъ острый уголъ, то этотъ острый уголъ равенъ углу, образованному радіусомъ, который проведенъ изъ центра къ началу хорды, съ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ центра на хорду.

403к. Начертить кругъ, провести въ немъ хорду, изъ начала хорды провести такую касательную къ кругу, чтобы уголъ, образованный касательною съ хордой, былъ тупымъ; соединить центръ съ вершиной угла и изъ центра провести такой радіусъ, перпендикулярный къ хордѣ, чтобы полученный центральный уголъ былъ тупой. | Какіе углы равны?

405. Начертить треугольникъ, раздѣлить одну изъ его сторонъ пополамъ и изъ точки дѣленія провести прямыя, параллельныя каждой изъ остальныхъ двухъ сторонъ. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія двѣ части раздѣляются вторая и третья стороны. (Намекъ: соединить точки пересѣченія остальныхъ двухъ сторонъ съ проведенными параллельными прямыми и разсмотрѣть, какіе получились треугольники.)

Замѣтьте: если одну изъ сторонъ треугольника раздѣлить пополамъ и изъ середины ея провести прямую, параллельную къ какой-нибудь сторонѣ того же треугольника, до пересѣченія съ нею, то эта прямая, во-первыхъ, раздѣлитъ третью сторону пополамъ, и, во-вторыхъ, сама будетъ составлять половину той стороны, къ которой она параллельна.

407. Начертить рядъ параллельныхъ прямыхъ на одинаковомъ одна отъ другой разстояніи; пересѣчь ихъ нѣсколькими сѣкущими въ разныхъ направленіяхъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія части каждая сѣкущая раздѣляется этими параллельными прямыми. | Начертить двѣ, не параллельныя одна другой и не пересѣкающіяся на чертежѣ, прямыя; пересѣчь ихъ третьею прямою и двумя къ ней параллельными, находящимися отъ нея на равномъ разстояніи. | Начертить двѣ прямыя, отложить на одной изъ нихъ какую-нибудь единицу мѣры нѣсколько разъ; черезъ концы этихъ единицъ провести рядъ взаимно параллельныхъ прямыхъ до пересѣченія съ другою изъ двухъ начерченныхъ прямыхъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велики отрѣзки, получившіеся на второй прямой.

409. Начертить уголъ, отъ вершины его на одной изъ сторонъ отложить послѣдовательный рядъ одинаковыхъ отрѣзковъ и изъ ихъ концовъ провести рядъ параллельныхъ прямыхъ, пересѣкающихъ вторую сторону угла; отдать себѣ отчетъ въ томъ, равны ли между собою отрѣзки, полученные при этомъ на второй сторонѣ угла. | Начертить рядъ взаимно параллельныхъ прямыхъ, отстоящихъ одна отъ другой на одинаковомъ разстояніи; провести прямую, перпендикулярную къ этимъ прямымъ, и прямую, къ нимъ наклонную такъ, что отрѣзокъ наклонной, заключенный между двумя послѣдовательно лежащими параллельными прямыми, вдвое болѣе разстоянія между ними. | Если на чертежѣ это невозможно, то выполнить другой, въ которомъ разстояніе между взаимно параллельными прямыми меньше, чѣмъ на предыдущемъ чертежѣ.

411. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя, отложить на каждой изъ нихъ одинъ и тотъ же отрѣзокъ прямой и соединить концы ихъ двумя непересѣкающимися прямыми.

412. Начертить конечную прямую, изъ начала ея провести лучъ подъ какимъ-нибудь острымъ угломъ; на этомъ лучѣ отъ вершины угла отложить какой-нибудь отрѣзокъ два раза; соединить пунктирной прямой конецъ взятой конечной съ концомъ второго изъ отложенныхъ отрѣзковъ; изъ конца перваго изъ отложенныхъ отрѣзковъ провести пунктиромъ прямую, параллельную къ проведенной пунктиромъ прямой.

413. Выполнить чертежъ въ родѣ предыдущаго, но со слѣдующей разницей: отрѣзокъ отложить на лучѣ не два, а три раза; съ концомъ конечной прямой соединить пунктиромъ конецъ третьяго,—не второго,—отрѣзка; параллельныя къ пунктирной прямыя провести изъ конца не только перваго, но и второго отрѣзка.

414. Выполнить чертежи въ родѣ предыдущихъ двухъ, отложивъ на лучѣ какой-нибудь отрѣзокъ 7 разъ.

415. Раздѣлить данную конечную прямую на 9 одинаковыхъ частей, пользуясь линейкой и чертежнымъ наугольникомъ.

417. Начертить конечную прямую и отдѣльно отъ нея такую прямую, которая составляетъ $\frac{5}{7}$ первой. Начертить конечную прямую и найти 0,3 ея, т.-е. помножить ее на 0,3.

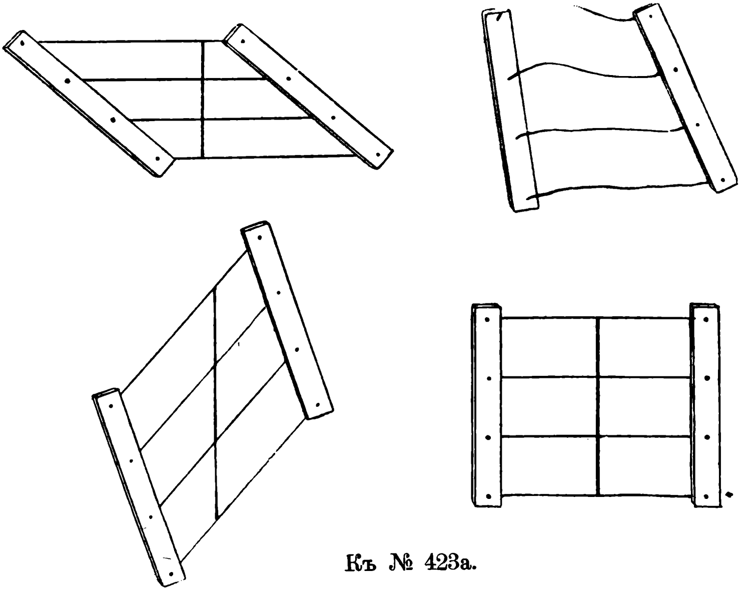
418. Начертить конечную прямую, раздѣлить ее на 15 одинаковыхъ частей; начертить треугольникъ, въ которомъ одна сторона составляла бы $\frac{8}{15}$ этой конечной прямой, другая сторона — $\frac{11}{15}$ той же конечной прямой, а уголъ между ними содержалъ бы 45°.

419. Начертить какую-нибудь конечную прямую, и еще одну конечную прямую, которая была бы больше первой въ $2\frac{3}{5}$ раза.

420. Начертить равнобедренный треугольникъ, раздѣлить его основаніе на 6 одинаковыхъ частей, соединить вершину его съ точками дѣленія и разобраться въ томъ, какіе изъ полученныхъ при этомъ треугольниковъ попарно совмѣстимы.

421. Начертить конечную прямую, а затѣмъ еще одну конечную прямую такой длины, чтобы первая составляла $\frac{5}{6}$ второй.

423. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя; отложить на каждой изъ нихъ послѣдовательный рядъ одинаковыхъ отрѣзковъ и соединить послѣдовательно первую точку одной прямой съ первой точкой второй, вторую точку первой прямой—со второй точкой второй прямой, и такъ далѣе. Пересѣчь этотъ рядъ

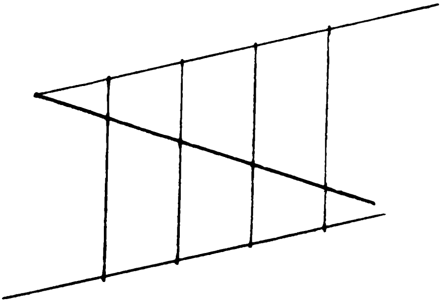


Къ № 423а.

прямыхъ линій какою-нибудь прямою и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какія части раздѣляется эта прямая: на одинаковыя или на разныя.

423а. Изготовить изъ двухъ лентъ картона и трехъ нитей приборъ, чертежъ котораго на стр. 217. Онъ состоитъ изъ двухъ линеекъ съ нитями одинаковой длины между ними. Когда нити натянуты, линейки параллельны, и нити также взаимно параллельны. Конечная прямая, начерченная на бумагѣ и упирающаяся своими концами въ двѣ натянутыя нити, раздѣляется остальными промежуточными нитями на одинаковыя части. | Линейки можно сдѣлать изъ картона, плотной бумаги и т. п.; можно вмѣсто линеекъ взять двѣ палочки и къ нимъ прикрѣпить нити параллельно одна другой, и т. п.

425. Дана конечная прямая; принять ея начало за вершину остраго угла; изъ конца прямой провести прямую въ направленіи, прямо противоположномъ направленію второй стороны начерченнаго угла; отъ вершины каждаго изъ угловъ на сторонахъ, имѣющихъ прямо противоположныя направленія, отложить одинаковое число равныхъ между собою отрѣзковъ; соединить ихъ концы такимъ образомъ, какъ это показано на чертежѣ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на сколько частей раздѣлена данная конечная прямая, и въ томъ, равны ли между собою эти части или нѣтъ.



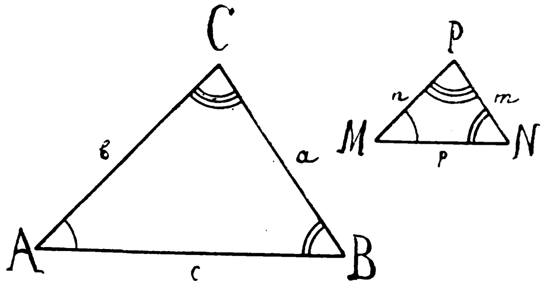
Къ № 425.

426. Раздѣлить три одинаковыхъ отрѣзка на 8 одинаковыхъ частей тремя способами: 1) путемъ послѣдовательнаго дѣленія пополамъ съ помощью засѣчекъ, 2) съ помощью восьми взаимно параллельныхъ прямыхъ и 3) съ помощью двухъ взаимно параллельныхъ прямыхъ. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, гдѣ больше дѣла циркулю, гдѣ — линейкѣ и гдѣ—чертежному наугольнику.

427. Раздѣлить отрѣзокъ на одиннадцать одинаковыхъ частей. | Возможно ли это сдѣлать съ помощью засѣчекъ?

429. Начертить пять отрѣзковъ равной длины; одинъ изъ нихъ раздѣлить на 7 одинаковыхъ частей по глазомѣру, безъ помощи циркуля, другой—съ помощью циркуля и глазомѣра, третій—съ помощью масштаба, четвертый—съ помощью 7-ми параллельныхъ прямыхъ, и пятый—съ помощью двухъ параллельныхъ прямыхъ и чертежнаго наугольника. | Провѣрить первое и пятое рѣшенія циркулемъ.

431. Начертить разносторонній треугольникъ, а также подобный ему, но меньшихъ размѣровъ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія двѣ стороны противолежатъ въ этихъ двухъ треугольникахъ двумъ равнымъ между собою угламъ. | Такія двѣ стороны называются соотвѣтственными, или сходственными, сторонами этихъ подобныхъ треугольниковъ. | Въ треугольникахъ ACB и MPN сходственными сторонами являются: стороны a и m, стороны b и n, наконецъ, стороны c и p.



Къ № 431.

Замѣтьте: если два треугольника подобны, то любая сторона бо̀льшаго изъ нихъ во столько же разъ больше соотвѣтственной стороны меньшаго, во сколько разъ другая сторона бо̀льшаго больше соотвѣтственной стороны меньшаго, и во столько же разъ третья сторона бо̀льшаго изъ нихъ больше третьей стороны меньшаго изъ нихъ. Это записываютъ слѣдующимъ образомъ (см. чертежъ):

$$c:p=a:m=b:n,$$

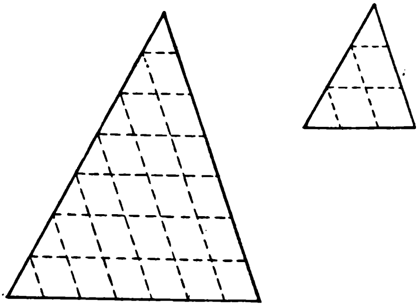
и читается это такъ: c относится къ p, какъ a—къ m и какъ b—къ n; иначе говоря: въ двухъ подобныхъ треугольникахъ сходственныя стороны пропорціональны; число, которое выражаетъ отношеніе стороны треугольника къ сходственной сторонѣ подобнаго ему треугольника, называется отношеніемъ ихъ подобія.

431a. Начертить разносторонній треугольникъ и ему подобный, но притомъ такой, чтобы одна изъ сторонъ послѣдняго составляла половину соотвѣтственной стороны перваго. | Что можно сказать объ остальныхъ двухъ сторонахъ второго треугольника? | Построить два такихъ подобныхъ треугольника, чтобы сторона одного изъ нихъ составляла $\frac{3}{7}$ доли сходственной стороны второго треугольника. | Когда это будетъ сдѣлано, отдайте себѣ отчетъ въ томъ, чему равны отношенія подобія этихъ треугольниковъ.

432. Начертить два треугольника въ родѣ относящихся къ этому нумеру, въ которыхъ отношеніе подобія равно $\frac{7}{3}$ (см. чертежъ на стр. 220).

432a. Начертить два подобныхъ треугольника, отложить отдѣльно двѣ сходственныя ихъ стороны, найти ихъ общую мѣру (по способу Евклида) и отношеніе первой изъ нихъ ко второй; чему равно отношеніе ихъ подобія? | Найдите это отношеніе съ помощью масштаба и сравните результатъ съ предыдущимъ. | Должны ли они быть одинаковы? | Если они не одинаковы, то отъ чего это зависитъ?

432б. Начертите двѣ неодинаковыя конечныя прямыя, раздѣлите каждую изъ нихъ на 8 одинаковыхъ частей и сдѣлайте эти двѣ прямыя сходственными сторонами двухъ подобныхъ треугольниковъ. | Найти отношеніе подобія этихъ двухъ треугольниковъ. | Такихъ задачъ разрѣшить нѣсколько, чтобы совершенно уяснить себѣ, что такое—отношеніе подобія двухъ подобныхъ треугольниковъ.



Къ № 432.

432в. Начертить два подобныхъ треугольника, въ которыхъ отношеніе подобія перваго изъ нихъ ко второму равно $\frac{2}{5}$, и найти, чему равно отношеніе подобія второго изъ нихъ къ первому? | Чему равно отношеніе подобія двухъ совмѣстимыхъ треугольниковъ?

433. Начертить пару разностороннихъ и равныхъ между собою треугольниковъ: 1) въ которыхъ одна сторона одного лежитъ на продолженіи соотвѣтствующей стороны, а остальныя сходственныя стороны порознь взаимно параллельны; 2) въ которыхъ стороны одного порознь параллельны одна другой (двоякое расположеніе); 3) въ которыхъ стороны одного перпендикулярны къ продолженіямъ соотвѣтственныхъ сторонъ другого; 4) которые симметричны по отношенію къ какому-нибудь центру симметріи; 5) которые симметричны по отношенію къ какой-нибудь оси симметріи; наконецъ, 6) которые лежатъ въ плоскости такъ, что о нихъ нельзя сказать ничего такого, что выше говорится объ остальныхъ парахъ треугольниковъ, начерченныхъ согласно требованіямъ каждаго пункта.

434. Начертить какой-нибудь острый уголъ и равный ему на прозрачной бумагѣ; положить прозрачную бумагу на первый чертежъ такъ, чтобы стороны обоихъ угловъ были порознь параллельны и имѣли одно направленіе; затѣмъ помѣстить прозрачную бумагу на другую такъ, чтобы стороны угловъ были порознь параллельны, но имѣли бы прямо противоположныя направленія; далѣе—такъ, чтобы двѣ стороны были взаимно параллельны и имѣли бы одно направленіе, а другія двѣ сторонъ не были бы параллельны; потомъ — такъ, чтобы двѣ стороны имѣли бы прямо противоположныя направленія, а остальныя двѣ не были бы параллельны; засимъ — такъ, чтобы одна сторона одного была перпендикулярна къ одной изъ сторонъ другого; наконецъ, такъ, чтобы никакія двѣ стороны этихъ двухъ угловъ не были ни взаимно параллельны, ни взаимно перпендикулярны.

434а. Такія же задачи, какъ предыдущая, разрѣшить относительно двухъ прямыхъ угловъ и относительно двухъ равныхъ между собою тупыхъ угловъ.

434б. Начертить два одинаковыхъ угла на двухъ кускахъ бумаги: одномъ обыкновенномъ, другомъ— прозрачномъ; наложить второй на первый такъ, чтобы вершины и стороны угловъ совпали; прикрѣпить ихъ съ помощью кнопки къ столу, проколовши кнопкой общую вершину; привести во вращеніе вокругъ этой вершины верхнюю (прозрачную) бумажку, оставивъ нижнюю неподвижною, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, а) остаются ли углы равными одинъ другому, б) какіе еще углы равны между собою, в) какіе углы образуются каждою стороною верхняго угла съ тою стороною нижняго, которая вначалѣ лежала подъ стороною нижняго.

Замѣтьте: если уголъ вращается въ своей плоскости вокругъ своей вершины, то уголъ, образуемый одной стороною его съ прежнимъ своимъ положеніемъ, равенъ углу, образованному другой стороною съ прежнимъ положеніемъ этой послѣдней.

434в. Начертить на бумагѣ уголъ, а на прозрачной бумагѣ—равный ему уголъ; положить прозрачную бумагу на первый чертежъ такъ, чтобы углы не совпадали, и чтобы стороны ихъ не были порознь параллельны; нижній чертежъ оставить неподвижнымъ, а верхній приколоть кнопкой въ какой-нибудь точкѣ и послѣ этого привести во вращеніе верхнюю бумажку съ чертежомъ, на ней начерченнымъ, вокругъ этой точки. | Совмѣстились при этомъ вращеніи оба угла? | Выньте кнопку, положите прозрачную бумажку на нижнюю такъ, чтобы углы совмѣстились, вколотите кнопку въ какую угодно точку обѣихъ бумажекъ, поверните вокругъ нея верхнюю бумажку, а затѣмъ поверните верхній чертежъ вокругъ той же точки до совмѣщенія обоихъ угловъ. | Много ли такихъ центровъ вращенія въ послѣдней задачѣ?

434г. Начертить уголъ *ABC*, котораго стороны *BA* и *BC* проведены пунктиромъ; начертить другой, равный ему, уголъ *DEF*, котораго стороны проведены сплошными прямыми не параллельно къ сторонамъ перваго угла, притомъ такъ, чтобы хотя одна сторона *ED* второго угла пресѣкала одну сторону *BA* перваго угла въ точкѣ *K*; раздѣлите $\angle DKB$ пополамъ прямою *KL*; соедините вершины угловъ *ABC* и *DEF* прямою *BE*; раздѣлите прямую *BE* пополамъ и черезъ середину ея проведите прямую, перпендикулярную къ прямой *BE*, до пересѣченія съ прямою *KL*, дѣлящей уголъ *DKB* пополамъ, въ точкѣ *M*. | Повторите чертежъ въ томъ же родѣ нѣсколько разъ при разныхъ положеніяхъ угловъ, чтобы совсѣмъ освоиться съ этимъ построеніемъ. | Точка *M* можетъ служить центромъ такого вращенія плоскости угла *DEF* по совпадающей съ нею плоскости угла *ABC*, которое приведетъ углы *ABC* и *DEF* къ совмѣщенію. | Если вамъ это не ясно, разрѣшите задачу слѣдующаго нумера.

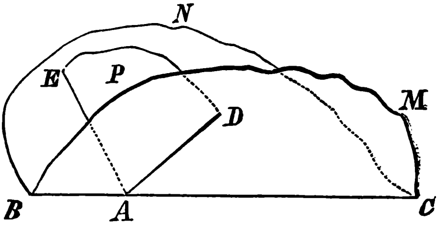
434д. Начертить два одинаковыхъ угла на двухъ листкахъ бумаги (обыкновенной и прозрачной), какъ въ № 434в; положите прозрачную бумажку на другую такъ, чтобы углы не совмѣстились, чтобы ни одна сторона одного угла не была параллельна ни одной сторонѣ второго, и чтобы первая сторона перваго угла пересѣкала первую сторону другого; выполнить на нихъ чертежъ предыдущаго нумера, т.-е. найти центръ того вращенія второй плоскости, благодаря которому углы совмѣстятся. | Этотъ опытъ продѣлайте нѣсколько разъ. | Начертить на двухъ листкахъ такой же бумаги два одинаковыхъ угла, наложить прозрачный листокъ бумаги на другой такъ, чтобы стороны одного угла были порознь параллельны сторонамъ другого; отдать себѣ отчетъ въ томъ, можно ли найти центръ вращенія въ родѣ того, какъ это сдѣлано въ предыдущей задачѣ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, могутъ ли совмѣститься эти два угла однимъ вращеніемъ плоскости одного изъ нихъ вокругъ какого-нибудь центра, или не могутъ.

Замѣтьте: пусть стороны одного угла порознь не параллельны сторонамъ другого, ему равнаго угла, и пусть они лежатъ въ двухъ совмѣщающихся плоскостяхъ; тогда существуетъ такая точка, что если ее сдѣлать центромъ вращенія одной плоскости по другой, то такимъ образомъ можно достигнуть такого положенія одной изъ нихъ подъ другой или на другой, что данные углы совмѣстятся.

434е. Начертить два одинаковыхъ разностороннихъ треугольника на двухъ кускахъ бумаги (прозрачной и обыкновенной), притомъ такъ, чтобы треугольники эти могли совмѣститься только тогда, когда прозрачный листокъ положенъ чертежомъ къ чертежу другого листка („лицомъ къ лицу“); положить прозрачный листокъ на другой такъ, чтобы соотвѣтственныя стороны не были взаимно параллельны; найти центръ того вращенія, при которомъ два соотвѣтственныхъ угла совмѣстятся. | Совмѣстятся ли при этомъ треугольники?

434ж. Такіе же два чертежа сдѣлать такъ, чтобы равные треугольники могли совмѣститься безъ вращенія одного изъ нихъ вокругъ одной его стороны, какъ вокругъ оси, на 180°; положить прозрачную бумагу на другую такъ, чтобы стороны одного не были порознь параллельны сторонамъ другого, найти центръ того вращенія, при которомъ два соотвѣтственныхъ угла этихъ равныхъ треугольниковъ совмѣстятся, и разобраться въ томъ, совмѣстятся ли при этомъ и треугольники. | Положить тѣ же треугольники такъ, чтобы стороны одного были порознь параллельны сторонамъ другого, и стороны соотвѣтственныхъ угловъ имѣли одно и то же направленіе; соединить вершины двухъ соотвѣтственныхъ угловъ прямою; перемѣстить верхній чертежъ по плоскости нижняго такъ, чтобы эта прямая оставалась у нихъ во все время движенія общей, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, совмѣстятся ли эти два треугольника при совмѣщеніи вершинъ двухъ соотвѣтственныхъ угловъ. | Тотъ же опытъ сдѣлать съ этими чертежами, придавъ имъ предварительно такое положеніе, при которомъ стороны ихъ были бы порознь параллельны, а стороны двухъ соотвѣтственныхъ угловъ имѣли бы прямо-противоположныя направленія, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, совмѣстятся ли треугольники при параллельномъ перемѣщеніи одного изъ нихъ. | Повторить этотъ же опытъ съ тѣми же двумя треугольниками, найдя центръ ихъ симметріи и приведя одинъ изъ нихъ во вращеніе на 180° вокругъ этого центра.

Замѣтьте: если два треугольника равны между собою и находятся въ одной и той же или (что то же) въ двухъ совпадающихъ плоскостяхъ, то эти треугольники можно совмѣстить одинъ съ другимъ слѣдующими способами: а) если они симметричны относительно какого-либо центра симметріи, то вращеніемъ плоскости одного изъ нихъ по плоскости другого, вокругъ этого центра, на 180°; б) если они симметричны относительно какой-либо оси симметріи, то вращеніемъ части плоскости, лежащей по одну сторону оси, около этой оси на 180°; в) либо такимъ параллельнымъ перемѣщеніемъ одной плоскости по другой, при которомъ общая прямая обѣихъ плоскостей совпадаетъ съ прямою, проходящей черезъ вершины двухъ соотвѣтственныхъ угловъ съ соотвѣтственно параллельными сторонами; либо, наконецъ, г) при послѣдовательномъ примѣненіи двухъ изъ упомянутыхъ выше трехъ видовъ перемѣщенія.



Къ № 434ж. (замѣчаніе 2-ое.)

Замѣтьте: двѣ плоскости, взаимно пересѣкающіяся въ одной прямой линіи, образуютъ одна съ другою углы, выражаемые, какъ и линейные углы, въ градусахъ. Плоскость можно повернуть вокругъ прямой, на ней лежащей, на 180°, и вообще на сколько угодно градусовъ. Прямая линія, проведенная въ плоскости, раздѣляетъ эту плоскость на двѣ части, которыя можно называть *половинами плоскости*, какъ лучъ можно называть половиною прямой, безконечной въ обоихъ направленіяхъ. Если половины двухъ различныхъ плоскостей M и N имѣютъ общую прямую BC, то говорятъ, что онѣ образуютъ *двугранный уголъ*; половины обѣихъ плоскостей, образующія двугранный (или плоскостной) уголъ, называются его сторонами, общая прямая этихъ сторонъ называется *ребромъ* двуграннаго угла или его *вершиною*.

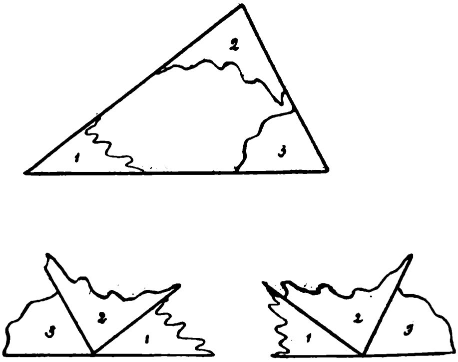
Если изъ точки *A* ребра *BC* двуграннаго угла *MBCN* возставить перпендикуляръ *AD* къ прямой *BC* въ плоскости *M*, и изъ той же точки *A* возставить перпендикуляръ къ прямой *BC* въ плоскости *N*, и затѣмъ провести внутри двуграннаго угла плоскость *P* черезъ прямыя *AD* и *AE*, то уголъ *DAE* называется линейнымъ угломъ двуграннаго угла *MBCN*. | Во всякомъ двугранномъ углѣ столько же градусовъ, сколько ихъ въ линейномъ его углѣ.

434з. Вырѣзать изъ бумаги модель равнобедреннаго треугольника, начертить ея изображеніе на другомъ листкѣ бумаги, отмѣтить лицо и изнанку модели буквами *л* и *и*; на лицо модели нанести биссектрису угла при вершинѣ; поднять модель въ воздухъ, придать ей положеніе, параллельное плоскости ея изображенія на бумагѣ, притомъ такое, чтобы изображеніе ея стало ея проекціей на плоскость; повернуть модель въ пространствѣ около биссектрисы на 180° и перенести ее параллельно самой себѣ до совмѣщенія со своимъ изображеніемъ „лицомъ къ лицу“. | Сдѣлать такой же опытъ съ моделью разносторонняго треугольника и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что въ этомъ случаѣ модель не совмѣстится со своимъ изображеніемъ, если положить ихъ лицомъ къ лицу.

436. Начертить двѣ взаимно параллельныя прямыя; взять на одной изъ нихъ точку *A*, а на другой—двѣ точки *B* и *C*; соединить точку *A* съ точками *B* и *C*; обозначить уголъ, накрестъ лежащій съ угломъ *B* треугольника *ABC*, буквою *B'*, а уголъ, накрестъ лежащій съ угломъ *C*, буквою *C'*, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равна сумма:

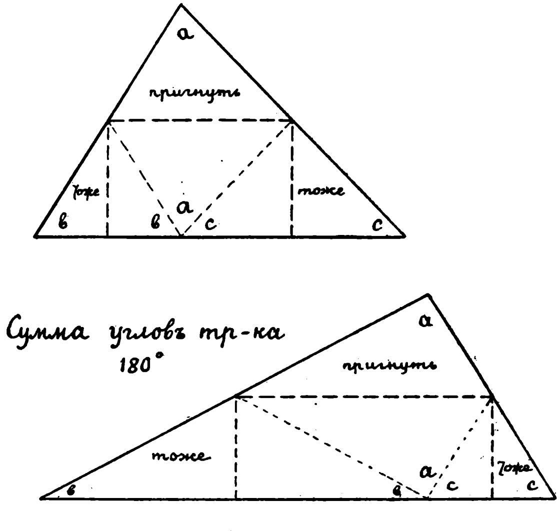
$$\angle B' + \angle BAC + \angle C'.$$

436а. Вырѣзать изъ бумаги нѣсколько моделей разнаго рода треугольниковъ и, подобно тому, какъ это показано на чертежѣ, оторвать отъ каждаго треугольника его углы и сложить эти углы, какъ это показано на чертежѣ (стр. 227).



Къ № 436а.

436б. Отдать себѣ отчетъ въ томъ, что изображено ниже, на чертежѣ этого нумера, и выполнить то, что требуется на чертежѣ, съ помощью моделей двухъ треугольниковъ, вырѣзанныхъ изъ бумаги.



Къ № 436б.

437. Начертить треугольникъ; его углы перенумеровать цифрами 1, 2 и 3; черезъ вершину перваго угла провести прямую, параллельную къ противолежащей сторонѣ; обозначить углы, прилежащіе къ первому углу, цифрами 4 и 5; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какому углу треугольника равенъ $\angle 4$, и какому углу треугольника равенъ $\angle 5$, чему равна сумма:

$$\angle 4+\angle 1+\angle 5$$

и чему равна сумма:

$$\angle 2+\angle 1+\angle 3.$$

Замѣтьте: сумма всѣхъ трехъ угловъ треугольника равна суммѣ двухъ прямыхъ угловъ, или 180°.

437а. Начертить равносторонній треугольникъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько градусовъ содержится въ каждомъ изъ его угловъ.

Замѣтьте: если данный треугольникъ равносторонній, то каждый уголъ его содержитъ 60°.

437б. Начертить безъ транспортира уголъ въ 60°. (Намекъ: не надо чертить угла, а надо найти вершины треугольника особаго рода).

437в. Съ помощью транспортира начертить такой треугольникъ, въ которомъ одинъ уголъ содержитъ 65°, другой 56°, и вычислить, сколько градусовъ въ третьемъ углѣ.

437г. Начертить такой треугольникъ, въ которомъ одинъ уголъ—прямой, а другой равенъ половинѣ прямого,—сколько градусовъ въ третьемъ углѣ?

437д. Начертить четыре равнобедренныхъ треугольника, изъ которыхъ въ одномъ уголъ при вершинѣ равенъ 50°, уголъ при вершинѣ въ другомъ на 10° больше, уголъ при вершинѣ въ третьемъ 90°, и уголъ при вершинѣ въ четвертомъ 30°; вычислить, по сколько градусовъ содержится въ каждомъ изъ остальныхъ угловъ этихъ треугольниковъ, и записать соотвѣтствующія числа внутри каждаго изъ этихъ угловъ.

437е. Начертите прямой уголъ, раздѣлите его на три одинаковыя части и разберитесь въ томъ, почему сдѣланное вами построеніе (см. № 191) приводитъ къ тому, что прямой уголъ раздѣлился точно на три одинаковыя части.

437ж. Начертить прямоугольный треугольникъ и сумму обоихъ острыхъ угловъ его.

440. Начертить два такихъ треугольника разной величины, въ которыхъ одинъ уголъ одного равенъ одному углу другого, другой уголъ перваго равенъ другому углу второго, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему третій уголъ перваго треугольника равенъ третьему углу второго. | Начертить равносторонній треугольникъ, продолжить одну изъ его сторонъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько градусовъ въ этомъ внѣшнемъ углѣ треугольника. | Начертить треугольникъ, въ которомъ одинъ уголъ 35°, а другой 45°; продолжить такую сторону этого треугольника, чтобы внѣшній уголъ былъ смежнымъ съ третьимъ угломъ треугольника, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько градусовъ въ этомъ внѣшнемъ углѣ. | Начертить разносторонній треугольникъ, построить три внѣшнихъ его угла, продолжая каждую сторону только въ одномъ направленіи; перенумеровать внутренніе углы цифрами 1, 2 и 3, а внѣшніе — соотвѣтственными римскими цифрами I, II и III, и записать, какому изъ внѣшнихъ угловъ равна каждая изъ суммъ:

$$\angle 1 + \angle 2$$
$$\angle 1 + \angle 3$$
и
$$\angle 2 + \angle 3.$$

440а. Начертить равнобедренный треугольникъ, продолжить одну изъ сторонъ угла при вершинѣ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равенъ этотъ внѣшній уголъ равнобедреннаго треугольника, и какую часть этого внѣшняго угла составляетъ каждый изъ угловъ при основаніи.

Замѣтьте: внѣшній уголъ треугольника равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ угловъ того же треугольника, съ нимъ не смежныхъ.

440б. Начертите окружность круга, изъ какой-нибудь точки его проведите одинъ діаметръ и одну хорду, соедините центръ съ концомъ хорды и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, который уголъ больше: внѣшній уголъ полученнаго треугольника или каждый изъ внутреннихъ, съ нимъ несмежныхъ, и во сколько разъ.

Замѣтьте: если изъ какой-нибудь точки окружности проведены двѣ хорды ея или хорда и діаметръ, то такой уголъ называется вписаннымъ въ кругъ; вписанный уголъ, образованный хордой и діаметромъ, равенъ половинѣ центральнаго угла, опирающагося на ту же дугу.

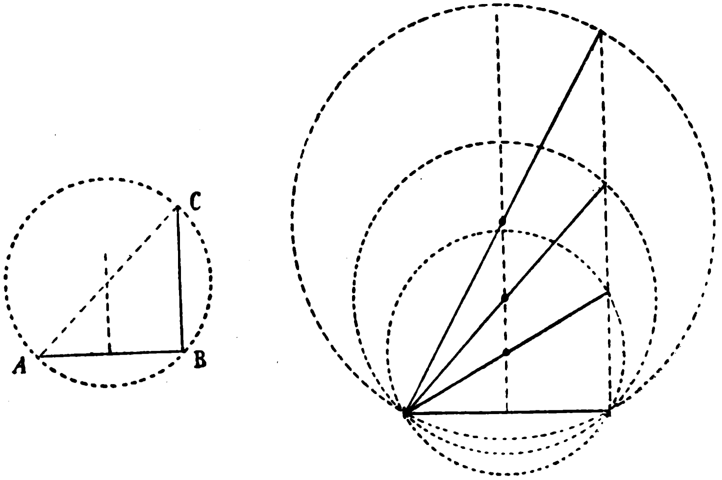
440в. Начертить такой вписанный уголъ, чтобы центръ окружности лежалъ внутри (или внѣ) его, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько въ немъ градусовъ по сравненію съ числомъ градусовъ дуги, заключенной между его сторонами. (Намекъ: изъ вершины вписаннаго угла проведите діаметръ). | Начертите окружность, отмѣтьте дугу въ 45°, соедините какую-нибудь третью точку окружности круга съ концами этой дуги; тѣмъ же радіусомъ, принявъ вершину угла за центръ, опишите дугу этого угла и узнайте, сколько разъ эта послѣдняя дуга укладывается въ дугѣ, на которую опирается вписанный уголъ.

Замѣтьте: всякій вписанный уголъ содержитъ вдвое меньше градусовъ, чѣмъ дуга, на которую онъ опирается; короче это выражаютъ такъ: вписанный уголъ „измѣряется“ половиною своей дуги.

440г. Сколько градусовъ въ углѣ второй задачи предыдущаго нумера? | Сколько задачъ въ № 440в?

440д. Начертить такой вписанный уголъ, чтобы дуга, заключенная между его сторонами, равнялась полуокружности, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько въ немъ градусовъ.

Замѣтьте: если дуга вписаннаго угла составляетъ полуокружность, то говорятъ, что этотъ вписанный

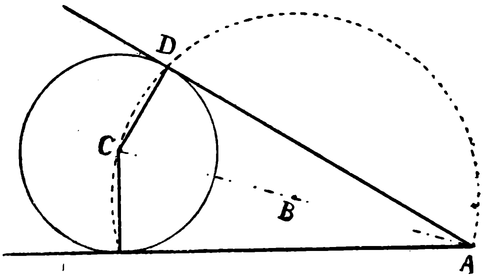


Къ № 440е.

уголъ опирается на діаметръ; если вписанный уголъ опирается на діаметръ, то этотъ уголъ—прямой.

440е. Изъ конца конечной прямой возставить къ ней перпендикуляръ. | Изъ конца конечной прямой возставить перпендикуляръ, не продолживъ этой прямой. (Намекъ: надо сдѣлать такъ, чтобы эта прямая была стороною вписаннаго угла, опирающагося на діаметръ нѣкотораго круга). | Всмотрѣться въ чертежи этого нумера и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какой прямой долженъ лежать центръ круга, о которомъ идетъ рѣчь въ предыдущей задачѣ.

Начертить окружность круга, взять на окружности точку и чрезъ эту точку провести прямую, касательную къ окружности (см. выше). | Начертить окружность круга, взять внѣ ея точку и изъ нея про-



Къ № 440е.

вести прямую, касательную къ этой окружности. (Намекъ: надо на окружности этого круга найти такую точку, чтобы прямая, соединяющая данную точку внѣ круга съ этою второю точкою, образовала прямой уголъ съ прямою, соединяющею эту вторую точку съ центромъ, т.-е. съ радіусомъ).

Замѣтьте: изъ точки, взятой на окружности, къ этой окружности въ той же плоскости можно провести только одну касательную прямую; изъ точки, взятой внѣ окружности и въ той же плоскости, можно провести двѣ касательныя къ этой окружности.

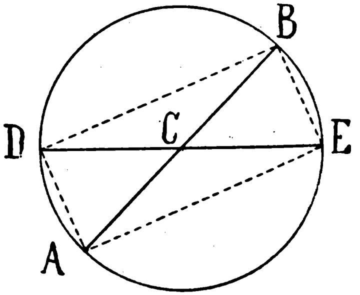
440ж. Взять кругъ, провести два діаметра, соединить ихъ концы прямыми и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе изъ треугольниковъ равны между собою. | Перебрать всѣ пары равныхъ между собою треугольниковъ самостоятельно, записать, а потомъ свѣрить со слѣдующими равенствами:

$$\triangle ADC = \triangle BEC; \triangle ACE = \triangle BCD;$$
$$\triangle ADE = \triangle ADB; \triangle ADE = \triangle EBA;$$
$$\triangle BED = \triangle BEA; \triangle BED = \triangle ABD;$$
$$\triangle ABE = \triangle DBE; \triangle ABD = \triangle BEA.$$

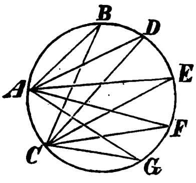
Отдать себѣ отчетъ въ томъ: а) какіе треугольники здѣсь прямоугольные; б) которые углы составляютъ половины другихъ, имѣющихся на чертежѣ, угловъ; в) какіе углы равны между собою; все это записать.

440з. Начертить окружность круга, вписать въ нее какой-нибудь уголъ, взять на двухъ дугахъ, стягиваемыхъ проведенными хордами, нѣсколько точекъ; каждую соединить съ концами дуги первоначально вписаннаго угла и отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему всѣ вписанные углы, получившіеся при этомъ, равны между собою. | Соедините концы общей дуги этихъ вписанныхъ угловъ прямою и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, внутри какой части круга лежатъ стороны всѣхъ вписанныхъ угловъ, опирающихся на дугу перваго вписаннаго угла.

Замѣтьте: всякая хорда круга раздѣляетъ окружность его на двѣ дуги, а кругъ — на двѣ такія части, которыя называются сегментами круга. | Вписанные углы одного и того же круга, опирающіеся на одну и ту же дугу, равны между собою, и каждый изъ нихъ содержитъ вдвое меньше градусовъ, чѣмъ дуга, на которую онъ опирается. | О той части круга (о томъ сегментѣ его), внутри которой лежатъ хорды всѣхъ вписанныхъ угловъ, равныхъ данному углу, говорятъ, что этотъ сегментъ вмѣщаетъ всѣ вписанные углы, равные этому углу.



Къ № 440ж.



Къ № 404з.

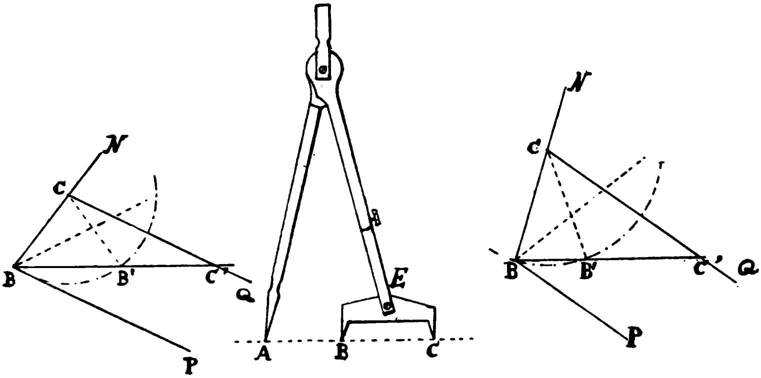
440и. Перечертить чертежъ предыдущаго нумера и провести ту хорду, которая раздѣлитъ кругъ на два сегмента, изъ которыхъ одинъ вмѣщаетъ всѣ вписанные въ этотъ кругъ углы, равные углу *ABC*.

441. Начертить окружность круга, вписать въ него острый уголъ; соединить прямыми линіями центръ круга съ концами дуги этого вписаннаго угла и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какую долю полученнаго центральнаго угла составляетъ вписанный уголъ. | То же самое сдѣлать со вписаннымъ прямымъ угломъ и со вписаннымъ тупымъ угломъ.

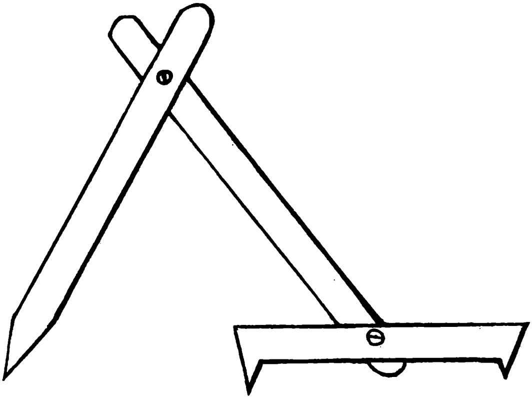
Замѣтьте: уголъ, вписанный въ кругъ, равенъ половинѣ центральнаго угла, опирающагося на ту же дугу.

441а. Раздѣлить прямой уголъ на три равныя части. | Построить уголъ въ 54° и раздѣлить его на три равныя части. | Раздѣлить сумму двухъ прямыхъ угловъ на три равныя части. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько понадобилось прямыхъ линій и сколько окружностей для того, чтобы раздѣлить прямой уголъ на три равныя части, и сколько—для того, чтобы раздѣлить уголъ въ 54° на 3 одинаковыя части. | Построить съ помощью транспортира уголъ въ 108° и раздѣлить его на три одинаковыя части безъ помощи транспортира. (Намекъ: $108° = 36° \times 3$; но углу въ 36° соотвѣтствуетъ дуга въ 36°, т.-е. дуга, составляющая одну десятую долю окружности).

Замѣтьте: если данъ какой-нибудь уголъ, то приблизительно раздѣлить его на три одинаковыя части можно съ помощью транспортира,—но только приблизительно, такъ какъ транспортиръ — инструментъ не точный, и если надо точно найти доли градуса, то это сдѣлать съ его помощью невозможно. | Возможно также путемъ нѣсколькихъ пробъ раздѣлить всякій центральный уголъ на три равныя части, пользуясь циркулемъ и дѣля наугадъ, „ощупью“, дугу угла на три равныя части; но это раздѣленіе и не достаточно точно, и не удовлетворительно въ томъ отношеніи, что оно выполняется наугадъ, ощупью. | Съ помощью же точнаго чертежа, пользуясь линейкой и циркулемъ, можно точно раздѣлить на три равныя части только прямой уголъ, углы въ 180°, въ 108° и нѣкоторые другіе. | Для того, чтобы раздѣлить всякій уголъ на три равныя части, существуютъ особые приборы. Изъ нихъ простѣйшій — слѣдующаго устройства: вмѣсто карандаша, въ обыкновенный циркуль вставляется вилка *EBC*, которая свободно вращается около оси *E*; чтобы раздѣлить уголъ *PBN* на три одинаковыя части, на сторонѣ *BN* этого угла, отъ точки *B*, откладываютъ прямую *BC*, равную разстоянію между остріями вилки нашего новаго циркуля; точку *C* принимаютъ за центръ, а прямую *CB* за радіусъ, и этимъ радіусомъ описываютъ часть окружности круга внутри даннаго угла; за тѣмъ изъ центра *C* проводятъ прямую *CQ*, параллельную къ прямой *BP*; далѣе остріе ножки циркуля, не снабженной вилкою, ставятъ неподвижно въ точку *B*, а вилку устанавливаютъ такъ, чтобы остріе вилки *B* попало на нѣкоторую точку *B'* окружности, а остріе вилки *C*—на нѣкоторую точку *C'* прямой *CQ*; тогда отмѣчаютъ эти точки *B'* и *C'* и проводятъ прямую черезъ три точки *B*, *B'* и *C'*; эта прямая и отдѣляетъ отъ угла *PBN* одну треть его. Приборъ этотъ пригоденъ только для угловъ, которые меньше, чѣмъ 120°; бо̀льшіе же углы раздѣляются предварительно пополамъ или на другія двѣ части съ такимъ расчетомъ, чтобы каждая



Къ № 441а (замѣчаніе.)



Къ № 441б.

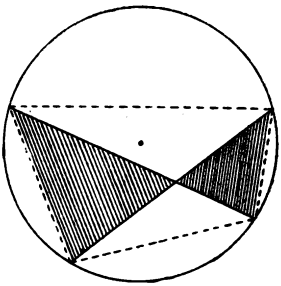
часть была меньше 120°, и тогда раздѣлить весь уголъ на три равныя части уже возможно съ помощью этого прибора. | Задача раздѣленія угла на три равныя части извѣстна подъ именемъ задачи трисекціи угла, и въ этомъ смыслѣ говорятъ, что трисекція угла съ помощью только линейки и циркуля возможна лишь въ нѣкоторыхъ случаяхъ.

441б. Чтобы лучше понять устройство и употребленіе циркуля, описаннаго выше, изготовьте изъ картона или игральной карты модель, изображенную на предыдущей страницѣ, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, почему $\angle C'BC = 2\angle PBC'$. (Шарниры сдѣлайте изъ двухъ паръ картонныхъ кружечковъ, сшитыхъ разъ продѣтой ниткой съ узломъ съ каждой стороны.)

444. Начертите кругъ; на прозрачной бумажкѣ проведите прямую, которая больше діаметра круга, положите прозрачную бумажку такъ, чтобы эта прямая прошла черезъ центръ круга, прикрѣпите бумажку кнопкой къ нижней въ томъ мѣстѣ, гдѣ просвѣчиваетъ центръ круга, и приведите верхнюю бумажку во вращеніе вокругъ этой точки. | Окружность круга встрѣтитъ при этомъ прямую въ однѣхъ и тѣхъ же двухъ точкахъ. | Сдѣлайте тотъ же опытъ, но съ той разницей, чтобы прямая на верхней бумажкѣ не проходила черезъ центръ нижняго круга; прикрѣпите верхнюю бумажку къ нижней и къ столу кнопкой, проходящей черезъ какую-нибудь точку, лежащую на прямой линіи верхней бумажки и внутри круга; приведите верхнюю бумажку во вращеніе, обращая свое вниманіе на то, въ какихъ точкахъ прямая верхней бумажки встрѣчается съ окружностью на нижней бумажкѣ. | Обратите вниманіе на то, что съ увеличеніемъ одного отрѣзка, заключеннаго между неподвижной точкою прямой и окружностью, другой отрѣзокъ прямой, заключенный между неподвижной точкой и окружностью, уменьшается.

444а. Взять внутри круга точку, не совпадающую съ центромъ его, провести черезъ нее двѣ хорды, соединить концы хордъ прямыми и отдать себѣ отчетъ въ томъ, которые треугольники одинъ другому подобны. | Заштриховать одну пару подобныхъ другъ другу треугольниковъ, обозначить ихъ вершины буквами *A*, *B*, *C* и *D*; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія стороны—сходственныя; записать пропорцію, относящуюся до двухъ паръ. сходственныхъ сторонъ, при чемъ не брать сторонъ, противолежащихъ вертикальнымъ угламъ.

444б. Выполните чертежъ въ родѣ предыдущаго, но не проводите хордъ, противолежащихъ вертикальнымъ угламъ этой фигуры; измѣрьте масштабомъ три отрѣзка проведенныхъ хордъ и вычислите длину четвертаго отрѣзка на основаніи пропорціи. | Разрѣшите нѣсколько такихъ же задачъ въ другихъ кругахъ, пока не усвоите себѣ, въ чемъ дѣло.



Къ № 444а.

***444в**. Изъ пропорціи предыдущаго нумера составьте, если умѣете, равенство, взявъ произведеніе среднихъ членовъ и произведеніе крайнихъ членовъ.

Замѣтьте: если у насъ есть пропорція

$$10:5=6:3,$$

то произведеніе крайнихъ членовъ этой пропорціи, т.-е. произведеніе чиселъ 10 и 3, равно произведенію среднихъ ея членовъ, т.-е. чиселъ 5 и 6, и это справедливо относительно всякой пропорціи. | Если въ данной пропорціи вмѣсто одного крайняго члена взять какое-нибудь другое, напримѣръ, большее число, а средніе члены оставить безъ измѣненія, то для того, чтобы эти три числа остались членами пропорціи, надо вмѣсто другого крайняго члена взять новое число, притомъ во столько же разъ меньшее, чѣмъ этотъ крайній членъ, во сколько разъ число, взятое вмѣсто перваго крайняго члена, больше этого послѣдняго; такъ, если въ пропорціи

$$10:5=6:3$$

вмѣсто числа 10 взять число 20, а числа 5 и 6 оставить безъ измѣненія, то вмѣсто числа 3 надо взять вдвое меньшее число, т.-е. $1^1/_2$, и тогда снова получится пропорція

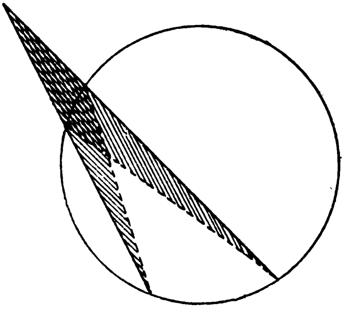
$$20:5=6:1^1/_2;$$

это короче выражаютъ такъ: крайніе члены пропорціи другъ другу обратно пропорціональны; точно такъ же обратно пропорціональны другъ другу средніе члены. Если черезъ точку внутри круга провести хорду, то отрѣзки ея, заключенные между этой точкой и окружностью, другъ другу обратно пропорціональны, т.-е. съ увеличеніемъ одного отрѣзка какой-нибудь хорды, проходящей черезъ неподвижную точку, взятую внутри круга, другой отрѣзокъ той же хорды уменьшается во столько же разъ, и обратно: съ уменьшеніемъ отрѣзка хорды, проходящей черезъ неподвижную точку, взятую внутри круга, другой отрѣзокъ той же хорды становится больше во столько же разъ.

444г. Начертить окружность круга, взять внѣ круга, но въ той же плоскости, точку; изъ нея провести двѣ сѣкущія этого круга до пересѣченія каждой изъ нихъ съ окружностью въ двухъ точкахъ; соединить первую точку пересѣченія первой сѣкущей со второю точкой пересѣченія второй сѣкущей, а вторую точку пересѣченія первой сѣкущей — съ первой точкой пересѣченія второй сѣкущей; обозначить точку, взятую внѣ круга, и точки пересѣченія сѣкущихъ съ окружностью буквами; разобраться въ томъ, какіе треугольники, въ которыхъ сторонами являются обѣ сѣкущія цѣликомъ, подобны; отыскать сходственныя стороны этихъ подобныхъ треугольниковъ и составить изъ нихъ пропорцію.

444д. Сдѣлать съ сѣкущей опытъ въ родѣ того, который описанъ въ № 444, и разобраться въ томъ выводѣ, который можно сдѣлать изъ этого опыта. | Если умѣете составлять изъ членовъ пропорціи два одинаковыхъ произведенія, то составьте изъ членовъ пропорціи предыдущаго нумера такія два произведенія и обратите вниманіе на то, что въ каждое произведеніе входитъ длина всей сѣкущей и длина ея внѣшней части.

Замѣтьте: если изъ точки, взятой внѣ круга, но въ той же плоскости, провести сѣкущую, то вся сѣкущая и ея внѣшняя часть другъ другу обратно пропорціональны, т.-е. съ увеличеніемъ внѣшней части вся сѣкущая уменьшается во столько же разъ, а съ уменьшеніемъ внѣшней части вся сѣкущая увеличивается во столько же разъ.


Къ № 444г.

444е. Начертить окружность, взять внѣ ея, но въ той же плоскости, точку; изъ этой точки провести одну касательную къ этой окружности и сѣкущую (черт. на стр. 241); соединить точку касанія съ точками пересѣченія сѣкущей съ окружностью; разсмотрѣть тѣ два треугольника, у которыхъ касательная служитъ общей стороною; отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе углы у нихъ равны между собою (см. №№ 440в и 403і), и какія стороны ихъ — сходственныя, и составить пропорцію, въ число членовъ которой не должно входить ни одной хорды, а должны входить: вся сѣкущая, касательная, еще одинъ разъ касательная и внѣшняя часть сѣкущей.

Замѣтьте: если въ пропорціи средніе или крайніе члены равны между собою, то каждый изъ нихъ безразлично называется среднею пропорціональною величиною между остальными двумя членами пропорціи или среднимъ геометрическимъ числомъ между остальными двумя членами пропорціи; такъ, въ пропорціяхъ:

$$25:\ 5 = \ 5:1,\ \text{или}\ \ 5:1 = 25:\ 5$$

и

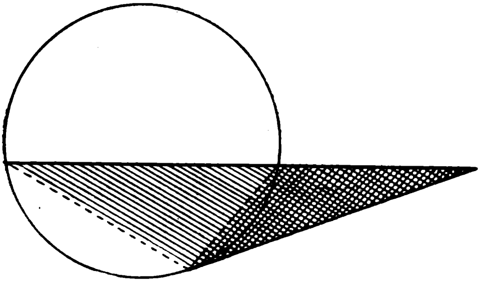
$$64:16 = 16:4,\ \text{или}\ 16:4 = 64:16,$$

число 5 — средняя пропорціональная между 25-ю и 1-цей, или среднее геометрическое число чиселъ 25 и 1, а 16—средняя пропорціональная между 64-мя и 4-мя, или среднее геометрическое этихъ двухъ чиселъ. | Если изъ точки, взятой внѣ круга, но въ той же плоскости, провести касательную и сѣкущую, то касательная есть средняя пропорціональная между всей сѣкущей и ея внѣшнимъ отрѣзкомъ.

444ж. Начертить окружность, провести двѣ взаимно-параллельныя сѣкущія, отдать себѣ отчетъ въ томъ какъ можетъ лежать центръ окружности по отношенію къ этимъ прямымъ, и въ томъ, не равны ли какія-нибудь дуги между собою. | Исчерпаны ли у васъ всѣ возможные случаи, и если не исчерпаны, то выполните тѣ чертежи, которыхъ не хватаетъ. | Начертить окружность, провести двѣ взаимно параллельныя прямыя: одну сѣкущую, а другую—касательную, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, не равны ли между собою дуги, заключенныя между сѣкущей и точкою касанія. | Начертить окружность, взять на ней точку, черезъ нее провести касательную, провести параллельную къ ней касательную и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велика каждая дуга, заключенная между точками касанія. | Убѣдиться въ томъ, что дуги, заключенныя между параллельными, во всѣхъ этихъ случаяхъ равны между собою, слѣдующимъ образомъ: перегните чертежи вокругъ діаметра, перпендикулярнаго къ одной изъ параллельныхъ прямыхъ.

Замѣтьте: если двѣ, взаимно параллельныя, прямыя пересѣкаютъ окружность, то дуги ея, заключенныя между этими прямыми, равны между собою; то же самое справедливо относительно дугъ, если одна или обѣ взаимно-параллельныя прямыя — касательныя.

***444з.** Начертить какой-нибудь острый уголъ, изъ точки, взятой на одной изъ его сторонъ, опустить перпендикуляръ на другую его сторону и найти отношеніе длины этого перпендикуляра къ длинѣ гипотенузы. | Опустить перпендикуляръ изъ другой точки первой стороны угла на вторую его сторону и отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равно отношеніе длины второго перпендикуляра къ длинѣ соотвѣтствующей ему гипотенузы. | Что для этого можно сдѣлать? (Либо найти общую мѣру перпендикуляра и гипотенузы и вычислить, сколько разъ эта мѣра содержится въ перпендикулярѣ и сколько разъ въ гипотенузѣ, а затѣмъ найти отношеніе перваго числа ко второму, либо измѣрить какою-нибудь единицею длины катетъ и гипотенузу и найти отношеніе длины катета къ длинѣ гипотенузы). | Какимъ числомъ будетъ это отношеніе: именованнымъ или отвлеченнымъ? (Отвлеченнымъ). | Нужно ли находить оба отношенія, или достаточно найти одно?



Къ № 444е.

Замѣтьте: если въ прямоугольномъ треугольникѣ измѣрить одинъ его катетъ и гипотенузу и найти отношеніе длины катета къ длинѣ гипотенузы, то полученное отвлеченное число называется **синусомъ** угла, противолежащаго взятому катету. | Когда надо написать, что синусъ какого-нибудь угла ABC равенъ какому-нибудь числу (напр., дроби $^3/_4$), то пишутъ такъ:

$$sin\ ABC = \frac{3}{4};$$

при этомъ надо имѣть въ виду, что латинскія буквы, поставленныя рядомъ, обозначаютъ здѣсь не то, что въ алгебрѣ, т. - е. не произведеніе шести чиселъ, изъ которыхъ одно обозначено буквою *s*, другое — буквою *i*, третье — буквою *n* и т. д., а служатъ только для замѣны словъ: „синусъ угла *ABC*“.

Взять бумагу, разлинованную квадратиками, изъ одной вершины какого-либо одного квадратика провести прямую по горизонтальной прямой, идущей изъ этой вершины; изъ той же точки провести какую - нибудь другую прямую подъ острымъ угломъ къ первой прямой; изъ какой - нибудь точки второй прямой провести перпендикуляръ къ первой сторонѣ угла; выразить приблизительно длину этого перпендикуляра въ такихъ единицахъ длины, изъ которыхъ каждая равна сторонѣ квадратика вашей бумаги; съ помощью циркуля отложить на гипотенузѣ полученнаго треугольника по возможности больше такихъ же единицъ длины, изъ которыхъ каждая равна сторонѣ квадратика вашей бумаги; приблизительно выразить длину этой гипотенузы въ тѣхъ же единицахъ мѣры и вычислить приблизительно до одной сотой доли синусъ начерченнаго угла. | Сдѣлать такихъ же вычисленій еще нѣсколько.

***444и.** Выполните чертежъ стр. 248-ой на бумагѣ, разлинованной квадратиками, но при этомъ не вычерчивайте ничего, кромѣ сторонъ угловъ и перпендикуляровъ. | Когда чертежъ будетъ выполненъ, вычислите синусы угловъ въ 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° и 80°. | При этомъ должны получиться (приблизительно до одной сотой доли) слѣдующія числа:

$sin\,10^\circ = 0,17$

$sin\,20^\circ = 0,34$

$sin\,30^\circ = 0,50$

$sin\,40^\circ = 0,64$

$sin\,50^\circ = 0,77$

$sin\,60^\circ = 0,87$

$sin\,70^\circ = 0,94$

$sin\,80^\circ = 0,98$

Замѣтьте: синусы двухъ разныхъ угловъ не пропорціональны величинѣ этихъ угловъ; напр., *sin* 40° не въ 4 раза больше, чѣмъ *sin* 10°; только для угловъ въ 20° и въ 10° (и то при приблизительныхъ, до одной сотой доли, значеніяхъ синусовъ этихъ угловъ) можетъ показаться, будто *sin* 20° ровно вдвое больше, чѣмъ *sin* 10°; на самомъ же дѣлѣ, съ большею точностью, напр., съ точностью до 0,00001, эти синусы не подаютъ повода къ невѣрному заключенію; а именно, съ только-что упомянутою степенью точности,

$$\sin 20° = 0,34202$$

а $$\sin 10° = 0,17365, \text{ а не } 0,17101.$$

***444і.** Начертить прямоугольный треугольникъ, въ которомъ одинъ катетъ составляетъ $\frac{3}{4}$ гипотенузы, и записать, чему равенъ синусъ угла, противолежащаго этому катету. | Начертить углы, которыхъ синусы равны слѣдующимъ дробямъ:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{10}.$$

Замѣтьте: если изъ точки, взятой на одной сторонѣ даннаго остраго угла, опустить перпендикуляръ на другую его сторону, то синусъ этого угла равенъ дроби, которая выражаетъ, какую часть гипотенузы этого прямоугольнаго треугольника составляетъ упомянутый перпендикуляръ.

***444к.** Построить прямой уголъ, вершину котораго обозначить буквою *O*; одна сторона *OX* должна имѣть горизонтальное направленіе отъ точки *O* вправо, а другая сторона *OY* — направленіе вертикальное отъ точки *O* вверхъ; взять внутри этого прямого угла какую-нибудь точку *M*; соединить вершину *O* съ точкой *M* и обратить вниманіе на направленія прямыхъ *OX*, *OY* и *OM*; найти проекцію прямой *OM* на прямую *OY*; отдать себѣ отчетъ въ томъ, синусу какого угла равно отношеніе длины проекціи прямой *OM* на прямую *OY* къ длинѣ самой прямой *OM*.

***444л**. Начертить прямой уголъ такъ же, какъ въ предыдущемъ нумерѣ; продолжить пунктиромъ стороны угла *XOY* въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ; у конца продолженія луча *OX* поставить букву *X'*, а у конца продолженія луча *OY* поставить букву *Y'*.

Замѣтьте: если взять двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя, состоящія изъ четырехъ лучей, то одну изъ этихъ прямыхъ, состоящую изъ лучей *OX* и *OX'*, иногда называютъ осью абсциссъ, другую прямую, состоящую изъ лучей *OY* и *OY'*— осью ординатъ, обѣ прямыя — осями прямоугольныхъ координатъ, общую вершину *O* четырехъ прямыхъ угловъ, образованныхъ осями координатъ, — началомъ координатъ; уголъ *XOY* называютъ первымъ квадрантомъ, уголъ *YOX'* — вторымъ, уголъ *X'OY'* — третьимъ, а уголъ *Y'OX*—четвертымъ квадрантомъ.

***444м**. Начертить оси координатъ на одной четвертушкѣ бумаги; проставить въ надлежащихъ мѣстахъ буквы: *O*, *X*, *Y*, *X'* и *Y'*; начертить на прозрачной бумагѣ острый уголъ *ABC*, положить послѣдній чертежъ на первый такъ, чтобы вершина *B* угла совпала съ началомъ координатъ, сторона *BA* пошла по лучу *OX*, а сторона *BC* пошла внутрь прямого угла *XOY*; найти проекцію прямой *BC* на ось ординатъ и разобраться въ томъ, чему равенъ синусъ угла *ABC*.

***444н**. Въ прямоугольномъ треугольникѣ катетъ равенъ 3 вершк., а гипотенуза 8 вершк. Чему равенъ синусъ угла, противолежащаго этому катету? (Отвлеченной дроби $^3/_8$). | Въ другомъ прямоугольномъ треугольникѣ катетъ равенъ 3 футамъ, а гипотенуза — 8 футамъ. Чему равенъ синусъ угла, противолежащаго катету? (Тоже отвлеченной дроби $^3/_8$). | Построить такой острый уголъ, котораго синусъ равенъ $^5/_8$. | Построить уголъ, котораго синусъ равенъ $^3/_8$. | Начертить неравносторонній остроугольный треугольникъ

ABC, въ которомъ $AC = 45$ мм., а сторона $AB = 37$ миллиметрамъ, сторона же $BC = 28$ мм. | Который уголъ больше всѣхъ? (Уг. B). | Во сколько разъ онъ больше, чѣмъ уг. A? | Не во столько же разъ, во сколько разъ сторона AC больше стороны BC! | Въ треугольникѣ ABC сторона $AB = 37$ мм., сторона $AC = 45$ мм. и сторона $BC = 28$ мм. | Опустить изъ вершины A перпендикуляръ AD и обозначить длину его буквою h. | Чему тогда равенъ синусъ угла B? (Отвлеченной дроби $\frac{h}{45}$). | Чему равенъ синусъ угла C? (Отвлеченной дроби $\frac{h}{37}$). | Во сколько разъ сторона AC больше, чѣмъ сторона AB? (Во столько разъ, во сколько разъ 45 больше 37). | А во сколько разъ синусъ угла B больше чѣмъ синусъ угла C? (Во столько, во сколько разъ $\frac{h}{37}$ больше, чѣмъ $\frac{h}{45}$). | Раздѣлимъ $\frac{h}{37}$ на $\frac{h}{45}$, — получимъ $\frac{45}{37}$.

Замѣтьте: если двѣ стороны треугольника не равны между собою, то бо̀льшая изъ нихъ больше меньшей, но не во столько разъ, во сколько разъ уголъ, противолежащій большей сторонѣ, болѣе угла, противолежащаго меньшей сторонѣ. | Не одинаковыя стороны треугольника относятся между собою не какъ противолежащіе имъ углы. | Если данъ какой угодно треугольникъ ABC и если углы A и B—острые, то

$$a : b = \sin A : \sin B.$$

4440. Начертить равнобедренный прямоугольный треугольникъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ: а) во сколько разъ прямой уголъ больше каждаго изъ острыхъ? б) можетъ ли быть гипотенуза равна суммѣ обоихъ катетовъ? в) можетъ ли она быть вдвое больше каждаго изъ нихъ? и г) пропорціональны ли гипотенуза и катетъ противолежащимъ имъ угламъ?

***444п.** Начертить оси прямоугольныхъ координатъ, взять на оси *OY* точку *M* и отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равна проекція прямой *OM* на ось ординатъ *OY*, т.-е. чему равно отношеніе *OM*:*OM*. | Чему равенъ синусъ угла *XOM*, т.-е. синусъ прямого угла?

Замѣтьте: синусъ прямого угла считаютъ равнымъ одной отвлеченной единицѣ.

***444р.** Начертить оси прямоугольныхъ координатъ, взять внутри второго квадранта точку *M*, соединить начало координатъ съ этой точкою, найти проекцію прямой *OM* на ось ординатъ *OY* и обратить вниманіе на то, что уголъ *XOM* тупой.

Замѣтьте: отношеніе длины проекціи *Om* прямой *OM* на ось ординатъ *OY*, когда уголъ *XOM* тупой, къ длинѣ самой прямой *OM* называется синусомъ тупого угла *XOM*. | На стр. 247 приведена таблица приблизительныхъ величинъ синусовъ всѣхъ угловъ отъ 1° до 90°, съ точностью до одной тысячной доли единицы, отъ градуса до градуса, т.-е. величины синусовъ угловъ въ 1°, въ 2°, въ 3°, въ 4° и т. д. до 90° включительно.

***444с.** Съ помощью таблицы синусовъ вычислить приблизительно катеты прямоугольныхъ треугольниковъ, въ которыхъ гипотенузы: 17 цм., 23 арш., 23 метра, 75 мм. и 73 саж., а острые углы, имъ противолежащіе, соотвѣтсвенно равны: 26°, 78°, 78°, 37° и 69°.

Съ помощью той же таблицы вычислить гипотенузы треугольниковъ, въ которыхъ одинъ изъ острыхъ угловъ равенъ 29°, 35°, 67°, 75° и 56°, а противолежащіе имъ катеты соотвѣтственно равны: 30 арш., 26 метр., 45 цм., 56 дюйм. и 75 саж.

444т. На-глазъ опредѣлите синусы 10°, 20°, 30° и т. д. до 80° включительно съ помощью чертежа на стр. 248 и свѣрьте результаты съ таблицей на стр. 247.

***444у.** Даны двѣ прямыя, которыя, не пересѣкаясь, въ то же время не параллельны одна другой и имѣютъ данныя направленія. | Возьмемъ какую-

ТАБЛИЦА СИНУСОВЪ

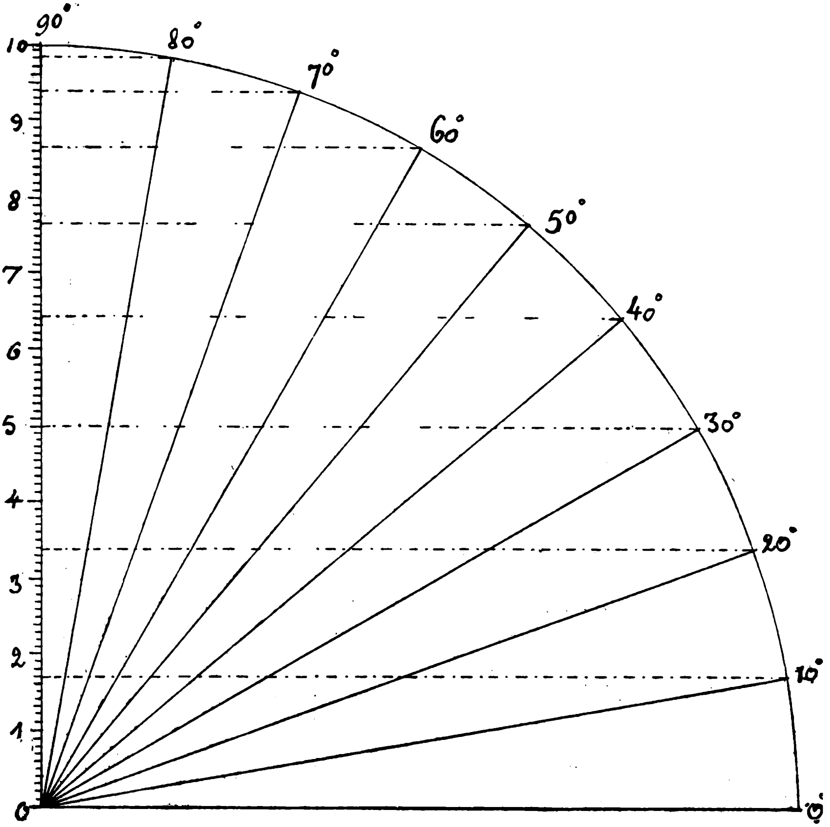
угловъ отъ 1° до 90° включительно (съ точностью до 0,001).

Дробь, снабженная звѣздочкой, обозначаетъ величину, меньшую истинной (съ недостаткомъ); дробь безъ звѣздочки обозначаетъ величину, бóльшую истинной (съ избыткомъ).

Только *sin* 30° = 0,5 и *sin* 90° = 1 совершенно точно.

Уголъ.	Синусъ.	Уголъ.	Синусъ.	Уголъ.	Синусъ.
1°	0,017*	31°	0,515*	61°	0,875
2°	0,035	32°	0,530	62°	0,883
3°	0,052*	33°	0,545	63°	0,891*
4°	0,070	34°	0,559*	64°	0,899
5°	0,087*	35°	0,574	65°	0,906*
6°	0,105	36°	0,588	66°	0,914
7°	0,122	37°	0,602	67°	0,921
8°	0,139*	38°	0,616	68°	0,927*
9°	0,156*	39°	0,629*	69°	0,934
10°	0,174	40°	0,643	70°	0,940
11°	0,191	41°	0,656*	71°	0,946
12°	0,208	42°	0,669*	72°	0,951*
13°	0,225	43°	0,682*	73°	0,956*
14°	0,242	44°	0,695	74°	0,961*
15°	0,259	45°	0,707*	75°	0,966
16°	0,276	46°	0,719*	76°	0,970*
17°	0,292*	47°	0,731*	77°	0,974*
18°	0,309*	48°	0,743*	78°	0,978*
19°	0,326	49°	0,755	79°	0,982
20°	0,342*	50°	0,766*	80°	0,985
21°	0,358*	51°	0,777*	81°	0,988
22°	0,375	52°	0,788*	82°	0,990*
23°	0,391	53°	0,799	83°	0,993
24°	0,407	54°	0,809*	84°	0,995
25°	0,423	55°	0,819*	85°	0,996*
26°	0,438*	56°	0,829*	86°	0,9976
27°	0,454	57°	0,839	87°	0,9986*
28°	0,469*	58°	0,848*	88°	0,9994
29°	0,485	59°	0,857*	89°	0,9999
30°	**0,500**	60°	0,866*	90°	**1,0000**

нибудь, лежащую внѣ ихъ, точку, изъ нея проведемъ двѣ прямыя, порознь параллельныя каждой изъ нихъ, и черезъ эти двѣ прямыя проведемъ плоскость. | Когда говорятъ, что двѣ прямыя, которыя, никогда не пересѣкаясь, въ то же время не параллельны одна другой,



Къ № 444т.

образуютъ уголъ, то за уголъ между ними принимаютъ уголъ, образованный двумя прямыми, проведенными изъ одной точки параллельно къ даннымъ прямымъ и имѣющими порознь тѣ же направленія, что данныя прямыя.

Замѣтьте: если двѣ прямыя не параллельны и не пересѣкаются, какъ бы далеко ихъ ни продолжали, то существуютъ такія двѣ точки, одна—на одной прямой, а другая—на другой, растояніе между которыми меньше разстоянія между любою точкой, взятой на одной изъ прямыхъ, и любою точкой, взятою на другой. | Чтобы найти эти двѣ точки, можно поступить слѣдующимъ образомъ: изъ одной точки M первой прямой AB пропровести третью прямую ME, параллельную ко второй прямой CD; черезъ прямыя AB и ME провести плоскость; черезъ прямую CD провести другую плоскость, перпендикулярную къ этой плоскости; эта перпендикулярная плоскость пересѣчетъ прямую AB въ точкѣ P; наконецъ, изъ точки P провести перпендикуляръ къ прямой CD до пересѣченія съ нею въ точкѣ Q; тогда точки P и Q будутъ ближайшими другъ къ другу точками прямыхъ AB и CD.

***444ф.** Если вамъ непонятно предыдущее замѣчаніе, то постарайтесь сдѣлать соотвѣтствующую модель слѣдующимъ образомъ: на плоскость стола положите карандашъ AB, а другой карандашъ CD возьмите въ лѣвую руку, и поступайте согласно указаніямъ замѣчанія.

§ 6. Четыреугольники и многоугольники, ихъ равенство и подобіе, сумма ихъ угловъ, длина ихъ периметровъ.

447. Взять въ плоскости три точки, не лежащія на одной прямой, соединить прямыми линіями первую точку со второй и третьей; внутри угла, образованнаго такимъ образомъ, взять четвертую точку, не лежащую на одной прямой со второю и третьею, и соединить ее прямыми линіями тоже со второй и съ третьей изъ взятыхъ вами точекъ.

Замѣтьте: прямолинейная замкнутая фигура, въ которой четыре угла, называется четыреугольникомъ; конечныя прямыя линіи, образующія углы четыреугольника, называются его сторонами; вершины угловъ четыреугольника называются также его вершинами; сумма сторонъ четыреугольника называется периметромъ его; точно такъ же сумма сторонъ треугольника называется периметромъ этого треугольника. | Прямая, соединяющая двѣ вершины четыреугольника и не совпадающая ни съ одною изъ его сторонъ, называется діагональю четыреугольника.

447а. Взять три точки, не лежащія на одной прямой, соединить прямыми линіями первую со второй и третьей; внутри угла, образованнаго этими прямыми, взять четвертую точку, не лежащую на одной прямой со второю и третьей; взять внутри того же угла, между 4-ою и 3-ей точками, еще пятую точку, не лежащую на одной прямой ни съ какими двумя изъ прежнихъ четырехъ точекъ, и соединить прямыми четвертую со второю и пятою, а пятую—съ третьею. | Начертить и измѣрить сумму всѣхъ сторонъ, т.-е. периметръ этой фигуры.

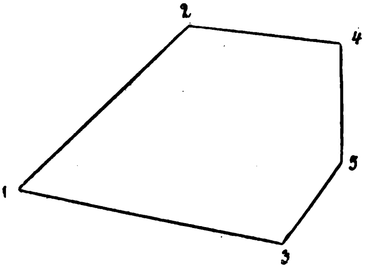
Замѣтьте: если взять нѣсколько точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой, соединить одну точку со второй, вторую—съ третьей и т. д., предпослѣднюю—съ послѣдней, и послѣднюю—съ первой, то полученную такимъ образомъ фигуру называютъ вообще многоугольникомъ.

447б. Начертить многоугольникъ въ родѣ относящагося къ этому нумеру и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что всякій многоугольникъ, въ которомъ ни одна изъ сторонъ не пересѣкаетъ другой стороны въ какой-либо новой точкѣ, не принадлежащей къ числу вершинъ многоугольника, можно раздѣлить на треугольники, его составляющіе.

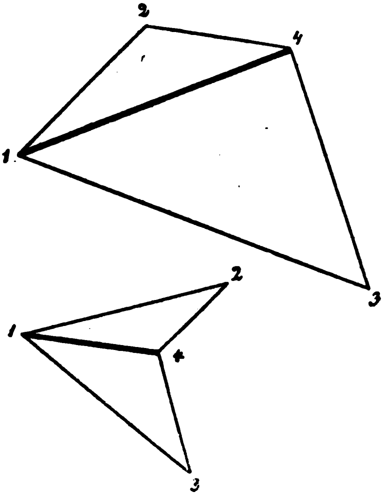
***449**. Взять 4 точки, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой, перенумеровать ихъ, какъ на чертежѣ, соединить прямыми 1-ю точку со 2-й, 2-ю съ 3-й, 3-ю съ четвертой, и 4-ю съ первой. | На другомъ чертежѣ того же рода соединить 1-ю со 2-й, 2-ю съ 4-й, 4-ю съ 3-й и 3-ю съ 1-й.

Замѣтьте: если даны четыре точки, если прямыми линіями соединить первую съ какою-нибудь изъ остальныхъ, вторую — съ какою-нибудь третьею, третью —

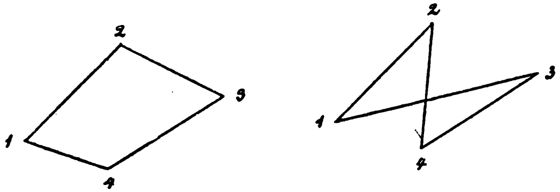
съ четвертою, и четвертую—съ первою, если при этомъ одна изъ этихъ конечныхъ прямыхъ пересѣкла которую-нибудь изъ остальныхъ трехъ въ нѣкоторой пятой точкѣ, то считаютъ, что полученная фигура — тоже четыреугольникъ и что у ней, стало - быть, четыре вершины; въ этомъ четыреугольникѣ обводъ его (контуръ) себя пересѣкаетъ.



Къ № 447а.



Къ № 447б.



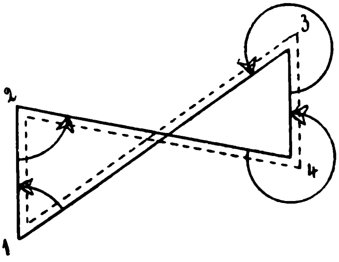
Къ № 449.

449а. Начертите четыреугольникъ съ контуромъ, себя не пересѣкающимъ; представьте себѣ наблюдателя, стоящаго въ точкѣ 1 и обращеннаго лицомъ къ точкѣ 2; представьте себѣ далѣе, что наблюдатель идетъ отъ первой точки ко 2-й, лицомъ ко 2-й точкѣ; тогда уголъ, котораго вершина въ первой точкѣ, будетъ лежать по правую руку наблюдателя; достигнувъ второй точки, пусть наблюдатель повернется лицомъ къ третьей точкѣ: уголъ, вершина котораго во второй точкѣ, будетъ лежать опять по правую руку наблюдателя, и т. д. | Представьте себѣ, что наблюдатель правой рукой отмѣчалъ справа пунктиромъ проходимую имъ дорогу; сдѣлайте то же самое на чертежѣ, и пунктиръ будетъ лежать внутри тѣхъ угловъ, которые въ такомъ случаѣ считаются углами четыреугольника.

***449б.** Начертите четыреугольникъ въ родѣ второго, относящагося къ № 449, перенумеруйте цифрами его вершины. | Теперь представьте себѣ наблюдателя, стоящаго въ первой точкѣ и обращеннаго лицомъ ко второй точкѣ; по правую руку его будетъ лежать уголъ, вершина котораго въ первой точкѣ. | Представьте себѣ, что наблюдатель правой рукой (см. чертежъ этого нумера, стр. 253) отмѣчаетъ съ правой стороны пунктиромъ, что онъ считаетъ этотъ уголъ угломъ четыреугольника; дойдя до точки 2, пусть онъ повернется лицомъ къ точкѣ 4 и отмѣтитъ пунктиромъ справа пройденный имъ путь; дойдя до точки 4, онъ' обратится лицомъ къ точкѣ 3 и пойдетъ къ точкѣ 3; тогда пунктиромъ будетъ отмѣченъ уголъ 4, снабженный стрѣлкой; дойдя до точки 3 и продолжая свой путь, обратившись къ точкѣ 1, наблюдатель отмѣтитъ уголъ 3, снабженный своей стрѣлкою.

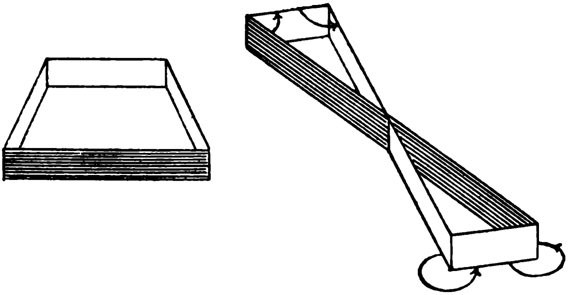
Замѣтьте: если въ многоугольникѣ контуръ его себя пересѣкаетъ, то для того, чтобы знать, какіе у этого многоугольника углы, надобно принять во вниманіе то направленіе, въ которомъ образованъ контуръ этого многоугольника.

***449в.** Взять нѣсколько точекъ, изъ которыхъ никакія три не лежатъ на одной прямой, перенумеровать ихъ и соединить ихъ ломанымъ контуромъ, ограничивающимъ нѣкоторый многоугольникъ; во время проведенія контура отмѣчать стрѣлкою направленія сторонъ, а затѣмъ отдать себѣ отчетъ въ томъ, какіе углы въ полученной фигурѣ будутъ углами этого многоугольника. | Изготовьте двѣ бумажныя ленты изъ двуцвѣтной бумаги или снабдите одну сторону каждой одноцвѣтной ленты штриховкой; изъ этихъ двухъ лентъ постройте модели четыреугольниковъ въ родѣ изображенныхъ на чертежѣ этого нумера и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, что означаютъ начерченныя на немъ стрѣлки.

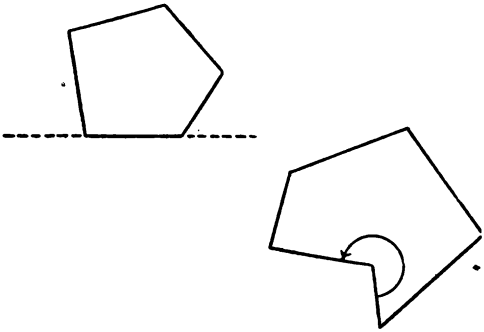


Къ № 449б.

451. Начертите такой многоугольникъ, въ которомъ нѣкоторые углы острые, нѣкоторые—тупые или прямые, но нѣтъ ни одного такого угла, который больше суммы двухъ прямыхъ угловъ. | Начертить многоугольникъ, въ которомъ одинъ изъ угловъ больше суммы двухъ прямыхъ угловъ. | Въ многоугольникахъ перваго рода про-



Къ № 449в.



Къ № 451.

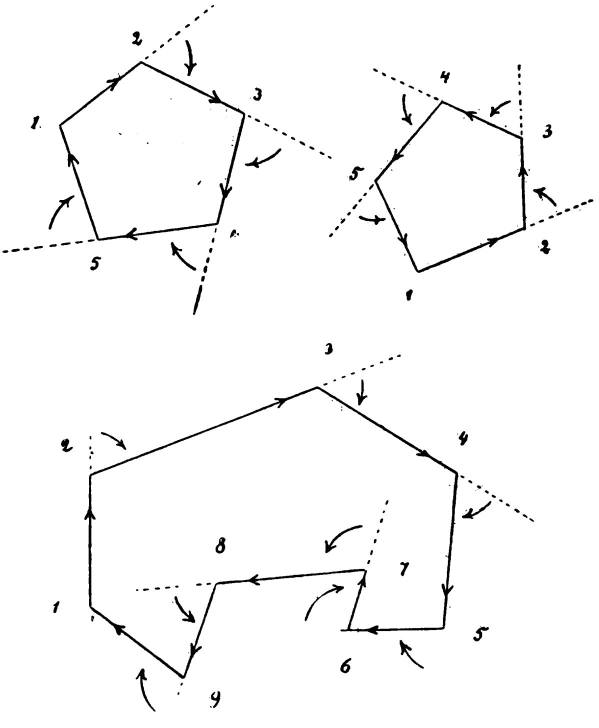
должить одну изъ сторонъ въ обоихъ направленіяхъ; пересѣкутъ ли эти продолженія контуръ многоугольника, какъ бы далеко мы сторону ни продолжали? | Многоугольникъ весь цѣликомъ будетъ лежать по одну сторону каждой изъ продолженныхъ сторонъ. | Есть ли во второмъ многоугольникѣ такія стороны, что если ихъ продолжить въ извѣстномъ направленіи, то многоугольникъ раздѣлится на двѣ части?

Замѣтьте: многоугольникъ, въ которомъ каждый уголъ меньше суммы двухъ прямыхъ угловъ, а контуръ себя не пересѣкаетъ, называется выпуклымъ многоугольникомъ; если многоугольникъ съ не пересѣкающимъ себя контуромъ не принадлежитъ къ числу выпуклыхъ, то въ немъ есть, по крайней мѣрѣ, двѣ такія стороны, приличныя продолженія которыхъ раздѣляютъ многоугольникъ на части.

452. Изъ куска гибкой (напр., мѣдной) проволоки изготовьте модель контура выпуклаго многоугольника, а изъ другого куска—модель контура многоугольника невыпуклаго, обращая при этомъ вниманіе на то, въ какихъ направленіяхъ вы сгибали проволоку: „отъ себя“ или „на себя“. | Разобраться въ томъ, что изображено на чертежахъ этого нумера.

453. Начертить выпуклый многоугольникъ и въ плоскости его провести прямую, раздѣляющую его на двѣ части. | Во сколькихъ точкахъ эта прямая пересѣкаетъ контуръ многоугольника? | Можно ли провести такую прямую линію, которая пересѣкла бы контуръ выпуклаго многоугольника въ трехъ точкахъ? | Начертите невыпуклый многоугольникъ; возможно ли провести такую прямую въ плоскости этого многоугольника, чтобы она пересѣкла многоугольникъ болѣе, чѣмъ въ двухъ точкахъ? | Проведите такую прямую линію, которая пересѣкала бы контуръ невыпуклаго многоугольника только въ двухъ точкахъ, какъ бы далеко ни продолжать эту прямую линію. | Проведите другую прямую линію, которая пересѣкала бы контуръ невыпуклаго многоугольника болѣе, чѣмъ въ двухъ точкахъ.

Замѣтьте: если данный многоугольникъ выпуклый, то прямая линія можетъ пересѣкать его контуръ не болѣе, чѣмъ въ двухъ точкахъ.



Къ № 452.

455. Начертить какой-нибудь треугольникъ, продолжить одну изъ его сторонъ, изъ вершины полученнаго внѣшняго угла провести внутрь угла прямую, параллельную третьей сторонѣ, перенумеровать всѣ 5 угловъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, суммѣ какихъ двухъ внутреннихъ угловъ треугольника равенъ внѣшній его уголъ. | Сдѣлать еще нѣсколько такихъ чертежей и выводъ. | Разобраться въ томъ, чему равна сумма всѣхъ трехъ угловъ треугольника. | Начертить еще одинъ треугольникъ, продолжить каждую сторону въ одномъ только направленіи, перенумеровать внутренніе углы треугольника арабскими цифрами 1, 2, 3, а соотвѣтственные внѣшніе—римскими I, II и III, притомъ такъ, чтобы цифра I стояла внутри внѣшняго угла, смежнаго съ внутреннимъ угломъ, обозначеннымъ цифрою 1, римская цифра II—внутри внѣшняго угла, смежнаго съ внутреннимъ, внутри котораго цифра 2, а цифрою III — третій внѣшній уголъ; отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равна сумма

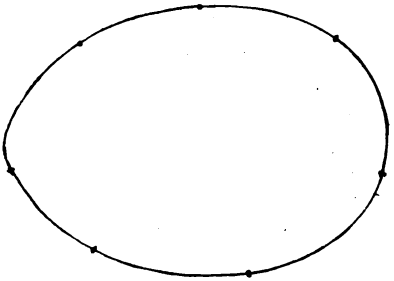
$$\angle \mathrm{I}+\angle 1,$$
$$\angle \mathrm{II}+\angle 2,$$
$$\angle \mathrm{III}+\angle 3,$$
$$(\angle \mathrm{I}+\angle \mathrm{II}+\angle \mathrm{III})+(\angle 1+\angle 2+\angle 3),$$
$$\angle 1+\angle 2+\angle 3$$

и

$$\angle \mathrm{I}+\angle \mathrm{II}+\angle \mathrm{III}.$$

Замѣтьте: сумма трехъ внѣшнихъ угловъ треугольника, у которыхъ нѣтъ общихъ вершинъ, равна суммѣ четырехъ прямыхъ угловъ, т.-е. содержитъ 360°.

457. Начертить выпуклый многоугольникъ, перенумеровать его вершины цифрами 1, 2, 3 и т. д., переходя отъ первой вершины ко второй, отъ второй—къ третьей, и т. д. въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки; соединить первую вершину со всѣми остальными (за исключеніемъ второй и послѣдней) діагоналями и отдать себѣ отчетъ въ томъ, сколько получилось треугольниковъ: столько же или не столько же, сколько сторонъ у многоугольника? | Чтобы начертить выпуклый многоугольникъ съ значительнымъ числомъ сторонъ, нарисуйте отъ руки замкнутую яйцевидную линію, назначьте на ней столько точекъ, сколько угловъ должно быть у многоугольника, и, держась направленія, обратнаго направленію движенія часовой стрѣлки, соедините первую точку со второй, вторую съ третьей, и т. д. до послѣдней включительно, которую соедините съ первой точкой, а затѣмъ нарисованную вами кривую линію сотрите резинкой. | Начертите нѣсколько выпуклыхъ многоугольниковъ съ различнымъ числомъ вершинъ; въ каждомъ изъ нихъ проведите изъ одной точки всѣ діагонали, которыя возможны, сосчитайте, сколько у многоугольника вершинъ (или сторонъ), и сколько получилось треугольниковъ въ каждомъ многоугольникѣ, и запишите результаты такъ:



Къ № 457.

Сторонъ	Треугольниковъ

(вмѣсто многоточій поставьте соотвѣтствующія числа).

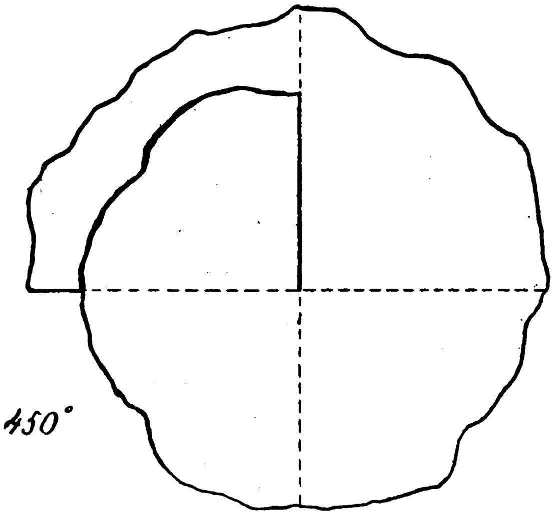
Замѣтьте: если изъ одной вершины выпуклаго многоугольника провести всѣ діагонали, то треугольниковъ при этомъ получится на двѣ штуки меньше, чѣмъ сколько сторонъ (или угловъ) у этого многоугольника.

457а. Изготовить изъ бумаги пять моделей прямого угла; перенумеровать ихъ цифрами I, II, III, IV и V; перенумеровать стороны каждаго угла цифрами: 1 и 2, притомъ такъ, чтобы, идя отъ цифры 1 къ цифрѣ 2, уголъ имѣлъ направленіе, обратное движенію часовой стрѣлки; затѣмъ положить на столъ уголъ I, ко второй сторонѣ (вертикальной) этого прямого угла приложить первую сторону второго прямого угла съ тѣмъ, чтобы направленіе обоихъ угловъ было обратнымъ направленію движенія часовой стрѣлки; ко второй сторонѣ второго угла приложить первую сторону третьяго угла, прибавляя уголъ въ томъ же направленіи, и т. д. | Получится, что пятый счетомъ уголъ совмѣстится съ первымъ. | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ можно понимать фигуру, изображенную на чертежѣ этого нумера и записанное слѣва число: 450°. | Изготовить изъ бумаги модель этого чертежа, приклеивъ къ модели суммы четырехъ прямыхъ угловъ модель прямого угла, модель двухъ прямыхъ угловъ, модель трехъ прямыхъ угловъ и т. д.

457б. Вырѣзать изъ бумаги модель треугольника (см. № 436а); оторвать уголки этой модели и найти ихъ сумму.' | Вырѣзать изъ бумаги модель выпуклаго четыреугольника, оторвать ея уголки и найти ихъ сумму. | Вырѣзать модель выпуклаго пятиугольника, оторвать ея уголки и найти ихъ сумму, соблюдая при этомъ слѣдующія правила: а) направленіе угла считать обратнымъ направленію движенія часовыхъ стрѣлокъ; б) къ первому углу прибавить второй, совмѣстивъ первую сторону второго угла со второй стороною перваго, первую сторону третьяго угла совмѣстить со второй стороною второго угла, и т. д.; т.-е. прибавлять уголъ къ углу въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки.

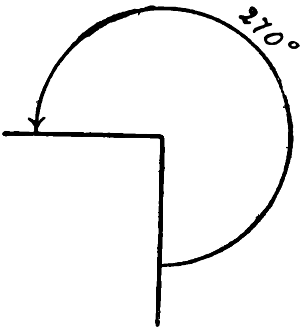
458. Начертить три какихъ-нибудь угла и узнать, могутъ ли они быть углами одного и того же треугольника. (Намекъ: чему равна сумма угловъ треугольника?) | Начертить три угла и узнать, могутъ ли они быть внѣшними углами одного и того же треугольника. (Намекъ: сумма внѣшнихъ угловъ треугольника).

460. Начертить выпуклый пятиугольникъ, изъ одной и той же вершины провести всѣ его діагонали



Къ № 457а.

и вычислить сумму его угловъ. | Что это значчтъ: „сумма угловъ выпуклаго пятиугольника равна суммѣ шести прямыхъ угловъ“? | Отъ сложенія одного прямого угла съ другимъ получается „уголъ“, котораго обѣ стороны имѣютъ направленія прямо-противоположныя; отъ прибавленія еще одного прямого получаемъ „уголъ“, начерченный рядышкомъ отъ прибавленія еще одного получимъ „уголъ“, начерченный на стр. 261 отъ прибавленія еще одного прямого угла получимъ уголъ, котораго одна часть (пятый прямой уголъ) совмѣстилась съ одною, уже имѣющеюся налицо, частью (съ первымъ прямымъ угломъ); наконецъ, прибавивъ еще одинъ прямой уголъ, получимъ „уголъ“, котораго еще одна



Къ № 460.

часть (шестой прямой уголъ) совмѣстилась еще съ одною, уже имѣющеюся налицо, частью (а именно, со вторымъ прямымъ угломъ).

Замѣтьте: если сумма нѣсколькихъ угловъ больше суммы четырехъ прямыхъ угловъ, то она лучше всего выражается въ градусахъ, и въ этомъ смыслѣ можно сказать, что сумма угловъ пятиугольника равна

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ.$$

460а. Начертить выпуклый шестиугольникъ и вычислить сумму его угловъ. | Вычислить сумму угловъ выпуклаго семиугольника, сумму угловъ выпуклаго восьмиугольника и выпуклаго десятиугольника.

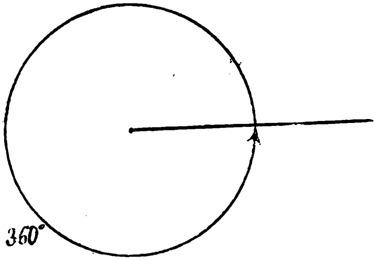
Замѣтьте: сумма угловъ всякаго выпуклаго многоугольника, сколько бы у него ни было угловъ (или сторонъ, что—одно и то же), равна 180°, помноженнымъ на число, которое меньше числа сторонъ этого многоугольника на двѣ единицы. | Если буква n обозначаетъ число сторонъ (или угловъ) многоугольника, то сумма его угловъ равна

$$180^\circ \times (n - 2),$$

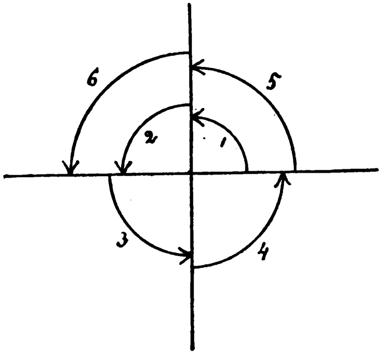
гдѣ знакъ вычитанія и скобки ( ) обозначаютъ, что сначала изъ числа сторонъ надо вычесть двѣ единицы, а знакъ умноженія — что 180° надо помножить на полученную разность.

460б. Начертить какихъ-нибудь пять отдѣльныхъ угловъ, съ помощью транспортира узнать число градусовъ въ каждомъ, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, могутъ ли эти углы быть углами одного и того же пятиугольника.

463. Начертить два четыреугольника съ не пересѣкающимъ себя контуромъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, чему равна сумма угловъ въ каждомъ изъ нихъ. | Сдѣлайте то же съ шестиугольниками, у которыхъ контуръ себя не пересѣкаетъ. | То же сдѣлать съ семиугольниками. | Обратите вниманіе на то, зави-



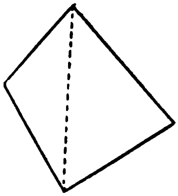
Къ № 460.

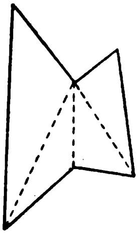


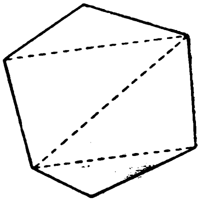
Къ № 460.

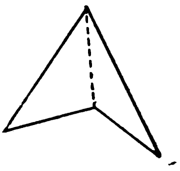
ситъ ли сумма угловъ многоугольника съ не пересѣкающимъ себя контуромъ отъ его формы.

Замѣтьте: какую бы форму ни имѣлъ многоугольникъ съ непересѣкающимъ себя контуромъ, его всегда можно разбить діагоналями на такіе треугольники, чтобы сумма всѣхъ угловъ этихъ треугольниковъ равнялась суммѣ угловъ многоугольника, но не всегда можно изъ одной и той же вершины провести всѣ нужныя для этого діагонали.

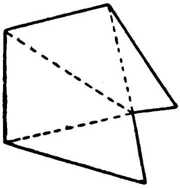




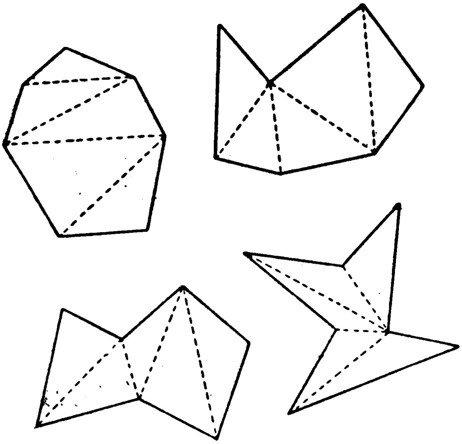




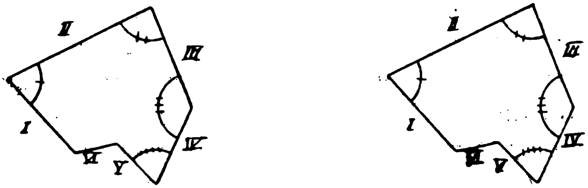
Къ № 463.



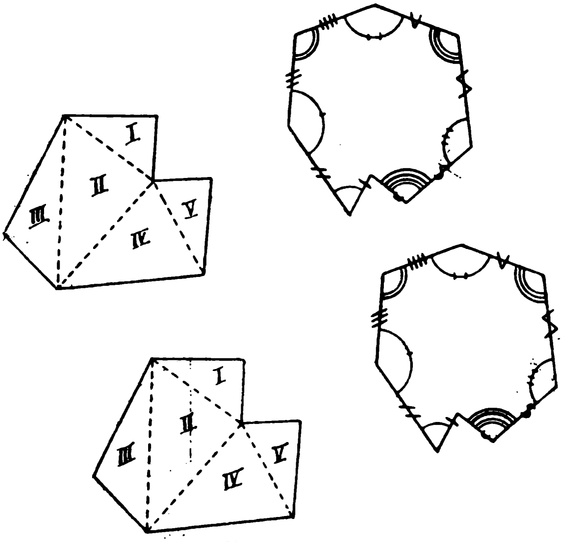
Къ № 463.



Къ № 463.



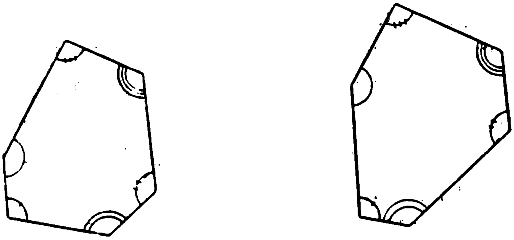
Къ № 464.



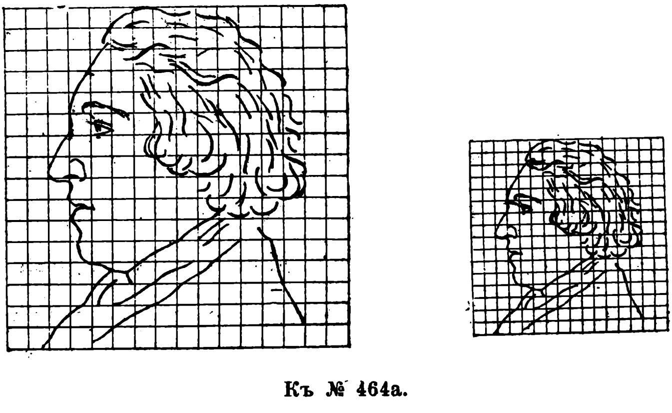
Къ № 464.

464. Начертить какой-нибудь многоугольникъ и равный ему двумя способами: а) разложивъ первый изъ нихъ діагоналями на треугольники и б) не прибѣгая къ этимъ треугольникамъ.

464а. Начертить многоугольникъ и еще одинъ, меньшихъ размѣровъ, но ему подобный. | Достаточно ли для этого, чтобы углы одного были порознь равны



Къ № 464а.



Къ № 464а.

угламъ другого, или не достаточно? | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, подобны ли многоугольники, начерченные выше, въ которыхъ одинаковые углы отмѣчены одинаковыми значками. | Выполните сами чертежъ въ родѣ приведеннаго выше, соблюдая только одно условіе, а именно то, чтобы стороны одного изъ нихъ были параллельны сторонамъ другого.

Всмотритесь въ профили, нарисованные съ одного и того же рисунка на бумагѣ, разграфленной квадратами, и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, что не только „углы“, образованные прямыми элементами этихъ профилей, равны между собою, но и линейные элементы удовлетворяютъ нѣкоторому требованію: „носъ“ на большемъ рисункѣ въ столько же разъ длиннѣе „носа“ на меньшемъ рисункѣ, въ сколько разъ „лобъ“ на первомъ рисункѣ шире и длиннѣе „лба“ на второмъ, и т. д.; изображенія не только „параллельны“ другъ другу.

464б. Начертите какой-нибудь многоугольникъ, перенумеруйте его углы, держась направленія, обратнаго направленію движенія часовой стрѣлки, цифрами I, II, III, и т. д., а стороны, заключенныя между вершинами угловъ:

I и II цифрою 1,
II „ III „ 2,
III IV „ 3,

и т. д. | Начертите послѣ этого еще одинъ многоугольникъ, въ которомъ первый уголъ былъ бы равенъ углу I, второй уголъ—углу II, и т. д., и чтобы притомъ первая сторона второго многоугольника составляла $\frac{3}{4}$ первой стороны перваго многоугольника, вторая сторона — $\frac{3}{4}$ второй стороны, и т. д. до предпослѣдней стороны включительно; послѣднюю же сторону второго многоугольника проведите слѣдующимъ образомъ: соедините конецъ предпослѣдней стороны съ концомъ первой стороны. | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, подобны ли эти многоугольники, т.-е. совершенно ли они похожи одинъ на другой по своей формѣ.

Замѣтьте: если въ двухъ многоугольникахъ углы, взятые порознь въ одномъ и томъ же порядкѣ, порознь равны между собою, и если при этомъ стороны одного, взятыя въ томъ же порядкѣ, начиная съ первой стороны перваго угла, пропорціональны сторонамъ другого многоугольника, взятымъ въ томъ же порядкѣ, то о такихъ многоугольникахъ говорятъ, что они другъ другу подобны; совмѣстимые многоугольники, понятно, тоже подобны другъ другу. Отношеніе любой стороны многоугольника къ сходственной сторонѣ другого, подобнаго ему многоугольника называется отношеніемъ подобія этихъ подобныхъ многоугольниковъ.

464в. Начертите два подобныхъ многоугольника $ABCDEF$ и $abcdef$, въ которыхъ

$$\begin{array}{l|l} \angle A = \angle a & \angle D = \angle d \;^{*)} \\ \angle B = \angle b & \angle E = \angle e \\ \angle C = \angle c & \angle F = \angle f \end{array}$$

и, сверхъ того,

$$AB:ab = BC:bc = CD:cd = DE:de = EF:ef$$

а отношеніе подобія второго къ первому равно 2,7.

464г. Построить два подобныхъ многоугольника въ родѣ только-что начерченныхъ вами, но пользуясь при этомъ треугольниками, т.-е. постепенно, одинъ за другимъ, строя составляющіе ихъ треугольникъ, съ тѣмъ, чтобы коэффиціентъ пропорціональности былъ равенъ $\frac{7}{5}$·

Замѣтьте: если два многоугольника построены такъ, что каждый изъ нихъ можно разложить на порознь подобные и подобнымъ образомъ расположенные треугольники, то эти многоугольники подобны, и обратно: если два многоугольника подобны, то ихъ можно разложить на треугольники, порознь подобные и подобнымъ образомъ расположенные.

464д. Начертить два круга, въ которыхъ радіусъ одного болѣе радіуса другого; раздѣлить окружность каждаго на 6 одинаковыхъ частей, перенумеровать точки дѣленія въ порядкѣ, обратномъ направленію движенія*

---

*) Не непремѣнно прямому углу!

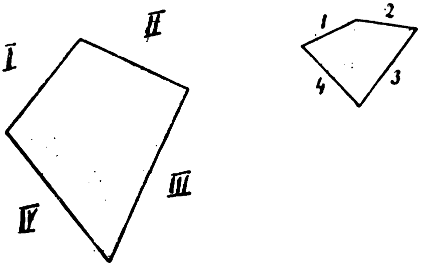
часовой стрѣлки, цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 и соединить послѣдовательно первую точку со второй, вторую съ третьей и т. д. до пятой включительно, которую соединить съ шестой, а шестую соединить съ первой.

Замѣтьте: если всѣ вершины многоугольника лежатъ на окружности круга, то этотъ многоугольникъ называется вписаннымъ въ кругъ. | Если въ многоугольникѣ всѣ углы равны между собою, и всѣ стороны между собою также равны, то многоугольникъ называется правильнымъ. | О равностороннихъ треугольникахъ можно говорить, что всѣ они правильные. | Всѣ правильные многоугольники, у которыхъ одно и то же число сторонъ, подобны.

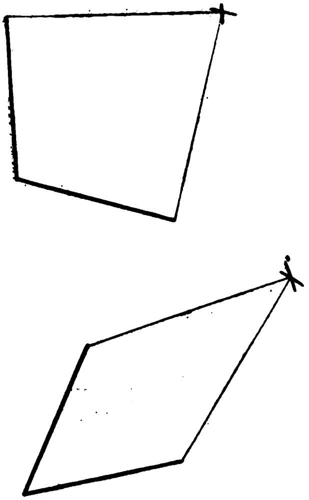
464е. Начертить кругъ, раздѣлить его окружность на 6 одинаковыхъ частей, провести прямыя, касательныя къ кругу чрезъ точки дѣленія, притомъ такъ, чтобы касательная, проведенная черезъ первую точку, пересѣкала только двѣ касательныя, проведенныя черезъ шестую и вторую точки, а касательная, проведенная черезъ вторую точку, пересѣкала только двѣ касательныя, проведенныя черезъ третью и первую точки, и т. д.

Замѣтьте: если каждая сторона многоугольника касается окружности, то этотъ многоугольникъ называется описаннымъ около круга. | Если стороны описаннаго многоугольника соприкасаются съ окружностью круга въ точкахъ, дѣлящихъ окружность на одинаковыя части, то этотъ описанный многоугольникъ—правильный. | Если данный многоугольникъ вписанъ въ кругъ, то объ окружности этого круга можно говорить, что она описана около многоугольника; если же данный многоугольникъ описанъ около круга, то объ окружности этого круга можно говорить, что она вписана въ многоугольникъ.

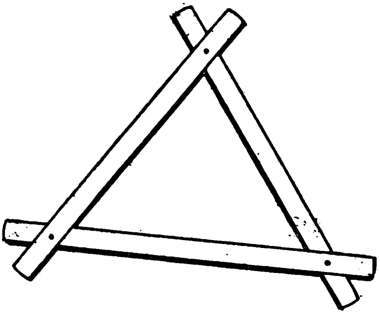
464ж. Начертить два треугольника, въ которыхъ всѣ стороны одного порознь равны сторонамъ другого. | Начертить два несовмѣстимыхъ четыреуголь-

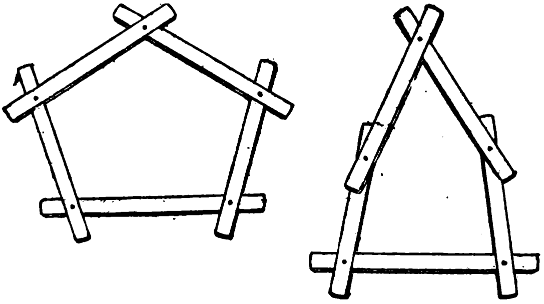


Къ 464ж.



Къ № 464ж.





Къ № 464ж.

ника, въ которыхъ стороны одного порознь равны сторонамъ другого. | Начертить два четыреугольника разной формы, въ которыхъ стороны одного пропорціональны сторонамъ другого. | Изготовьте модели треугольника и многоугольника изъ лентъ картона, вершины проколите и снабдите кнопками, не прикрѣпляя моделей къ столу, и обратите вниманіе на то, что треугольникъ не можетъ при заданныхъ сторонахъ измѣнить своей формы, а многоугольникъ можетъ сохранить тѣ же стороны, не сохранивъ своей формы.

464з. Начертить два подобныхъ треугольника ABC и abc, взять внутри перваго какую ни попало точку O и найти такую точку o во второмъ треугольникѣ, чтобы можно было утверждать, что

$$AO:ao=BO:bo=AB:ab.$$

Замѣтьте: если треугольника ABC и abc подобны, если $\angle A=\angle a$, $\angle B=\angle b$ и $\angle C=c$ и если точка O въ плоскости перваго треугольника и точка o въ плоскости второго обладаютъ тѣмъ свойствомъ, что

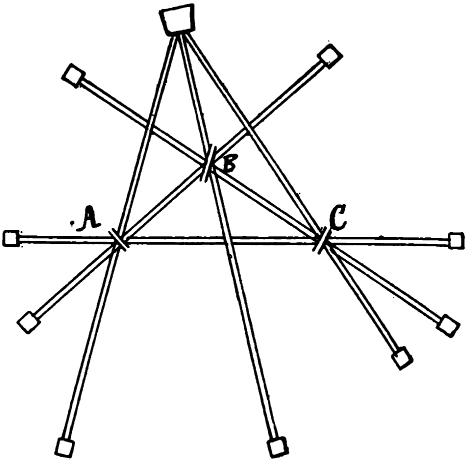
$$AO:ao=BO:bo=CO:co,$$

то точки O и o называются сходственными точками этихъ двухъ подобныхъ треугольниковъ.

464и. Начертить два подобныхъ треугольника ABC и abc, взять внѣ перваго какую ни попало точку O и найти сходственную съ ней точку въ плоскости треугольника abc. | Начертить два подобныхъ треугольника ABC и abc; взять внутри перваго двѣ какія ни попало точки, соединить ихъ прямою линіей и начертить внутри треугольника abc прямую, сходственную съ прямою, проведенною въ треугольникѣ ABC. | Начертить какой-нибудь многоугольникъ, взять внутри его точку, эту точку принять за центръ и нѣкоторымъ радіусомъ описать нѣкоторую дугу, которая цѣликомъ лежала бы внутри многоугольника; затѣмъ построить фигуру, подобную начерченной, притомъ такую, чтобы отношеніе подобія второго многоугольника къ первому было равно 3-мъ.

465. Провести три параллельныя прямыя AB, CD и EF такъ, чтобы средняя CD не была осью симметріи остальныхъ двухъ; на прямой AB взять двѣ точки M и N, изъ нихъ провести двѣ взаимно-параллельныя прямыя до пересѣченія ихъ съ прямою CD въ точкахъ P и Q; изъ этихъ двухъ послѣднихъ точекъ провести двѣ взаимно-параллельныя прямыя PR и QS въ другомъ направленіи до пересѣченія этихъ прямыхъ съ прямою EF въ точкахъ R и S; соединить прямыми точку M съ точкой R, а точку Q—съ точкой S и отдать себѣ отчетъ въ томъ: 1) какіе получились треугольники, и 2) совмѣстимы ли такіе треугольники, если взаимно-параллельныя прямыя AB, CD и EF находятся не въ одной и той плоскости.

465а. Изъ точки S на плоскости провести пунктиромъ три луча SA, SB и SC такъ, чтобы лучъ SB дѣлилъ уголъ CSA на какія нибудь двѣ части и чтобы этотъ уголъ CSA былъ меньше суммы двухъ прямыхъ угловъ; на лучѣ SA взять точки M и M', на лучѣ SB — точки N и N', на SC—точки P и P' такъ, чтобы точки M, N и P не лежали на одной прямой и точки M', N' и P' тоже не лежали на одной прямой; соединить прямыми точки: M — съ P, P — съ N и N —съ M, далѣе соединить прямыми точки M', N' и P'. | Три вязальныя спицы вставить въ пробку такъ, чтобы онѣ лежали въ одной плоскости, и чтобы продолженія ихъ пересѣкались внутри пробки по возможности въ одной точкѣ; взять еще три спицы, какъ показано на рисункѣ, относящемся къ этому нумеру, одну изъ нихъ привязать крѣпкой ниткой или мягкой проволокой къ спицѣ I-й въ точкѣ A, а къ спицѣ II-й — въ точкѣ B; вторую изъ свободныхъ спицъ продѣть черезъ кольцо



Къ № 465а.

A и привязать къ спицѣ III-й—въ точкѣ *C*, а третью—продѣть черезъ кольца *B* и *C*; не сближая спицъ I-й, II-й и III-й, передвинуть кольца *A*, *B* и *C* по спицамъ I-й, II-й и III-й, образовать модель другого треугольника *ABC*, затѣмъ, еще разъ передвинувъ кольца *A*, *B* и *C* въ другія точки спицъ I-й, II-й и III-й, уяснить себѣ, что вершины модели треугольника *ABC* все время находятся на несдвигающихся спицахъ I-й, II-й и III-й. | Чтобы треугольникъ *ABC* не соскочилъ со спицъ, концы спицъ слѣдуетъ снабдить пробками.

Замѣтьте: если изъ точки въ плоскости или въ пространствѣ провести три различныхъ луча, и если построить два треугольника, вершины которыхъ лежатъ на этихъ лучахъ, то о такихъ треугольникахъ иногда говорятъ, что они расположены гомологично, и ихъ называютъ гомологическими треугольниками; точка, изъ которой проведены эти лучи, называется центромъ гомологіи двухъ гомологичныхъ треугольниковъ; каждую пару такихъ сторонъ двухъ гомологичныхъ треугольниковъ, концы которыхъ лежатъ на одномъ и томъ же лучѣ, называютъ также соотвѣтственными сторонами этихъ двухъ гомологичныхъ треугольниковъ.

4656. Провести въ плоскости пунктиромъ три луча изъ одной и той же точки ея; построить два гомологическихъ треугольника, въ которыхъ соотвѣтственныя стороны не параллельны одна другой; продолжить соотвѣтственныя стороны до взаимнаго ихъ пересѣченія и обратить вниманіе на то, какъ лежатъ эти точки пересѣченія. | Выполнить этотъ чертежъ нѣсколько разъ. | Изъ точки въ плоскости провести три луча, продолжить ихъ пунктиромъ въ прямо противоположныхъ направленіяхъ; на первоначальныхъ лучахъ взять по точкѣ, соединить эти точки прямыми и построить такой гомологическій треугольникъ съ вершинами на продолженіяхъ этихъ лучей, чтобы никакія соотвѣтственныя стороны этихъ треугольниковъ не были взаимно-параллельны; продолжить соотвѣтственныя стороны въ такихъ направленіяхъ, чтобы каждая пара соотвѣтственныхъ сторонъ дала точку ихъ взаимнаго пересѣченія, и обратить вниманіе на то, какъ лежатъ точки пересѣченія этихъ продолженій. | Начертить такихъ два гомологическихъ треугольника, чтобы одна сторона одного изъ нихъ пересѣкала соотвѣтствующую сторону другого, и чтобы никакая пара соотвѣтственныхъ сторонъ не представляла собою пары параллельныхъ прямыхъ; приличнымъ образомъ продолжить каждую пару соотвѣтственныхъ сторонъ до взаимнаго ихъ пересѣченія и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ лежатъ эти точки пересѣченія.

Замѣтьте: если продолженія соотвѣтственныхъ сторонъ двухъ гомологическихъ треугольниковъ имѣютъ свою точку пересѣченія, то три точки пересѣченія соотвѣтственныхъ сторонъ лежатъ на одной и той же прямой линіи; прямая линія, на которой лежатъ точки пересѣченія соотвѣтственныхъ сторонъ двухъ гомологическихъ треугольниковъ, называется ихъ осью гомологіи. | Если одна пара соотвѣтственныхъ сторонъ двухъ гомологическихъ треугольниковъ представляетъ собою пару параллельныхъ прямыхъ, то въ этомъ случаѣ нельзя говорить объ оси гомологіи въ томъ смыслѣ, какъ говорятъ о ней въ остальныхъ случаяхъ; не говорятъ объ оси гомологіи въ вышеустановленномъ смыслѣ этихъ и тогда, когда двѣ соотвѣтственныя стороны двухъ гомологическихъ треугольниковъ взаимно-параллельны, и какія-нибудь другія двѣ соотвѣтственныя стороны тоже взаимно-параллельны; въ этихъ случаяхъ соотвѣтственныя стороны не пересѣкаются.

465в. Начертить три луча, выходящіе изъ одной и той же точки, построить два гомологическихъ треугольника, въ которыхъ двѣ стороны одного порознь параллельны двумъ соотвѣтственнымъ сторонамъ другого, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, параллельны ли другъ другу и остальныя двѣ гомологичныя стороны этихъ треугольниковъ.

Замѣтьте: если въ двухъ гомологичныхъ треугольникахъ двѣ пары соотвѣтственныхъ сторонъ порознь взаимно-параллельны, то и остальная пара соотвѣтственныхъ сторонъ этихъ треугольниковъ представляетъ собою тоже пару взаимно-параллельныхъ прямыхъ. | Если соотвѣтственныя стороны двухъ гомологичныхъ треугольниковъ порознь взаимно-параллельны, то такіе треугольники называются также гомотетичными треугольниками.

465г. Изъ точки, взятой въ плоскости, провести три луча въ разныхъ направленіяхъ, взять на этихъ лучахъ три точки, не лежащія на одной прямой, соединить эти точки прямыми линіями и построить другой треугольникъ, гомотетичный съ первымъ, котораго вершины лежали бы на тѣхъ же лучахъ. | Выполнить нѣсколько чертежей того же рода и отдать себѣ отчетъ въ томъ, подобны ли гомотетичные треугольники, или нѣтъ. | Изъ точки въ плоскости провести три различныхъ луча; продолжить ихъ пунктиромъ въ прямо противоположныхъ направленіяхъ; начертить треугольникъ, вершины котораго лежали бы на сторонахъ первоначально проведенныхъ лучей, а на продолженіяхъ этихъ лучей — другой треугольникъ, гомотетичный по отношенію къ первому.

Замѣтьте: если два треугольника гомотетичны, то они подобны одинъ другому; центръ ихъ гомологіи (они въ то же время гомологичны) иногда называется также центромъ подобія этихъ треугольниковъ; разстоянія каждой пары соотвѣтственныхъ вершинъ до центра подобія двухъ гомотетичныхъ треугольниковъ пропорціональны.

465д. Взять точку S, провести три луча SX, SY и SZ; на первомъ лучѣ взять точку A, на второмъ — точку B, на третьемъ—такую точку C, чтобы эти три точки не лежали на одной прямой; соединить точки A, B и C прямыми; начертить треугольникъ $A'B'C'$, гомотетичный съ треугольникомъ ABC, притомъ такъ, чтобы точки A и A' лежали на одномъ лучѣ, точки B и B' — на другомъ, а точки C и C' — на третьемъ; записать: а) что треугольники ABC и $A'B'C'$ подобны; б) какая точка—центръ ихъ подобія; в) какія пропорціи можно составить изъ отрѣзковъ SA, SA', SB, SB', SC и SC'. | Такую же задачу разрѣшить относительно двухъ гомотетичныхъ треугольниковъ, въ которыхъ вершины одного лежатъ на первоначально взятыхъ лучахъ, а вершины другого—на продолженіяхъ этихъ лучей, проведенныхъ въ прямо противоположныхъ направленіяхъ. | Обратить вниманіе на то, каковы направленія сторонъ AB и $A'B'$, BC и $B'C'$, CD и $C'D'$.

Замѣтьте: если соотвѣтственныя вершины двухъ гомотетичныхъ треугольниковъ лежатъ по одну сторону центра подобія, то подобіе этихъ треугольниковъ называется прямымъ; если соотвѣтственныя вершины двухъ гомотетичныхъ треугольниковъ лежатъ по разныя стороны центра ихъ подобія, то подобіе этихъ треугольниковъ называется обратнымъ.

465г. Начертить два подобныхъ (но не равныхъ между собою) треугольника ABC и $A'B'C'$, въ которыхъ стороны

$$AB \parallel A'B',\ AC \parallel A'C' \text{ и } BC \parallel B'C',$$

при чемъ взаимно-параллельныя стороны имѣютъ одно и то же направленіе; соединить вершины соотвѣтственныхъ угловъ прямыми AA', BB' и CC' и приличнымъ образомъ продолжить ихъ до взаимнаго пересѣченія. | Построить два подобныхъ треугольника ABC и $A'B'C'$, въ которыхъ стороны

$$AB \parallel A'B', AC \parallel A'C' \text{ и } BC \parallel B'C',$$

при чемъ взаимно-параллельныя стороны имѣютъ направленія взаимно противоположныя; соединить вершины соотвѣтственныхъ угловъ прямыми AA', BB' и CC'.

Замѣтьте: если стороны одного треугольника порознь параллельны сторонамъ другого, то эти два треугольника не только подобны, но и гомотетичны, и центръ ихъ подобія совпадаетъ съ точкою пересѣченія прямой, соединяющей вершины двухъ соотвѣтственныхъ ихъ угловъ, съ прямою, соединяющею вершины двухъ другихъ соотвѣтственныхъ ихъ угловъ.

465д. Начертить два равныхъ треугольника, въ которыхъ стороны одного порознь параллельны сторонамъ другого, и каждая пара взаимно-параллельныхъ сторонъ имѣетъ одно и то же направленіе, и соединить вершины соотвѣтственныхъ угловъ прямыми. | Сдѣлать то же самое въ двухъ равныхъ между собою треугольникахъ со взаимно-параллельными сторонами, имѣющими взаимно-противоположныя направленія.

Замѣтьте: если стороны треугольника порознь параллельны сторонамъ другого, ему равнаго, треугольника и если, при этомъ, стороны соотвѣтственныхъ угловъ имѣютъ одно и то же направленіе, то можно утверждать, что у этихъ треугольниковъ нѣтъ центра подобія; если же стороны одного треугольника порознь параллельны сторонамъ другого, ему равнаго, и если стороны соотвѣтственныхъ угловъ имѣютъ прямо противоположныя направленія, то эти два треугольника гомотетичны, и центръ ихъ подобія совпадаетъ съ точкою пересѣченія двухъ прямыхъ, изъ которыхъ одна соединяетъ двѣ соотвѣтственныя вершины этихъ треугольниковъ, а другая—двѣ другія соотвѣтственныя вершины этихъ треугольниковъ. | О двухъ равныхъ треугольникахъ, соотвѣтственныя вершины которыхъ лежатъ на трехъ взаимно-параллельныхъ прямыхъ и соотвѣтственныя стороны которыхъ имѣютъ одно и то же направленіе, тоже говорятъ, что они гомотетичны. Это понятно. Но иногда говорятъ, что у нихъ есть и центръ подобія и что этотъ центръ находится отъ треугольниковъ на безконечно-большомъ разстояніи; но это надо понимать такъ, что у нихъ нѣтъ центра подобія, хотя они и гомотетичны. | О двухъ взаимно-параллельныхъ прямыхъ, взятыхъ въ одномъ и томъ же или въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ, иногда говорятъ, что онѣ взаимно пересѣкаются въ нѣкоторой, безконечно отдаленной, точкѣ; но это — только другой способъ для выраженія того, что двѣ взаимно-параллельныя прямыя всегда находятся въ одной и той же плоскости и что онѣ никогда не пересѣкаются, какъ бы далеко ихъ ни продолжали. Благодаря такому способу выражаться, можно установить, что всякая пара прямыхъ линій, находящихся въ одной и той же плоскости, имѣетъ общую, притомъ только одну общую точку, и что не пересѣкаются только такія двѣ прямыя, которыя не могутъ лежать въ одной и той же плоскости.

465е. Начертить какой-нибудь треугольникъ и ему подобный, пользуясь свойствами гомотетичныхъ треугольниковъ, притомъ такой, чтобы отношеніе ихъ подобія было равно $\frac{2}{3}$. (Намекъ: изъ одной вершины провести прямую, на ней отложить какой-нибудь отрѣзокъ 5 разъ.)

465ж. Начертить три луча, выходящіе изъ одной точки и попарно образующіе углы, меньшіе, чѣмъ въ 180°, и взять на этихъ трехъ лучахъ три точки A, B и C, лежащія на одной прямой AC; взять на тѣхъ же лучахъ точки A', B' и C', тоже лежащія на одной и той же прямой, параллельной къ прямой AC, притомъ такъ, что точки A и A' лежатъ на одномъ лучѣ, точки B и B' — на другомъ, а точки C и C' — на третьемъ; почему прямы AC и $A'C'$ гомотетичны?

Замѣтьте: если двѣ прямыя гомотетичны, то онѣ параллельны одна другой, и обратно: всякія двѣ конечныя параллельныя прямыя гомотетичны.

465з. Начертить двѣ не одинаковой длины конечныя параллельныя прямыя, имѣющія одно и то же направленіе, и двѣ неодинаковыя конечныя прямыя, имѣющія прямо противоположныя направленія, и найти центры подобія каждой пары параллельныхъ.

467. Начертить двѣ взаимно-параллельныя прямыя, пересѣчь ихъ другими двумя взаимно-параллельными прямыми, отдать себѣ отчетъ въ сторонахъ четыреугольника, ими выдѣленнаго въ плоскости, и стереть всѣ продолженія его сторонъ. | Четыреугольникъ, въ которомъ двѣ стороны взаимно-параллельны, и остальныя двѣ тоже взаимно-параллельны, называется параллелограммомъ. | Какіе углы у начерченнаго параллелограмма? | Могутъ ли всѣ углы параллелограмма быть прямыми? | Начертите параллелограммъ, въ которомъ всѣ углы прямые. | Какъ называется такой параллелограммъ, въ которомъ всѣ углы прямые? | Онъ называется также просто прямоугольникомъ. | Какъ называть параллелограммъ, въ которомъ углы не прямые? | Онъ называется косоугольнымъ параллелограммомъ.

Построить параллелограммы, въ которыхъ:

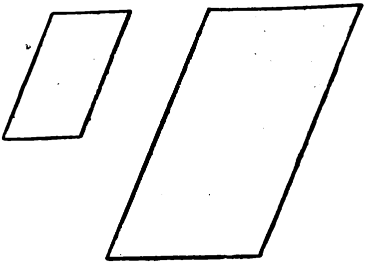
двѣ стороны	уголъ между ними
7 цм. и 5 цм.	45°
6 цм. и 8 цм.	30°
8 цм. и 6 цм.	60°
5 цм. и 5 цм.	22,5°
9 цм. и 3 цм.	60°.

Замѣтьте: если въ четыреугольникѣ двѣ стороны взаимно-параллельны, и другія двѣ стороны тоже взаимно-параллельны, то такой четыреугольникъ называется параллелограммомъ. | Параллелограммъ, въ которомъ одинъ уголъ—прямой, т.-е. всѣ углы прямые, называется прямоугольнымъ параллелограммомъ или, короче, прямоугольникомъ. | Въ параллелограммѣ стороны, противолежащія одна другой, равны между собою.

469. Могутъ ли всѣ стороны параллелограмма быть равны между собою? | Начертите какой-нибудь косоугольный параллелограммъ, въ которомъ всѣ стороны равны между собою. | Начертите такой параллелограммъ, въ которомъ каждая сторона равна 1 дециметру, а одинъ изъ угловъ равенъ 30°. | Начертите такой параллелограммъ, въ которомъ каждая сторона равна 5 цм., а одинъ изъ угловъ равенъ 135°. | Начертите параллелограммъ, который былъ бы подобенъ требуемому въ предыдущей задачѣ, а отношеніе подобія перваго параллелограмма ко второму было бы равно 1,5. | Начертите прямоугольный параллелограммъ, въ которомъ всѣ четыре стороны были бы равны между собою. | Начертить прямоугольникъ, въ которомъ длина каждой стороны равнялась бы 10 дцм.

Замѣтьте: если въ параллелограммѣ двѣ стороны, выходящія изъ одной вершины всѣ четыре стороны, равны между собою, то такой параллелограммъ называется ромбомъ. | Если въ ромбѣ всѣ углы между собою равны, т.-е. одинъ изъ угловъ прямой, то всѣ углы прямые, и ромбъ называется квадратомъ.

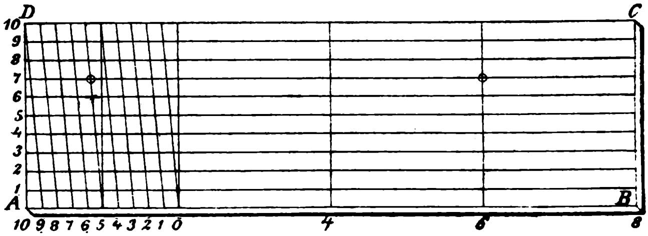
469a. Начертить такой прямоугольный четыреугольникъ, въ которомъ стороны равны 3 дцм. и 2 дцм., и другой такой прямоугольникъ, въ которомъ стороны порознь въ два раза больше сторонъ перваго. | Подобны ли эти два прямоугольника? | Съ помощью транспортира и циркуля начертить два параллелограмма, порознь равные тѣмъ, которые даны на чер-



Къ № 469а.

тежѣ этого нумера, и опредѣлить съ помощью циркуля, подобны ли эти параллелограммы. | Начертите какой-нибудь прямоугольный параллелограммъ и такой ему подобный, въ которомъ сторона была бы въ $1^1/_2$ раза меньше соотвѣтственной стороны перваго прямоугольнаго параллелограмма.

471. Очинить карандашъ особенно тщательно и перечертить масштабъ *ABCD*, справляясь со своимъ масштабомъ. | Этотъ чертежъ требуетъ совершенно исключительной точности. | На сколько одинаковыхъ частей раздѣленъ каждый изъ первыхъ двухъ центиметровъ, считая отъ точки *A* вправо? | Сколько миллиметровъ должно быть въ каждой изъ этихъ частей? | Какую часть двухъ миллиметровъ составляетъ каждая изъ конечныхъ горизонтальныхъ параллельныхъ прямыхъ въ треугольникѣ *AD*9? | Разобраться въ томъ, какъ велико разстояніе между двумя точками, которыя отмѣчены на четвертой, считая сверху, горизонтальной линіи, съ помощью двухъ кружечковъ.



Къ № 471.

472. Начертите прямоугольный параллелограммъ, въ которомъ всѣ стороны одинаковы. | Этотъ параллелограммъ — также ромбъ, притомъ прямоугольный. | Какъ эта фигура иначе называется? | Начертить нѣсколько квадратовъ равной величины. | Возможно ли начертить нѣсколько квадратовъ разной величины? | Возможно ли начертить нѣсколько квадратовъ разной формы? | Всѣ ли квадраты другъ другу подобны? | Всѣ ли ромбы другъ другу подобны? | Всѣ ли косоугольные параллелограммы другъ другу подобны?

472а. Начертить: а) такой косоугольный параллелограммъ, о которомъ нельзя было бы сказать, что онъ—ромбъ; б) такой прямоугольный параллелограммъ, о которомъ нельзя было бы сказать, что онъ—квадратъ; в) такой ромбъ, о которомъ нельзя было бы сказать, что онъ—квадратъ; наконецъ, г) квадратъ. | Проведите въ каждомъ изъ нихъ одну діагональ, разберитесь въ въ томъ, на какіе треугольники эта діагональ раздѣляетъ данный параллелограммъ, и запишите то, до чего вы добрались словами, по возможности не упуская изъ вида ни одного свойства этихъ треугольниковъ.

473. Начертите двѣ одинаковыя параллельныя прямыя, имѣющія одно и то же направленіе, соедините начало одной съ началомъ другой и конецъ первой—съ концомъ второй. | Какая получится фигура? | Начертите прямую линію, на ней возьмите двѣ точки, изъ этихъ точекъ возставьте къ этой прямой два перпендикуляра, имѣющіе одно и то же направленіе; отложите на этихъ перпендикулярахъ отъ ихъ основаній одинаковые отрѣзки и соедините концы этихъ отрѣзковъ прямою линіей. | Какая получится фигура?

474. Начертите нѣсколько квадратовъ различными способами, обозначьте вершины каждаго изъ нихъ буквами и запишите, какимъ образомъ вы начертили каждый квадратъ. | Начертили ли вы квадратъ съ помощью равносторонняго треугольника? | Если не начертили, то начертите. (Намекъ: въ равностороннемъ треугольникѣ каждый уголъ составляетъ часть прямого угла,—какую именно?)

476. Начертите двѣ параллельныя прямыя, возьмите на одной изъ нихъ двѣ точки и на другой—тоже двѣ точки, но такія, чтобы получился прямоугольникъ, если соединить одну точку первой прямой съ одной точкой второй, и вторую точку первой — со второю точкою второй. | Начертите параллелограммы разнаго рода (см. № 472) и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, какіе углы въ каждомъ изъ нихъ равны между собою, и какія стороны въ немъ между собою равны.

Замѣтьте: во всякомъ параллелограммѣ, какова бы ни была его форма и какова бы ни была величина его сторонъ, стороны, противолежащія одна другой, равны между собою, и углы, противолежащіе одинъ другому, между собою тоже равны.

478. Начертите неравносторонній косоугольный параллелограммъ, неравносторонній прямоугольникъ, какой - нибудь косоугольный ромбъ и какой - нибудь квадратъ; проведите въ каждомъ изъ этихъ параллелограммовъ по одной діагонали и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, на какіе треугольники раздѣлился каждый параллелограммъ. | Разсмотрите стороны и углы каждаго изъ этихъ параллелограммовъ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, почему діагональ всякаго параллелограмма раздѣляетъ его на два равныхъ треугольника.

479. Начертите какой - нибудь неравносторонній косоугольный параллелограммъ, проведите въ немъ одну изъ его діагоналей, раздѣлите ее пополамъ и разберитесь въ томъ, представляетъ ли собою этотъ параллелограммъ фигуру, симметричную относительно середины діагонали, или не представляетъ.

480. Сдѣлайте то же самое относительно прямоугольника, относительно ромба и относительно квадрата.

Замѣтьте: всякій параллелограммъ есть фигура симметричная относительно середины своей діагонали.

481. Начертите какой - нибудь параллелограммъ $ABCD$, проведите его діагональ AD, раздѣлите эту діагональ пополамъ въ точкѣ O и проведите отъ точки O два такихъ луча въ прямо-противоположныхъ направленіяхъ, чтобы одинъ пересѣкъ сторону AB въ точкѣ M, а сторону CD — въ точкѣ N; разберитесь въ томъ, равны ли между собою прямыя OM и ON или не равны, а если равны, то почему.

Замѣтьте: параллелограммы бываютъ косоугольные и прямоугольные; прямоугольные параллелограммы короче называются прямоугольниками; въ косоугольномъ параллелограммѣ могутъ быть равны между собою либо только стороны, противолежащія одна другой, либо всѣ четыре; въ послѣднемъ случаѣ косоугольный параллелограммъ называютъ также ромбомъ; въ прямоугольномъ параллелограммѣ могутъ быть равны между собою либо только стороны, противолежащія одна другой, либо всѣ четыре стороны; въ послѣднемъ случаѣ прямоугольникъ называютъ также квадратомъ; квадратъ можно тоже называть ромбомъ.

483. Начертить два одинаковыхъ косоугольныхъ ромба, въ одномъ провести діагональ, соединяющую вершины острыхъ угловъ, а въ другомъ — вершины угловъ тупыхъ; отдать себѣ отчетъ въ томъ, принадлежатъ ли полученные треугольники къ числу разностороннихъ, или къ числу равнобедренныхъ треугольниковъ, и не представляетъ ли собою каждая діагональ ромба и квадрата оси симметріи фигуры.

483а. Начертить разносторонній треугольникъ, принять его наибольшую сторону за ось симметріи и построить треугольникъ, симметричный къ первому, по отношенію къ этой оси; построить четыреугольникъ, равный данному, не прибѣгая къ оси симметріи.

Замѣтьте: если въ четыреугольникѣ двѣ стороны, образующія одинъ изъ его угловъ, равны между собою и остальныя двѣ стороны тоже равны между собою, но порознь не равны первымъ двумъ сторонамъ четыреугольника, то такой четыреугольникъ иногда называютъ ромбоидомъ.

484. Начертить какой-нибудь ромбоидъ $ABCD$, въ которомъ стороны

$$AB = AC,$$

а стороны

$$DB = DC;$$

провести въ немъ діагональ *BC* и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на какіе треугольники раздѣлился ромбоидъ.

486. Начертить косоугольный параллелограммъ *ABCD*, провести обѣ его діагонали *AC* и *BD*, обозначить ихъ точку пересѣченія буквой *O* и отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему треугольники *AOB* и *COD* равны между собою. | Равны ли между собою треугольники *AOD* и *COB*?

487. Такой же чертежъ выполнить и тѣ же вопросы разрѣшить относительно неравносторонняго прямоугольнаго параллелограмма и относительно квадрата.

488. Тѣ же вопросы разрѣшить относительно ромба.

489. Начертите четыреугольникъ *ABCD*, который нельзя считать параллелограммомъ; проведите его діагонали *AC* и *BD*, обозначьте ихъ точку пересѣченія буквою *O* и разберитесь въ томъ, равны ли между собою треугольники *AOD* и *COB* и треугольники *AOB* и *COD*, т.-е. тѣ два треугольника, въ которыхъ два угла—углы вертикальные. | То же самое сдѣлайте съ какимъ-нибудь ромбоидомъ.

490. Разобраться въ томъ, почему во всякомъ параллелограммѣ діагонали взаимно дѣлятся пополамъ.

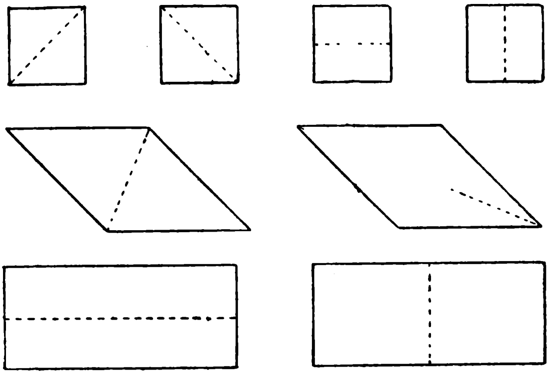
Замѣтьте: если данный четыреугольникъ—параллелограммъ, то діагонали его дѣлятся взаимно пополамъ, и точка взаимнаго пересѣченія діагоналей представляетъ собою центръ симметріи этого параллелограмма.

492. Начертить двѣ конечныя, не равныя между собою, но взаимно-параллельныя прямыя, и соединить концы этихъ двухъ прямыхъ прямыми линіями, взаимно одна другую не пересѣкающими. | Начертить двѣ параллельныя прямыя, на первой взять точки *A* и *B*, а на второй взять такія точки *C* и *D*, чтобы прямая *CD* была больше прямой *AB*, и чтобы прямая *AC* равнялась прямой *BD*. | Начертить равнобедренный треугольникъ ABC, въ которомъ прямая AB—основаніе, а точка C—вершина; на сторонахъ AC и BC, считая отъ точекъ A и B, отложить одинаковые отрѣзки AM и AN, соединить точки M и N прямою и отдать себѣ отчетъ, какую фигуру представляетъ собою четыреугольникъ $ABNM$.

Замѣтьте: если въ четыреугольникѣ только двѣ стороны параллельны одна другой, а остальныя двѣ стороны другъ другу не параллельны, то такой четыреугольникъ называется трапеціей. | Трапеція, въ которой не параллельныя другъ другу и другъ другу противолежащія стороны равны между собою, называется равнобочной трапеціей.

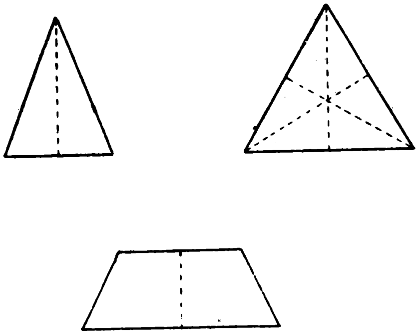
492a. Начертить равнобочную трапецію и разобраться въ томъ: а) какіе у ней углы, и б) на какіе треугольники раздѣляютъ эту трапецію ея діагонали.

496. Начертить параллелограммы всѣхъ возможныхъ родовъ и двѣ трапеціи (одну неравнобочную, а другую равнобочную) и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія изъ этихъ фигуръ можно раздѣлить на двѣ симметричныя части, и какихъ нельзя раздѣлить на двѣ симметричныя части. | Сколько осей симметріи у неравносторонняго прямоугольника, сколько — у ромба, сколько—у квадрата, и сколько — у равнобочной тра-

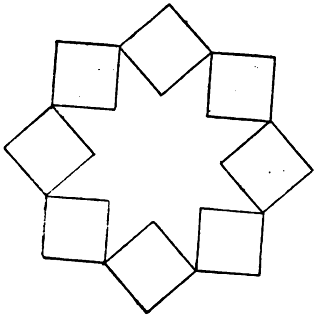


Къ № 496.

пеціи? | А сколько осей симметріи у разносторонняго треугольника? | У равнобедреннаго? | У равносторонняго? (Три.) | Записать, у которыхъ фигуръ этого нумера есть центръ симметріи, и у которыхъ его нѣтъ?



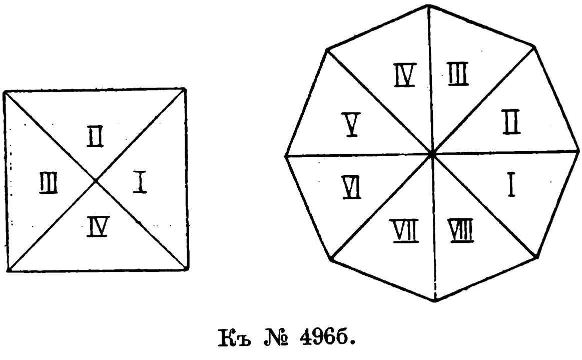
Къ № 496.



Къ № 496а.

496а. Выполнить орнаментъ этого нумера. и разобраться въ томъ, сколько у него осей симметріи и есть ли у него центръ симметріи.

496б. Построить четыре равныхъ между собою равнобедренныхъ прямоугольныхъ треугольника и изъ нихъ сложить четыреугольную фигуру, сдѣлавши вершину прямыхъ угловъ общей вершиной треугольниковъ. | Какая получится фигура? | Можно ли принять общую вершину составляющихъ ее треугольниковъ за центръ, а катеты ихъ за радіусъ окружности? |

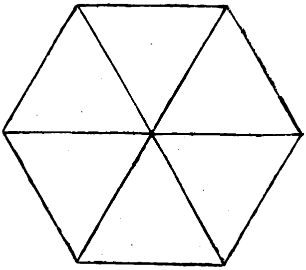


Къ № 496б.

Пройдетъ ли эта окружность черезъ вершины образовавшагося квадрата? | Почему получившійся четыреугольникъ—квадратъ? | Всѣ ли квадраты другъ другу подобны? | Если подобны, то почему?

***496в.** Построить равные между собою равнобедренные треугольники, въ которыхъ уголъ при вершинѣ равенъ 45°, и сложить изъ нихъ фигуру, сдѣлавъ эту вершину общею. | Сколько такихъ треугольниковъ понадобится для того, чтобы углы при общей вершинѣ заполнили всѣ четыре прямыхъ угла, имѣющихъ ту же общую вершину? | Какая получилась фигура?

Построить нѣсколько одинаковыхъ равностороннихъ треугольниковъ и изъ нихъ сложить многоугольникъ тѣмъ же способомъ. | Чему равенъ каждый уголъ треугольника? | Сколько понадобится треугольниковъ для этого построенія?



Къ № 496в.

***496г.** Придумайте еще одинаковые равнобедренные треугольники, изъ которыхъ можно было бы составить правильный многоугольникъ, т.-е. многоугольникъ, въ которомъ стороны равны между собою и углы между собою тоже равны.

496д. Вычислить, чему равенъ каждый уголъ въ многоугольникахъ, начерченныхъ въ №№ 496б.

Въ четыреугольникѣ: $45° + 45° = 90°$

восьмиугольникѣ: $[(180° - 45°) : 2] \times 2 = 135°$

„ шестиугольникѣ: $60° + 60° = 120°$.

Замѣтьте: если въ многоугольникѣ всѣ стороны равны между собою, и всѣ углы тоже между собою равны, то многоугольникъ называется правильнымъ. | Въ равностороннемъ треугольникѣ всѣ углы тоже между собою равны, а потому равносторонній треугольникъ называютъ также правильнымъ треугольникомъ. | Въ квадратѣ всѣ четыре стороны равны между собою, и всѣ углы тоже между собою равны, а потому квадратъ называютъ также правильнымъ четыреугольникомъ.

496е. Построить правильный двѣнадцатиугольникъ. | Это можно выполнить троякимъ образомъ: 1) съ помощью составляющихъ его равнобедренныхъ треугольниковъ, 2) съ помощью угла въ 150°, и 3) построивши предварительно правильный шестиугольникъ. | Почему уголъ правильнаго двѣнадцатиугольника равенъ 150°? (Намекъ: чему равна сумма угловъ такого многоугольника?)

Замѣтьте: если выпуклый многоугольникъ—правильный, то его можно раздѣлить на столько одинаковыхъ равнобедренныхъ треугольниковъ, сколько въ немъ сторонъ, причемъ каждая изъ этихъ сторонъ будетъ тогда основаніемъ треугольника, а общая вершина ихъ будетъ находиться на одинаковомъ разстояніи отъ вершинъ многоугольника и отъ его сторонъ.

498. Начертить кругъ, взять на его окружности нѣсколько точекъ, перенумеровать ихъ цифрами 1, 2, 3 и т. д., переходя отъ одной къ слѣдующей въ направленіи, противоположномъ направленію движенія часовой стрѣлки и, не пропуская ни одной изъ нихъ, соединить прямыми линіями первую точку со второю, вторую—съ третьей, и т. д. до послѣдней включительно, которую соединить съ первою. | Начертить кругъ, на его окружности взять нѣсколько точекъ, перенумеровать ихъ и провести черезъ каждую точку прямую, касательную къ окружности, до пересѣченія съ двумя касательными, проведенными черезъ двѣ точки, изъ которыхъ одна предшествуетъ этой точкѣ и другая слѣдуетъ за нею.

Замѣтьте еще разъ: если всѣ вершины многоугольника лежатъ на окружности круга, то многоугольникъ называется вписаннымъ въ кругъ, а кругъ и окружность круга — описанными около него. |

Если каждая изъ сторонъ многоугольника касается окружности круга, то многоугольникъ называется описаннымъ около круга, а кругъ и окружность круга — вписанными въ многоугольникъ.

498a. Въ орнаментахъ, которые имѣются въ этой книгѣ, отыскать многоугольники, вписанные въ кругъ и описанные около круга, и записать въ тетради, на какихъ страницахъ имѣются многоугольники перваго рода, и на какихъ—многоугольники второго рода.

499. Начертить какой-нибудь остроугольный треугольникъ *ABC*, раздѣлить его сторону *AB* пополамъ, изъ середины *M* этой стороны возставить перпендикуляръ къ сторонѣ *AB* и разобраться въ томъ, на какихъ разстояніяхъ отъ концовъ *A* и *B* прямой *AB* находится каждая точка этого перпендикуляра. | Далѣе раздѣлить сторону *BC* того же треугольника пополамъ, а изъ середины *N* этой стороны возставить перпендикуляръ къ сторонѣ *BC* и разобраться въ томъ, на какомъ разстояніи находится каждая точка этого перпендикуляра отъ концовъ *B* и *C* прямой *BC*. | Если перпендикуляры, проведенные изъ точекъ *M* и *N*, не пересѣклись, то продолжить эти перпендикуляры до взаимнаго ихъ пересѣченія; точку ихъ пересѣченія обозначить буквою *O*, соединить точку *O* прямыми линіями съ вершинами треугольника *ABC*, отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему прямыя *OA*, *OB* и *OC* равны между собою, и можно ли, принявъ точку *O* за центръ, а прямую *OA*—за радіусъ нѣкотораго круга, утверждать, что окружность этого круга пройдетъ также черезъ вершины *B* и *C* треугольника *ABC*. | Выполните то же самое въ тупоугольномъ треугольникѣ. Начертите прямоугольный треугольникъ *ABC*, раздѣлите его гипотенузу *BC* пополамъ, примите середину гипотенузы за центръ, а половину гипотенузы — за радіусъ нѣкоторой окружности и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, почему окружность этого круга пройдетъ черезъ вершину *A* прямого угла этого треугольника.

499а. Разобраться въ томъ, гдѣ лежатъ: центръ круга, описаннаго около остроугольнаго треугольника, и центръ круга, описаннаго около тупоугольнаго треугольника,—внутри или внѣ этихъ треугольниковъ.

Замѣтьте: около всякаго треугольника можно описать окружность круга; всѣ три перпендикуляра, возставленные изъ серединъ сторонъ треугольника къ этимъ сторонамъ, пересѣкаются въ одной и той же точкѣ; точка пересѣченія перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ серединъ сторонъ треугольника, совпадаетъ съ центромъ круга, описаннаго около треугольника; центръ круга, описаннаго около у остроугольнаго треугольника, лежитъ внутри треугольника; центръ круга, описаннаго около прямоугольнаго треугольника лежитъ на гипотенузѣ его и совпадаетъ съ серединой ея центръ круга описаннаго около тупоугольнаго треугольника лежитъ внѣ его, но внутри его тупого угла.

499б. Начертить остроугольный треугольникъ *ABC,* раздѣлить одинъ изъ его угловъ, напр., уголъ *A*, пополамъ; взять на этой биссектрисѣ какую-нибудь точку *D* и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на одинаковомъ ли разстояніи отъ сторонъ *AB* и *AC* находится эта точка, или же не на одинаковомъ. | То же самое сдѣлать съ тупоугольнымъ треугольникомъ и съ треугольникомъ прямоугольнымъ. | Начертить остроугольный треугольникъ *ABC,* раздѣлить $\angle A$ пополамъ, раздѣлить $\angle B$ пополамъ, продолжить эти биссектрисы до взаимнаго ихъ пересѣченія въ точкѣ *O* и отдать себѣ отчетъ въ томъ, на одинаковомъ ли, или не на одинаковомъ, разстояніи отъ всѣхъ трехъ сторонъ треугольника находится точка *O*. | То же сдѣлать съ какимъ-нибудь тупоугольнымъ треугольникомъ и какимъ-нибудь прямоугольнымъ треугольникомъ.

Замѣтьте: во всякій треугольникъ можно вписать окружность круга; биссектрисы всѣхъ трехъ угловъ всякаго треугольника пересѣкаются въ одной и той же точкѣ; точка пересѣченія биссектрисъ треугольника всегда лежитъ внутри треугольника и совпадаетъ съ центромъ круга, вписаннаго въ треугольникъ.

499в. Начертить разносторонній остроугольный треугольникъ и вписать въ него кругъ. | То же самое сдѣлать съ разностороннимъ тупоугольнымъ треугольникомъ; то же самое сдѣлать съ неравнобедреннымъ прямоугольнымъ треугольникомъ. | Начертить разносторонній треугольникъ, найти центръ круга, описаннаго около этого треугольника, и центръ круга, вписаннаго въ этотъ треугольникъ; описать около треугольника окружность круга и вписать кругъ въ тотъ же треугольникъ. | Сдѣлать то же самое съ какимъ-нибудь равнобедреннымъ треугольникомъ.

499г. Начертить равносторонній треугольникъ, описать около него окружность круга; вписать кругъ въ тотъ же треугольникъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему центръ круга, вписаннаго въ равносторонній треугольникъ, и центръ круга, описаннаго около того же равносторонняго треугольника, совпадаютъ. | То же самое сдѣлать съ квадратомъ. (Намекъ: провести его діагонали и изъ точки пересѣченія ихъ опустить перпендикуляры на стороны квадрата.)

Замѣтьте: центры круговъ, изъ которыхъ одинъ описанъ около правильнаго треугольника (или около квадрата), а другой вписанъ въ него, совпадаютъ, и окружности этихъ круговъ концентричны.

500. Начертить правильный шестиугольникъ. Начертить кругъ, провести одинъ его діаметръ; принять начало діаметра за центръ и радіусомъ, равнымъ радіусу круга, начертить дугу, цѣликомъ лежащую внутри круга; такую же дугу начертить внутри круга, принявъ конецъ діаметра за центръ; провести тѣ хорды, которыя будутъ сторонами правильнаго шестиугольника, вписаннаго въ кругъ. | Начертить правильный шестиугольникъ, провести биссектрисы двухъ угловъ, прилежащихъ къ одной и той же сторонѣ его, точку пересѣченія этихъ биссектрисъ принять за центръ, а перпендикуляръ, опущенный изъ этой точки пересѣченія на одну изъ сторонъ, — за радіусъ нѣкотораго круга, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, будетъ ли этотъ кругъ вписанъ въ шестиугольникъ. | Начертить правильный шестиугольникъ, раздѣлить двѣ его стороны, образующія одинъ изъ его угловъ, пополамъ и изъ середины каждой изъ этихъ сторонъ возставить къ послѣдней перпендикуляръ; точку пересѣченія этихъ двухъ перпендикуляровъ принять за центръ, а разстояніе ея отъ вершины угла—за радіусъ нѣкоторой окружности и отдать себѣ отчетъ въ томъ, будетъ ли эта окружность описана около шестиугольника. | Начертить правильный шестиугольникъ, раздѣлить одинъ изъ его угловъ пополамъ, одну изъ сторонъ этого угла раздѣлить пополамъ, изъ середины этой стороны возставить перпендикуляръ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, что точка пересѣченія этого перпендикуляра и биссектрисы угла, раздѣленнаго пополамъ, представляетъ собою центръ круга, описаннаго около этого шестиугольника, и центръ круга, въ него вписаннаго.

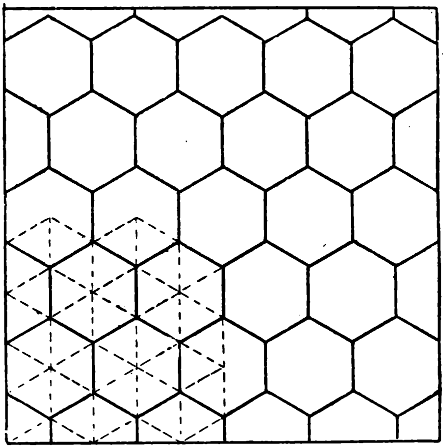
Замѣтьте: если данный многоугольникъ — правильный, то центръ круга, описаннаго около этого многоугольника, и центръ круга, вписаннаго въ этотъ многоугольникъ, совпадаютъ и представляютъ собою точку многоугольника, которая называется также центромъ этого правильнаго многоугольника. | Если данный многоугольникъ — правильный, то центръ его совпадаетъ съ точкою пересѣченія биссектрисъ двухъ угловъ, прилежащихъ къ одной и той же сторонѣ, равнымъ образомъ—съ точкой пересѣченія перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ серединъ такихъ двухъ сторонъ, которыя образуютъ любой изъ угловъ этого многоугольника, а также—съ точкой пересѣченія биссектрисы одного изъ ея угловъ и перпендикуляра, возставленнаго изъ середины одной изъ сторонъ этого угла.

502. Не начертивъ круга, начертить правильныя фигуры: квадратъ, равносторонній треугольникъ и правильный шестиугольникъ. | Начертить тѣ же фигуры, предварительно начертивши кругъ. | Начертить тѣ же правильныя фигуры, притомъ такія, чтобы всѣ стороны всѣхъ этихъ фигуръ были одинаковы, и каждая равнялась бы пяти центиметрамъ.

503. Начертить окружность круга, раздѣлить ее на 10 одинаковыхъ частей, т.-е. повторить построеніе, предложенное въ № 199в (стр. 114); обозначить всѣ точки дѣленія, взятыя въ послѣдовательномъ порядкѣ и въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки, цифрами: 1, 2, 3, 4 и т. д., и соединить первую точку со второй, вторую съ третьей и т. д., а десятую — съ первой. | Повторить еще одно такое же построеніе, но соединить прямыми линіями первую точку съ третьей, третью—съ пятой, пятую—съ седьмою, седьмую—съ девятой, а девятую—съ первой. | Раздѣлить еще одну окружность на 10 одинаковыхъ частей, обозначить точки дѣленія такъ же, какъ на предыдущихъ чертежахъ, и соединить прямыми линіями первую точку съ четвертой, четвертую — съ седьмой, седьмую — съ десятой, десятую — съ третьей, третью — съ шестой, шестую — съ девятой, девятую — со второю, вторую — съ пятой, пятую — съ восьмою и восьмую—съ первой. | Начертить еще одну окружность, раздѣлить ее на 10 одинаковыхъ частей, перенумеровать ихъ по предыдущему, соединить первую точку съ пятой, пятую—съ девятой, и т. д., все пропуская по три точки дѣленія до тѣхъ поръ, пока не образуется замкнутый многоугольникъ. | Разобраться въ томъ, будутъ ли всѣ многоугольники, начерченные согласно требованіямъ задачъ этого нумера, правильными многоугольниками, и въ томъ, чему равна сумма внутреннихъ угловъ каждаго изъ этихъ многоугольниковъ. (Намекъ: сколько градусовъ въ каждомъ изъ вписанныхъ угловъ этихъ многоугольниковъ?)

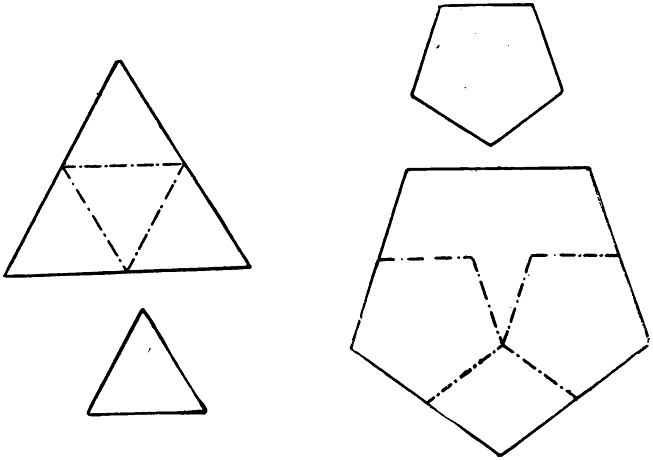
504. Начертить правильные многоугольники: восьмиугольникъ, двѣнадцатиугольникъ, шестнадцатиугольникъ, двадцатичетырехугольникъ, двадцатиугольникъ и сорокаугольникъ. | Описать около круга квадратъ, правильный треугольникъ и правильный шестиугольникъ. | Описать около круга правильный осьмиугольникъ и правильный двѣнадцатиугольникъ.

504a. Начертить „паркеты“ изъ правильныхъ треугольниковъ, изъ правильныхъ шестиугольниковъ и изъ квадратовъ (ср. чертежъ къ № 214). | Отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему нельзя составить паркета изъ однихъ правильныхъ пятиугольниковъ. | Составить паркетъ изъ одинаковыхъ прямоугольниковъ, изъ одинаковыхъ равнобочныхъ трапецій, изъ одинаковыхъ равнобедренныхъ треугольниковъ, изъ одинаковыхъ параллелограммовъ, наконецъ, изъ одинаковыхъ трапецій. Составить паркетъ изъ равныхъ между собою равносторонних треугольниковъ.



Къ № 504а.

Отчего нельзя составить паркета изъ однихъ правильныхъ пятиугольниковъ или изъ однихъ правильныхъ десятиугольниковъ? (Намекъ: сколько гра-



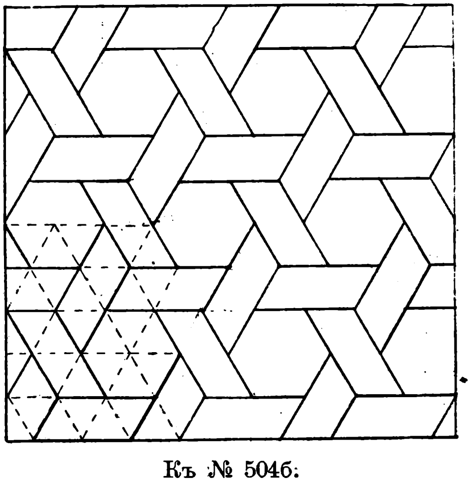
Къ № 504а.

дусовъ въ углѣ правильнаго пятиугольника, и сколько градусовъ въ углѣ правильнаго десятиугольника?)

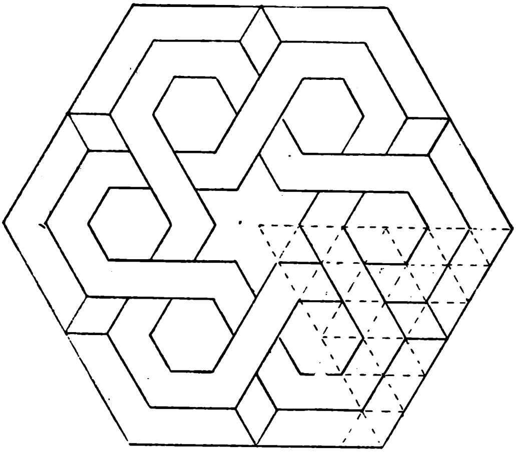
Замѣтьте: если требуется заполнить плоскость одинаковыми правильными многоугольниками, то этого можно достигнуть только съ помощью правильныхъ треугольниковъ, или квадратовъ, или правильныхъ шестиугольниковъ; въ каждой общей вершинѣ должны сходиться либо шесть правильныхъ треугольниковъ, либо четыре квадрата, либо три правильныхъ шестиугольника.

504б. Начертить паркеты, относящіеся къ этому нумеру и состоящіе не изъ однихъ правильныхъ фигуръ.

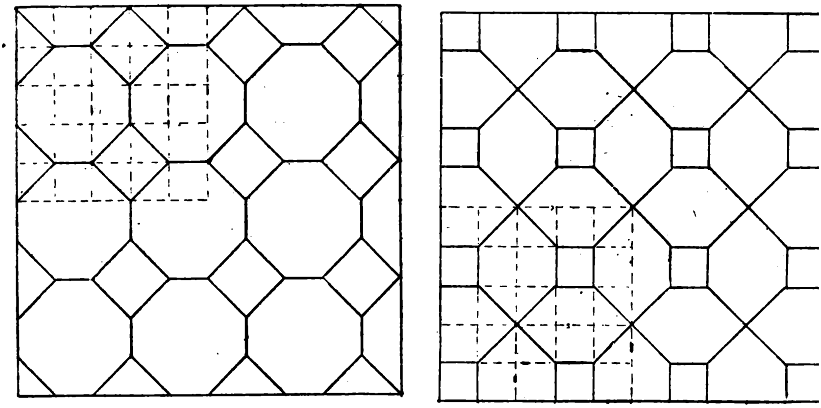
Замѣтьте: для того, чтобы линейка,



Къ № 504б.

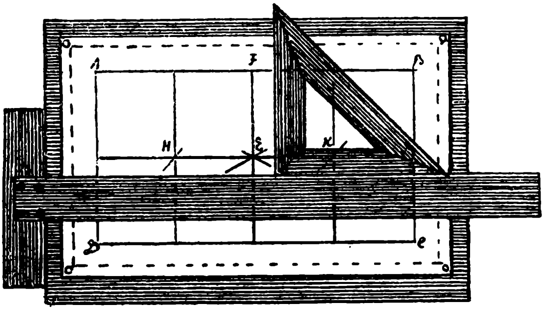


Къ № 504б.



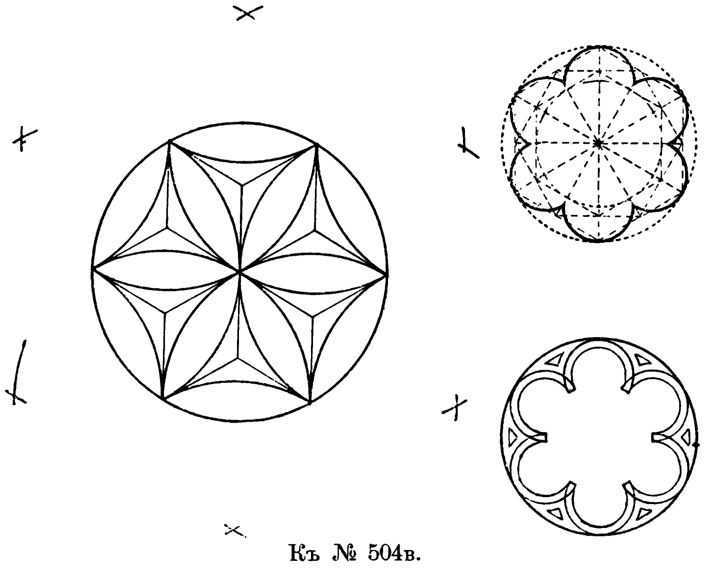
Къ № 504б.

при выполненіи чертежей, точно и быстро могла перемѣщаться параллельно самой себѣ употребляютъ такъ называемый „винкель“; это—линейка, къ которой приспособлена другая, болѣе короткая и массивная, къ ней перпендикулярная и образующая съ ней фигуру, имѣющую форму буквы Т. | Винкель можетъ свободно перемѣщаться параллельно самому себѣ и въ то же время упираться въ край стола. | Сложные чертежи, напр., такіе, въ которыхъ много взаимно-параллельныхъ и взаимно-перпендикулярныхъ прямыхъ, требуютъ нѣкоторыхъ приспособленій: 1) вмѣсто обыкновеннаго стола употребляется чертежная доска; 2) чертежная бумага прикрѣпляется кнопками или даже приклеивается краями своими къ доскѣ; 3) кромѣ обыкновенной линейки, нуженъ винкель. См. чертежъ, относящійся къ этому замѣчанію.



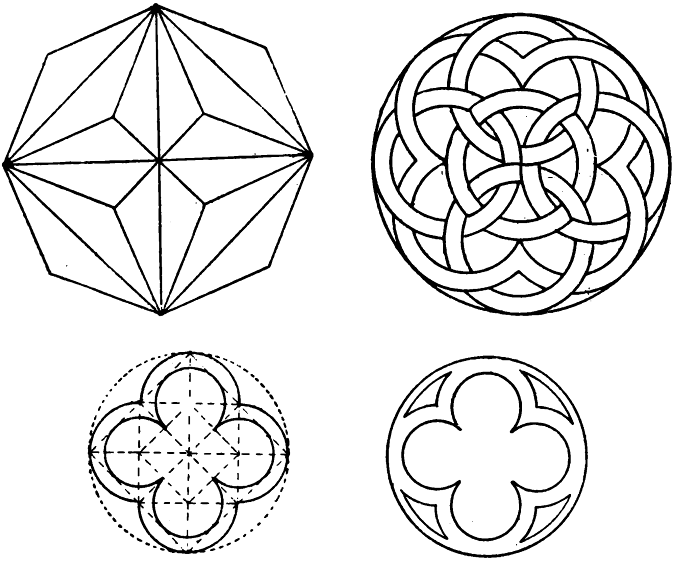
Къ № 504б (замѣчаніе).

504в. Разобраться въ орнаментахъ этого нумера,

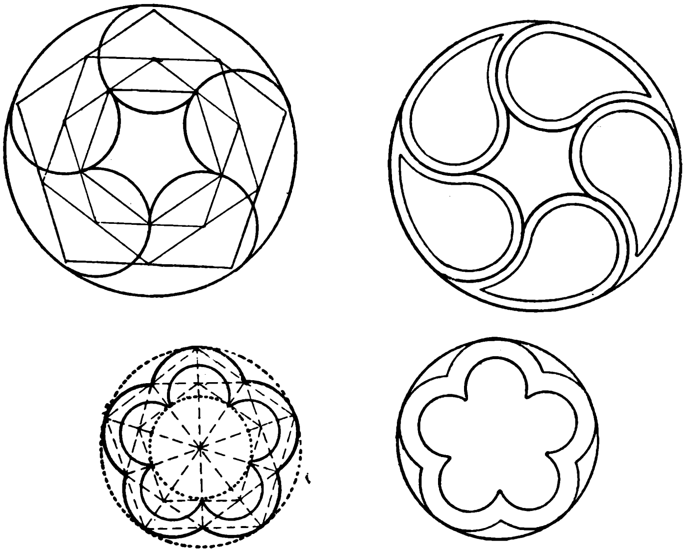


Къ № 504в.

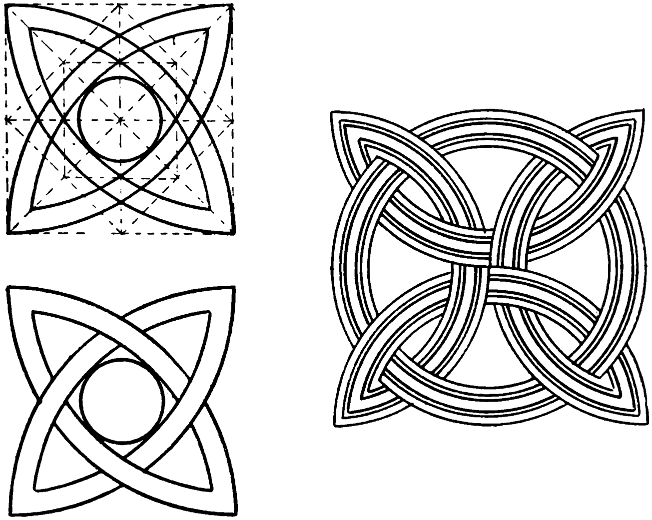
для которыхъ нужны или квадраты, или пятиугольники, или шестиугольники, и начертить эти орнаменты.



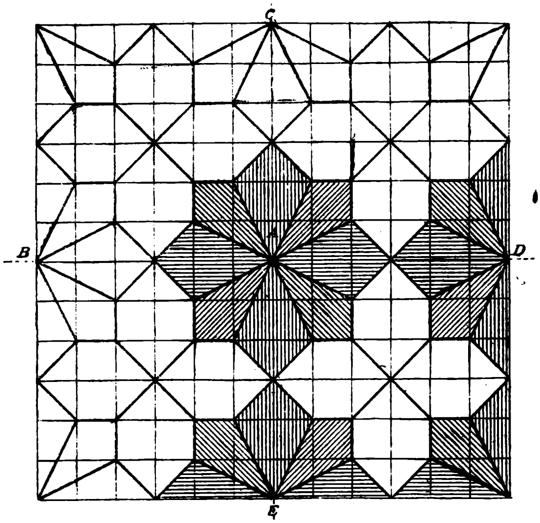
Къ № 504в.



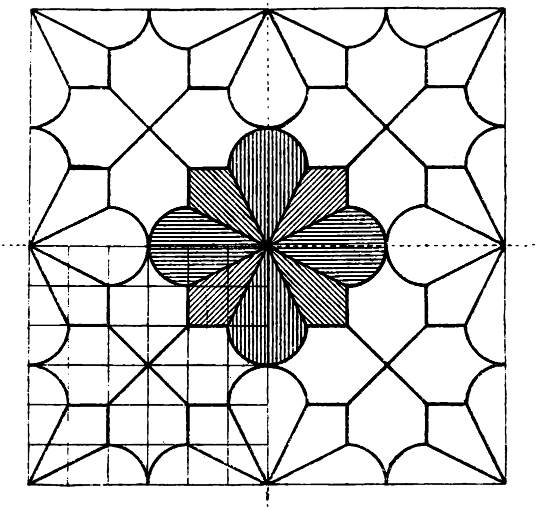
Къ № 504в.



Къ № 504в.

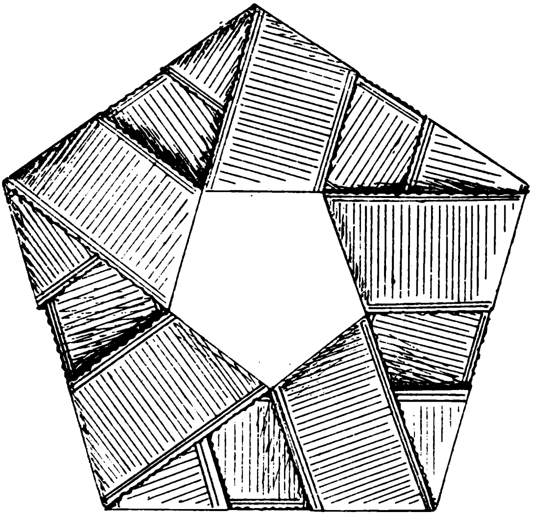


Къ № 504в.



Къ № 504в.

504г. Изъ длинной и узкой ленты „связать“ фигуру въ родѣ изображенной на рисункѣ этого нумера. | Составить геометрическій орнаментъ этого рисунка.



Къ № 504г.

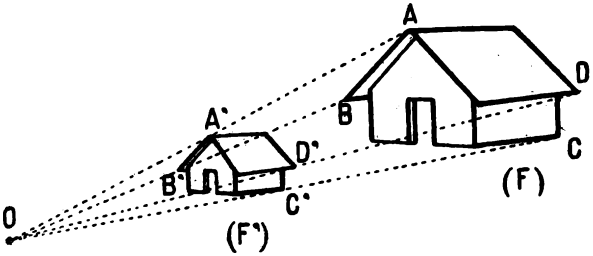
504д. Изъ точки S на плоскости провести пять такихъ лучей SA, SB, SC, SD и $S'E$, чтобы, идя въ направленіи, обратномъ направленію движенія часовой стрѣлки, получить, что $\angle ASE$ равенъ суммъ четырехъ, послѣдовательно лежащихъ, угловъ: ASB, BSC, CSD и DSE, и чтобы $\angle ASE$ не былъ равенъ 180°; взять на этихъ лучахъ по одной такой точкѣ, чтобы изъ этихъ пяти точекъ никакія три не лежали на одной прямой; обозначить эти точки буквами M, N, P, Q и R; соединить прямыми точку M съ точкой N, точку N съ точкой P, эту послѣднюю съ точкой Q, точку Q—съ точкой R, и, наконецъ, точку R—съ точкой A; получится многоугольникъ $MNPQR$. | Начертить такой многоугольникъ $mnpqr$, чтобы вершины его соотвѣтственно лежали на лучахъ SA, SB, SC, SD и SE, и чтобы было справедливо слѣдующее соотношеніе прямыхъ SA и Sa, SB и Sb, SC и Sc и т. д.:

$$\frac{SA}{Sa}=\frac{SB}{Sb}=\frac{SC}{Sc}=\frac{SD}{Sd}=\frac{SE}{Se}.$$

Замѣчаніе: если соблюдены условія предыдущей задачи, то многоугольники $MNPQR$ и $mnpqr$ подобны, сходственныя ихъ стороны порознь параллельны, и многоугольники принадлежатъ къ числу гомотетическихъ (ср. № 465в.)

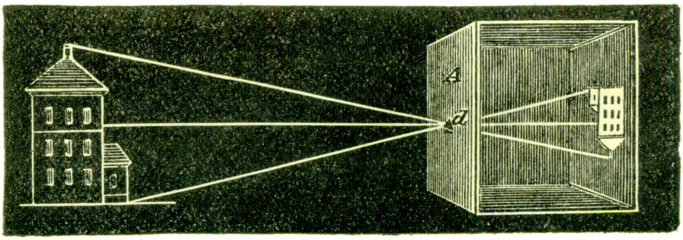
504е. Въ одной книгѣ имѣется чертежъ (F) и (F'), приводимый на стр. 300-ой; разобраться въ томъ, гомотетичны ли эти два изображенія? | Начертить какой-нибудь многоугольникъ и ему обратно гомотетичный.

Замѣтьте: опытъ показываетъ, что если въ ставнѣ совершенно темной комнаты A есть небольшое отверстіе, то днемъ на противоположной стѣнѣ получается обратное изображеніе предметовъ, находящихся на улицѣ, въ родѣ того, какъ это изображено на чертежѣ этого нумера. Если предъ ставней поставить картину, плоскость которой параллельна плоскости противоположной стѣны, то изображеніе картины на противоположной стѣнѣ будетъ гомотетично съ самой картиной, притомъ обратно гомотетично съ нею.



Къ № 504е.

Опытъ показываетъ, что отверстіе въ ставнѣ должно быть очень небольшимъ и что въ этомъ случаѣ изображеніе на стѣнѣ не зависитъ отъ формы отверстія.



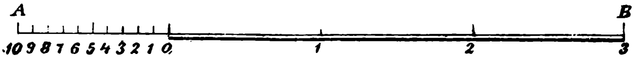
Къ № 504е (замѣчаніе).

504ж. Начертите какой-нибудь несложный многоугольникъ и ему подобный, но въ меньшемъ масштабѣ, притомъ въ такомъ, чтобы отношеніе ихъ подобія было равно 0,3.

Замѣтьте: на географическихъ картахъ, на архитектурныхъ планахъ, на планахъ, изображающихъ участки земли и т. п., можно встрѣтить надпись:

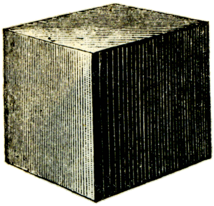
$$\textbf{Масштабъ}\ \frac{1}{4000000}\quad \text{или:}\quad \textbf{Масштабъ}\ \frac{1}{1000}$$

и т. п.; тамъ же изображается линейка или отрѣзокъ прямой съ дѣленіями (ср. чертежъ), и послѣднее дѣленіе снабжается соотвѣтствующимъ словомъ, выражающимъ единицы мѣры, (въ которыхъ выражаются истинные размѣры фигуры, изображенной на чертежѣ въ уменьшенномъ масштабѣ): „метровъ“, „сажень“, „верстъ“, и т. п. | Иногда записано: 400 саж. въ дюймѣ и т. п.; это означаетъ, что дюймъ на чертежѣ соотвѣтствуетъ четыремъ стамъ саженямъ въ дѣйствительности, и т. п.

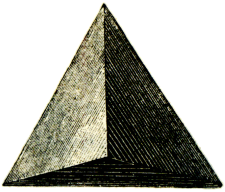


Къ 504ж (замѣчаніе.)

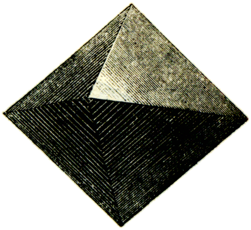
504з. Изготовить такъ называемыя „сѣтки“ (или „развертки“) правильныхъ многогранниковъ: куба, (гексаэдра) четырехгранника (тетраэдра), осьмигранника (октаэдра), двѣнадцатигранника (додекаэдра) и



Къ № 504з (кубъ, три грани — „сзади“).



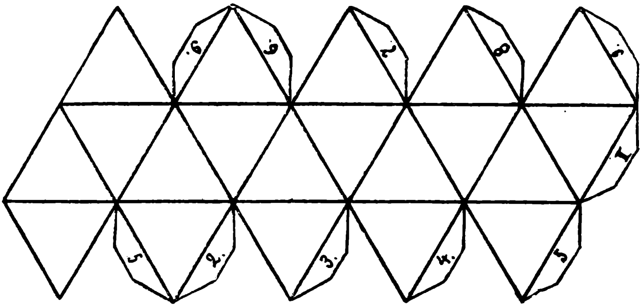
Къ № 504з. (прав. тетраэдръ, четвертая грань—„сзади“).



Къ № 504з. (прав. октаэдръ, четыре грани—„сзади“).

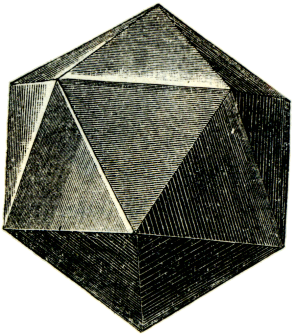
двадцатигранника (икосаэдра). | Склеить грани моделей этихъ многогранниковъ, пользуясь тѣми добавочными „лентами“, которыми снабжены нѣкоторыя грани. | У сѣтки куба нѣтъ добавочныхъ лентъ; добавить ихъ столько, сколько необходимо для того, чтобы возможно было склеить изъ этой сѣтки модель куба.

Замѣтьте: въ правильныхъ многогранникахъ гранями могутъ служить только слѣдующія одинаковыя фигуры: правильные треугольники, квадраты, правильные пятиугольники. | На чертежахъ этого нумера изображены эти правильные многогранники.

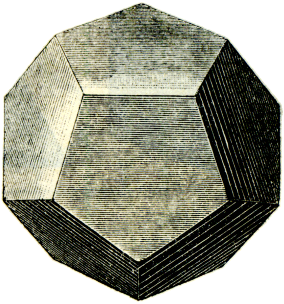


Къ № 504з.

504и. Начертить фигуру, подобную относящейся къ этому нумеру, въ главныхъ частяхъ (перенумерованныя трапеціи можно выполнить отъ руки и изъ нея склеить модель многогранника, принявъ стороны квадратовъ и треугольниковъ за „ребра“ ея.

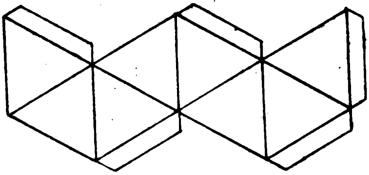


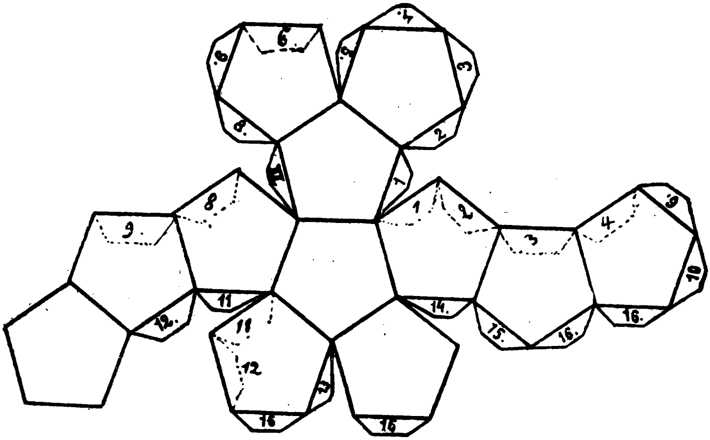
Къ № 504ж. (прав. икосаэдръ, десять граней „сзади“.)

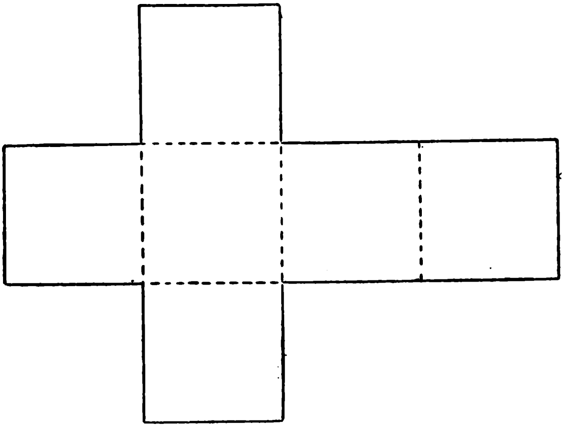


Къ № 504з (прав. додекаэдръ, шесть граней „сзади“.)

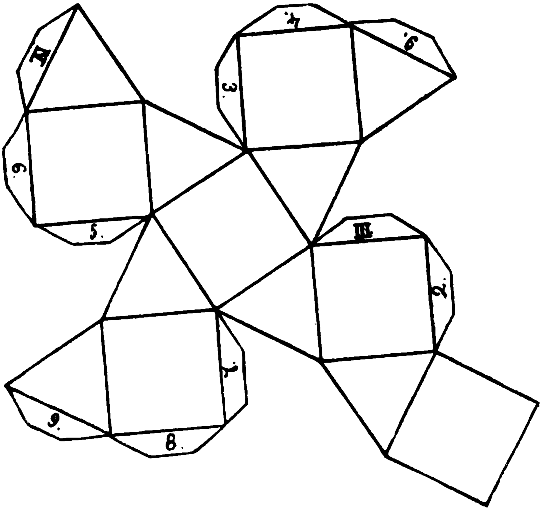
Замѣтьте: многогранникъ, въ которомъ всѣ грани—правильные многоугольники, но не всѣ одинаковы, не называется правильнымъ; поэтому многогранникъ № 504и, не можетъ называться правильнымъ. | Правильные многогранники иногда называются Платоновыми тѣлами, по имени греческаго философа Платона (427—347 до Рождества Хр.).







Къ № 504з.



Къ № 504и.

ʻ. ***504i.** Начертить четыреугольникъ съ пересѣкающимъ себя контуромъ и вычислить сумму его угловъ. (См. № 449 и 449б.)

Начертить пятиугольникъ съ пересѣкающимъ себя контуромъ и шестиугольникъ съ пересѣкающимъ себя контуромъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему трудно вычислить, чему равна сумма угловъ такихъ многоугольниковъ.

Начертить какой угодно многоугольникъ и найти сумму всѣхъ его сторонъ.

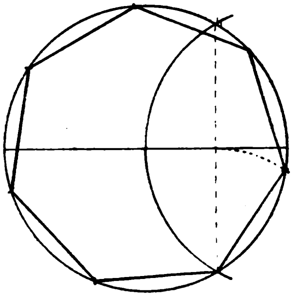
Замѣтьте: сумма сторонъ многоугольника называется периметромъ многоугольника.

504к. Начертить два подобныхъ многоугольника и отдать себѣ отчетъ въ томъ, во сколько разъ периметръ бóльшаго болѣе периметра меньшаго изъ нихъ.

Замѣтьте: периметръ одного многоугольника относится къ периметру другого, ему подобнаго, многоугольника, какъ любая сторона перваго относится къ соотвѣтствующей сторонѣ второго, и отношеніе этихъ периметровъ равно отношенію подобія этихъ фигуръ.

504л. Отдать себѣ отчетъ въ томъ, почему центръ симметріи имѣется въ правильномъ многоугольникѣ только въ томъ случаѣ, если число сторонъ этого правильнаго многоугольника четное. | Если это вамъ трудно сдѣлать безъ помощи чертежа, отыщите у себя въ тетради или въ книгѣ правильный пятиугольникъ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, почему онъ не принадлежитъ къ числу фигуръ центрально-симметричныхъ. (См. №№ 280—280б).

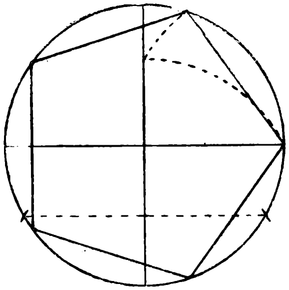
504м. Начертить окружность круга, вписать въ него правильный треугольникъ, раздѣлить сторону этого правильнаго треугольника пополамъ и раздѣлить окружность круга на такія дуги, чтобы ихъ хорды были равны половинѣ стороны правильнаго треугольника, вписаннаго въ кругъ.



Къ № 504м.

Замѣтьте: сторона правильнаго семиугольника, вписаннаго въ кругъ, приблизительно равна половинѣ стороны правильнаго треугольника, вписаннаго въ тотъ же кругъ. | Точно же раздѣлить окружность круга на семь одинаковыхъ частей, пользуясь только линейкой и циркулемъ, невозможно.

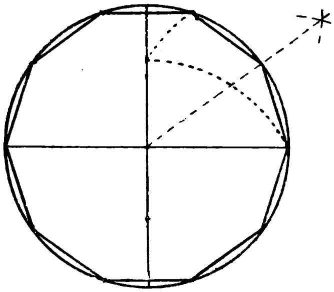
504н. Начертите окружность круга, проведите въ немъ горизонтальный (первый) діаметръ и перпендикулярный къ нему (второй) діаметръ; нижній радіусъ второго діаметра раздѣлите пополамъ; эту середину соедините съ правымъ концомъ перваго діаметра прямою линіей; изъ той же середины, какъ изъ центра, послѣднею прямою, какъ радіусомъ, опишите дугу круга до встрѣчи съ верхнимъ радіусомъ второго діаметра; изъ середины раздѣленнаго пополамъ радіуса проведите къ этому радіусу перпендикуляръ до встрѣчи съ начерченною сначала окружностью; лѣвую точку пересѣченія (въ третьей четверти окружности) соедините съ отмѣченною ранѣе точкою верхняго радіуса второго діаметра, до пересѣченія съ дугою первой четверти; дуга, заключенная между началомъ первой четверти окружности и отмѣченной только-что точкою первой четверти, составляетъ одну пятую долю окружности, а хорда этой дуги — сторону правильнаго, вписаннаго въ кругъ, пятиугольника. | Повторите то же самое построеніе еще разъ и отдайте себѣ отчетъ въ томъ, сколько разъ вы прибѣгали къ циркулю, и сколько разъ—къ линейкѣ.



Къ № 504н.

Замѣтьте: когда говорятъ, что какой-либо опредѣленной фигуры невозможно начертить съ помощью только линейки и циркуля, то подъ этимъ разумѣютъ, что невозможно начертить такого опредѣленнаго числа опредѣленныхъ прямыхъ линій и опредѣленныхъ окружностей, чтобы построить требуемую фигуру совершенно точно. (Ср. № 441а).

504о. Начертить окружность круга, разобраться въ чертежѣ этого нумера и выполнить тѣ же построенія. | Начертить окружность и вписать въ нее правильный десятиугольникъ (№ 199в).



Къ № 504о.

Замѣтьте: всякую прямую линію можно раздѣлить на такія двѣ не одинаковыя части, чтобы бòльшая часть относилась къ меньшей точно такъ же, какъ вся прямая относится къ меньшей; это значитъ „раздѣлить прямую линію въ среднемъ и крайнемъ отношеніи“. | Сторона правильнаго десятиугольника равна большей части радіуса, раздѣленнаго въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

504п. Начертить прямую AB, изъ конца ея B возставить къ ней перпендикуляръ, на этомъ перпендикулярѣ отложить прямую BC, равную прямой AB; эту прямую BC раздѣлить пополамъ въ точкѣ M; принять точку M за центръ, а прямую MB—за радіусъ, и описать изъ этого центра радіусомъ MB полуокружность внутри прямого угла; соединить точку A съ центромъ M прямою и обозначить точку пересѣченія полуокружности съ этой прямою буквой E; прямую AE отложить отъ точки A на прямую AB; пусть конецъ E упадетъ въ точку F; тогда прямая AB будетъ въ точкѣ F раздѣлена въ среднемъ и крайнемъ отношеніи. | Какая получится пропорція, если бо̀льшая часть прямой AB относится къ меньшей части точно такъ же, какъ вся прямая AB относится къ большей?

Замѣтьте: пропорцію, выражающую, что прямая AB раздѣлена въ точкѣ F въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, обыкновенно пишутъ такъ:

$$AB:AF=AF:FB,$$

т.-е. такъ, чтобы бо̀льшая часть прямой AB была записана два раза на мѣстахъ среднихъ членовъ пропорціи, вся прямая AB —на первомъ мѣстѣ, а меньшая часть прямой AB—на послѣднемъ мѣстѣ.

***504р.** Для доказательства того, что дѣйствительно

$$AB:AF=AF:FB,$$

если точка F найдена такимъ способомъ, какъ въ № 504п, поступите слѣдующимъ образомъ: 1) найдите точку пересѣченія D прямой AM со второю половиною окружности; 2) составьте пропорцію

$$AD:AB=AB:AE$$

(см. № 444е); 3) вычтите изъ дѣлимыхъ по одному дѣлителю, и вы получите:

$$(AD-AB):AB=(AB-AE):AE;$$

4) разберитесь въ томъ, что

$$AD-AB=AD-ED=AE,$$

и что

$$AB-AE=AB-AF=FB$$

и что, стало-быть, вмѣсто послѣдней пропорціи, вы имѣете право написать слѣдующую:

$$AE:AB=FB:AE;$$

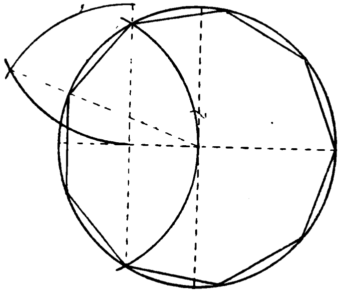
5) замѣните въ этой пропорціи прямую AE другою прямою, ей равною, а именно прямою AF; наконецъ, 6) разсудите, что если прямая AF во столько же разъ меньше, чѣмъ прямая AB, во сколько разъ прямая FB меньше, чѣмъ прямая AE, то и наоборотъ:

$$AB:AF=AF:FB.$$

504с. Начертите окружность круга, проведите въ немъ горизонтальный и вертикальный діаметры; вертикальный раздѣлите на 9 одинаковыхъ частей; перенумеруйте, начиная сверху, точки дѣленія цифрами: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8; примите концы того же діаметра за центры, а самый діаметръ—за радіусы двухъ окружностей, которыхъ не вычерчивайте цѣликомъ, а вычертите только такія части обѣихъ окружностей, чтобы получить одну или обѣ точки пересѣченія этихъ окружностей; соедините эту точку пересѣченія обѣихъ окружностей со слѣдующими точками дѣленія вертикальнаго діаметра: со 2-ою, съ 4-ою, съ 6-ою и 8-ою прямыми линіями и продолжите эти прямыя до пересѣченія съ полукружностью, лежащею по ту сторону діаметра; соедините верхній конецъ діаметра съ ближайшей точкой пересѣченія, эту послѣднюю со второю, вторую—съ третьей, и третью—съ четвертой; постройте по другую сторону діаметра симметричныя хорды и соедините конецъ четвертой хорды съ концомъ симметричной съ нею хорды. | Вы получите девятиугольникъ, хотя и не правильный, но весьма мало отличающійся отъ правильнаго. | Подобнымъ же образомъ постройте приблизительно правильные семиугольникъ, одиннадцатиугольникъ и тринадцатиугольникъ.

Замѣтьте: изложеннымъ выше способомъ можно приблизительно начертить правильный многоугольникъ съ любымъ числомъ сторонъ; точно же можно, съ помощью линейки и циркуля, начертить лишь нѣкоторые; вы должны умѣть точно строить слѣдующія правильныя фигуры: правильный (т.-е. равносторонній) треугольникъ, правильный четыреугольникъ (т.-е квадратъ), правильный пятиугольникъ, правильный шестиугольникъ, правильный десятиугольникъ и такіе правильные многоугольники, у которыхъ вдвое, вчетверо, въ восемь разъ, въ шестнадцать и т. д. разъ больше сторонъ, чѣмъ у вышепоименованныхъ фигуръ.

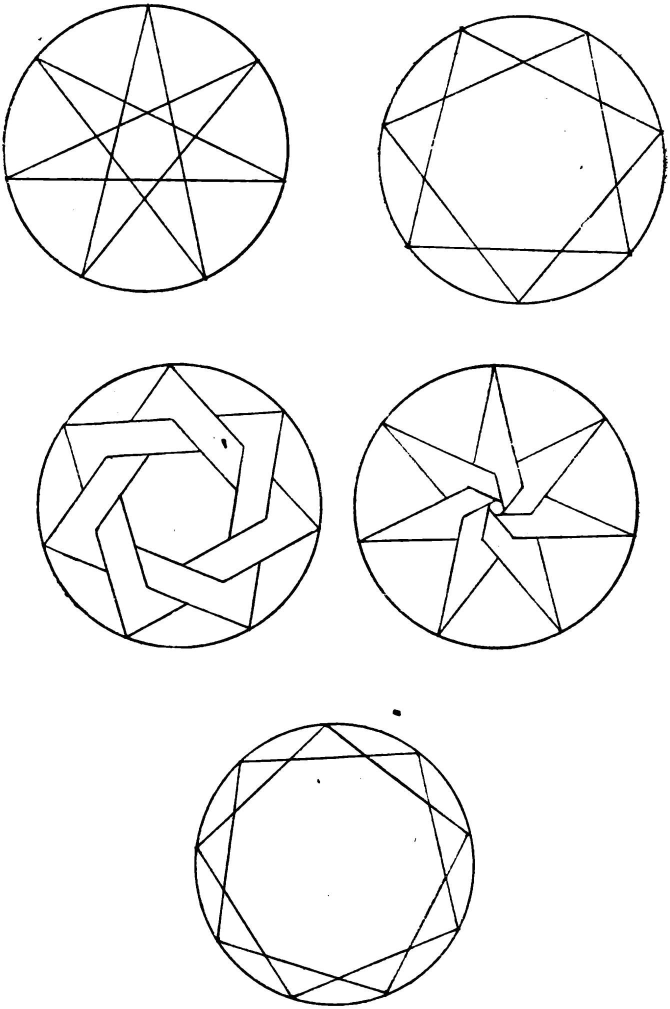
504т. Начертить окружность круга, провести горизонтальный діаметръ, изъ середины одного изъ его радіусовъ возставить перпендикуляръ; эту середину принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ описать дугу внѣ перваго круга до пересѣченія съ продолженіемъ перпендикуляра; эту точку пересѣченія принять за центръ и тѣмъ же радіусомъ описать вторую дугу до пересѣченія съ первой; соединить эту новую точку пересѣченія съ центромъ и провести хорду между получившимися двумя точками окружности. | Эта хорда приблизительно равна сторонѣ правильнаго, вписаннаго въ данный кругъ, девятиугольника. | Вписать правильные девятиугольники указаннымъ способомъ въ нѣсколько круговъ.



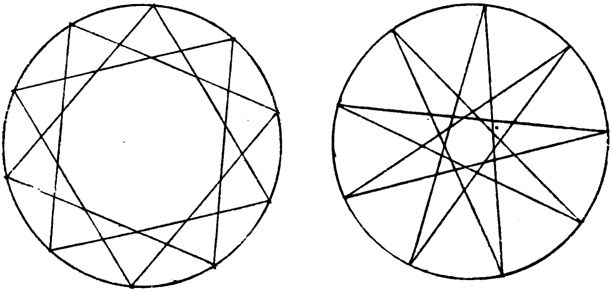
Къ № 504т.

504у. Начертить многоугольники и два орнамента этого нумера.

Замѣтьте: звѣздообразные многоугольники съ непрерывнымъ контуромъ можно получить, когда окружность круга раздѣлена на пять, на семь, на девять (но не на всякое число) одинаковыхъ частей.



Къ № 504у.



Къ № 504у.

504ф. Пользуясь симметріей правильныхъ многоугольниковъ и нѣкоторыми свойствами правильнаго треугольника и квадрата и не прибѣгая къ линейкѣ, циркулю, транспортиру и масштабу, изготовить изъ бумаги модели: а) двухъ смежныхъ прямыхъ угловъ, б) четырехъ прилежащихъ одинъ къ другому угловъ по 45°, в) квадрата, г) равносторонняго треугольника, д) правильнаго шестиугольника, е) правильнаго восьмиугольника, ж) правильнаго десятиугольника и з) правильнаго пятиугольника.

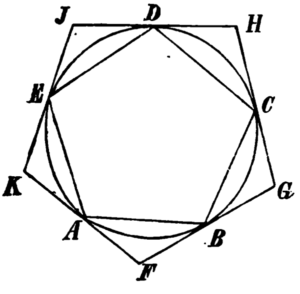
§ 7. Вычисленіе длины окружности круга.

507. Раздѣлить окружность на 6, 12, 24, 48 и 96 равныхъ частей. | Вписать въ кругъ правильный 128-угольникъ.

507а. Начертить какой-нибудь правильный многоугольникъ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, можетъ ли онъ быть раздѣленъ на двѣ симметричныя части. | Раздѣлить одинъ изъ его угловъ пополамъ, продолжить эту биссектрису до пересѣченія съ контуромъ многоугольника и отдать себѣ отчетъ въ томъ, въ какой точкѣ этого контура она его пересѣчетъ. | Начертить какой-нибудь правильный многоугольникъ, раздѣлить какую-либо изъ сторонъ его пополамъ, изъ середины возставить перпендикуляръ и отдать себѣ отчетъ въ томъ, въ какой точкѣ этотъ перпендикуляръ встрѣтитъ обводъ многоугольника. | Сколько осей симметріи у правильнаго многоугольника? | У всякаго ли правильнаго многоугольника есть центръ симметріи?

Замѣтьте: у всякаго правильнаго многоугольника столько осей симметріи, сколько сторонъ; центры же симметріи имѣются только въ правильныхъ многоугольникахъ съ четнымъ числомъ сторонъ. | У круга каждый діаметръ — ось симметріи, и центръ — центръ симметріи. | Радіусъ круга, описаннаго около всякаго правильнаго многоугольника, называется также радіусомъ этого многоугольника.

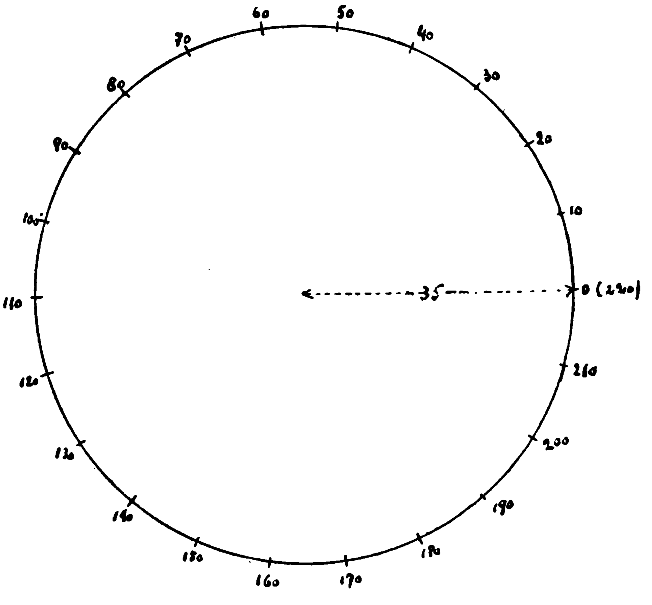
509. Начертить какой-нибудь треугольникъ и принять, что обводъ (контуръ) его имѣетъ направленіе, обратное направленію движенія часовой стрѣлки; начертить горизонтальный лучъ, имѣющій направленіе слѣва направо; на немъ отложить сумму всѣхъ трехъ сторонъ треугольника. | Разрѣшить такую же задачу относительно какого-нибудь многоугольника и относительно правильнаго шестиугольника, вписаннаго въ кругъ. | Разобраться въ чертежѣ этого нумера и записать, какимъ образомъ можно начертить описанный около круга правильный многоугольникъ, когда въ него уже вписанъ многоугольникъ съ тѣмъ же числомъ сторонъ. | Начертить окружность круга, вписать въ него правильный двѣнадцатиугольникъ и описать около того же круга правильный двѣнадцатиугольникъ; найти периметръ перваго многоугольника, периметръ второго многоугольника и разность между этими двумя периметрами.



Къ № 509.

Замѣтьте: съ увеличеніемъ числа сторонъ двухъ одноименныхъ правильныхъ многоугольниковъ, изъ которыхъ одинъ описанъ около круга, а другой вписанъ въ тотъ же кругъ, разность между периметрами соотвѣтствующихъ многоугольниковъ убываетъ, и такимъ образомъ можно достигнуть того, чтобъ разность между двумя соотвѣтствующими периметрами оказалась меньше какого угодно, напередъ заданнаго, сколь угодно малаго, отрѣзка прямой.

510. Выполните точную копію съ чертежа этого нумера, въ которомъ радіусъ круга равенъ 35 миллиметрамъ, а числа 10, 20, 30 и т. д. обозначаютъ сколько, приблизительно, миллиметровъ содержится въ дугѣ, считая отъ того конца радіуса, который обозначенъ цифрою *О*; этотъ конецъ, въ то же время, представляетъ собою начало и конецъ окружности. | Узнайте,



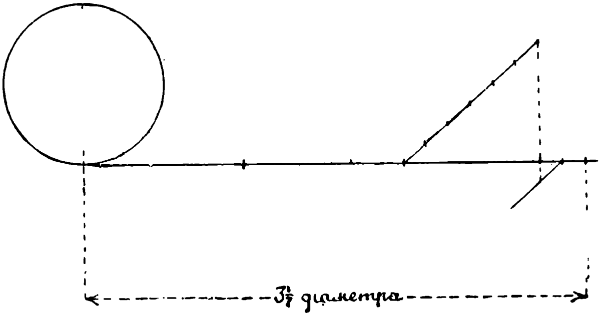
Къ № 510.

во сколько разъ приблизительная длина окружности больше длины діаметра. | Начертите окружность круга на бумагѣ, разлинованной мелкими квадратами, принявъ за центръ вершину одного изъ квадратовъ, а за радіусъ—отрѣзокъ прямой, на которомъ построено цѣлое число квадратовъ; примите сторону одного квадрата за хорду окружности и отложите дугу этой хорды въ окружности столько разъ, сколько это возможно; узнайте, во сколько, приблизительно, разъ периметръ многоугольника, такимъ образомъ вписаннаго въ кругъ, больше его діаметра, принявъ при этомъ сторону квадрата за единицу. | Выполните нѣсколько чертежей въ родѣ относящихся къ этому нумеру, и постарайтесь для каждой окружности опредѣлить приблизительно, съ точностью до одной сотой доли единицы, отношеніе длины периметра мысленно вписаннаго вами въ кругъ многоугольника къ длинѣ діаметра; чтобы не приходилось измѣрять діаметровъ, за діаметръ принимайте всякій разъ такой длины прямую, которая содержитъ какое-нибудь цѣлое число мелкихъ единицъ длины или другихъ мелкихъ долей этой прямой; хорды укладывайте по возможности незначительной длины и, какъ только вы отложили ихъ нѣсколько штукъ, начиная отъ какой-нибудь точки окружности, отложите дугу, равную суммѣ соотвѣтствующихъ дугъ этихъ хордъ, цѣликомъ на остающейся дугѣ окружности столько разъ, сколько это возможно; на остаткѣ же отложите прежнія мелкія дуги.

Замѣтьте: чѣмъ мельче дуги, откладываемыя на окружности круга, тѣмъ периметръ воображаемаго вписаннаго многоугольника, стороны котораго должны быть хордами этихъ дугъ, будетъ ближе къ той величинѣ, которую имѣютъ въ виду, когда говорятъ о длинѣ окружности. | Какимъ бы радіусомъ ни былъ описанъ кругъ, длина его окружности больше длины его діаметра приблизительно въ $3\frac{1}{7}$ или 3,14 раза. |

Точно выразить отношеніе длины окружности къ длинѣ ея діаметра невозможно. | Съ помощью линейки и циркуля невозможно начертить прямую линію такой длины, чтобы эта длина навѣрное и точно равнялась длинѣ окружности какого-нибудь круга; то же самое выражаютъ иначе, говоря, что распрямленіе („ректификація“) окружности круга невозможно. | Какимъ бы большимъ радіусомъ ни была описана окружность круга, въ него всегда можно вписать и около него описать правильные многоугольники съ такимъ числомъ сторонъ, чтобы разность между периметрами обоихъ многоугольниковъ была меньше какой угодно доли радіуса этого круга. | Точно такъ же можно во всякій кругъ вписать и около него описать такіе правильные многоугольники, чтобы разность между длиною периметра многоугольника и длиною окружности было менѣе длины какой угодно доли радіуса.

511. Начертить окружность; изъ точки, взятой на этой окружности, провести касательную и на ней отъ точки касанія отложить прямую, которой длина приблизительно равна длинѣ окружности круга. | Выполнить чертежъ, относящійся къ этому нумеру.



Къ № 511.

Замѣтьте: болѣе точно, а именно съ точностью до 0,0001 доли единицы, отношеніе длины окружности круга къ длинѣ его діаметра равно 3,1416; это число легко запомнить. | Еще точнѣе это отношеніе равно

3,1415927. | Вычислить совершенно точно отношеніе длины окружности къ длинѣ ея діаметра невозможно. | Отношеніе это обозначаютъ обыкновенно греческой буквой π, начальной буквою греческаго слова „периферія“. | Чтобы приблизительно вычислить длину окружности круга, надо длину ея радіуса удвоить, а полученное число помножить на $3\frac{1}{7}$ или на 3,14, или на 3,1416,—смотря по тому, какая требуется степень точности.

512. Пусть радіусъ какого-либо круга равняется 5-ти аршинамъ; чему равна длина его окружности? | Вычислить длину окружности круга, радіусъ котораго равенъ 100 футамъ. | Вычислить длину окружности земного экватора, если считать, что длина земного радіуса 6000 верстъ, и если считать, что отношеніе длины окружности круга равно 3,14. | Измѣрить діаметръ какой-нибудь монеты, вычислить длину ея окружности и провѣрить, насколько это вычисленіе сходится съ длиною окружности той же монеты, если ее вплотную обернуть по ея краю бумажной лентой. | Сдѣлать такіе опыты и вычисленія со стаканомъ, блюдечкомъ и другими круглыми предметами.

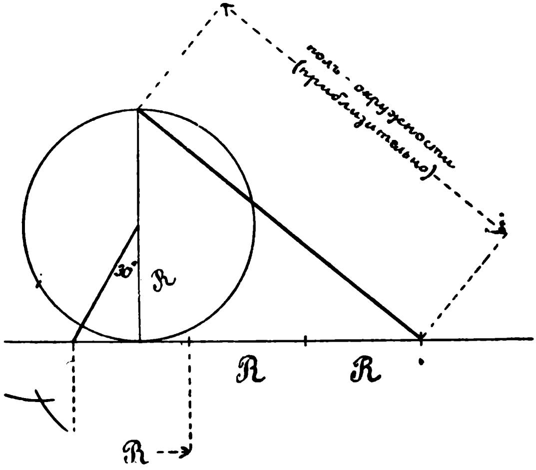
Замѣтьте: если длина окружности круга содержитъ R единицъ длины, а буква π означаетъ отношеніе длины окружности круга къ длинѣ его діаметра, то число единицъ длины, содержащихся въ окружности круга, равно

$$2R.\pi \text{ или } 2\pi R;$$

если вмѣсто буквы π взять приблизительное значеніе этого числа, то число единицъ длины, содержащихся въ окружности круга, равно (см. выше):

$$2R.3\tfrac{1}{7}, \text{ или } 2R.3{,}14, \text{ или } 2R.3{,}1416.$$

512а. Начертить окружность какого-нибудь круга, провести его вертикальный діаметръ, изъ конца его провести касательную вправо, изъ центра провести радіусъ налѣво подъ угломъ въ 30⁰ съ радіусомъ, перпендикулярнымъ къ касательной; продолжить проведенный радіусъ до пересѣченія съ продолженіемъ касательной; отъ этого пересѣченія отложить на касательной прямую, равную утроенному радіусу, и соединить верхнюю точку вертикальнаго діаметра съ концомъ отложенной прямой. | Длина гипотенузы полученнаго прямоугольнаго треугольника равна (приблизительно, съ точностью до одной десятитысячной) длинѣ полуокружности начерченнаго круга[1]).



Къ № 512б.

***512б.** Начертить окружность круга, вычислить, сколько, приблизительно, градусовъ содержится въ такой дугѣ, которой длина равна длинѣ радіуса этого круга. (Намекъ: длина одного градуса этой окружности въ 360 разъ меньше, чѣмъ $2\pi R$).

Замѣтьте: центральный уголъ, въ которомъ длина дуги равна длинѣ радіуса, называется радіаномъ. | Приблизительно величина радіана въ градусахъ

---

[1]) Это построеніе прямой, которой длина приблизительно равна длинѣ полуокружности, придумано Кохансkимъ, жившимъ въ XVII вѣкѣ.

равна 57°,27; болѣе точно уголъ, называемый радіаномъ, содержитъ

$$57°17'44'',8.$$

Радіанъ принимаютъ часто за единицу при измѣреніи угловъ, и въ этомъ смыслѣ говорятъ, что уголъ равенъ $1^1/_2$, если онъ въ полтора раза больше радіана, что уголъ равенъ 2, если онъ равенъ двумъ радіанамъ, что уголъ равенъ 0,716 радіана, и т. д.

***512в.** Сколько радіановъ содержится въ прямомъ углѣ? (Намекъ: длина одного градуса дуги равна

$$\frac{2\pi R}{360},$$

а длина дуги радіана равна R). | Сколько радіановъ содержится въ углѣ, который равенъ 360°? | Сколько радіановъ въ углѣ, равномъ суммѣ двухъ прямыхъ угловъ? | Сколько радіановъ въ одномъ прямомъ углѣ?

Замѣтьте: иногда говорятъ, что прямой уголъ равенъ

$$\frac{\pi}{2},$$

это можно и надо понимать только въ томъ смыслѣ, что въ прямомъ углѣ содержится радіановъ столько, сколько отвлеченныхъ единицъ содержится въ половинѣ отвлеченнаго числа π.

***512г.** Выразить въ зависимости отъ числа π углы въ 30°, въ 45°, въ 60°, въ 75°, въ 25°, въ 15°, въ 120°, въ 135° и въ 150°. (Намекъ: прямой уголъ, въ зависимости отъ числа π, выражается въ видѣ дроби, которая равна половинѣ числа π).

Замѣтьте: число радіановъ въ углѣ называютъ иногда также отвлеченною мѣрою угла.

512д. Начертить три круга, въ которыхъ радіусъ одного въ 2 раза больше радіуса второго, а радіусъ третьяго въ 4 раза меньше радіуса перваго, и отдать себѣ отчетъ въ томъ, во сколько разъ длина окружности второго круга больше и во сколько разъ длина окружности третьяго круга меньше длины окружности перваго.

Замѣтьте: всѣ круги подобны одинъ другому; длина любой окружности относится къ длинѣ другой окружности точно такъ же, какъ радіусъ первой окружности относится къ радіусу второй, т.-е. длина всякой окружности прямо пропорціональна длинѣ ея радіуса. | Когда говорятъ, что длина окружности пропорціональна длинѣ ея радіуса, то коэффиціентъ пропорціональности этихъ длинъ равенъ 2π, приблизительно 6,28.

***512е.** Въ географической милѣ 7420,44 метра, діаметръ земного экватора содержитъ 1718,87 географическихъ миль; вычислить чему равна въ метрахъ длина окружности экватора, если принять, что

$$\pi = 3{,}14159.$$

Отдать себѣ отчетъ въ томъ, какія доли метра выражаетъ послѣдняя цифра полученнаго числа. | Полагая, въ круглыхъ числахъ, что въ географической милѣ 7420 метровъ, что въ діаметрѣ земного экватора 1719 географическихъ миль, а

$$\pi = 3{,}14,$$

вычислить длину окружности экватора и отдать себѣ отчетъ въ томъ, какъ велика разность между ранѣе вычисленною длиною окружности экватора и только-что вычисленной и сколько, приблизительно, процентовъ этой послѣдней составляетъ эта разность.

512ж. Измѣрить длину радіусовъ всѣхъ круговъ, выполненныхъ въ первомъ чертежѣ № 192а (стр. 101) и вычислить какой длины путь сдѣлалъ по бумагѣ пишущій конецъ циркуля—при построеніи этой фигуры. | Тотъ же вопросъ разрѣшить относительно фигуры-2-й чертежа № 214а (стр. 131).

512з. Измѣрить діаметръ окружностей № 81 (стр. 41) и вычислить длину каждой изъ нихъ, длину послѣдней волнистой линіи на стр. 43 (№ 85а), длину контуровъ первыхъ двухъ оваловъ № 148г, спирали № 148д (стр. 70), спирали № 148д и яйцевиднаго овала № 148е (стр. 71).

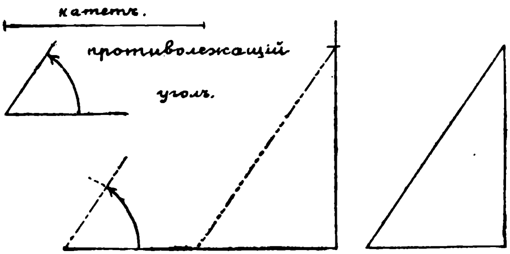
512и. Измѣрить радіусы различныхъ монетъ и вычислить отношенія длины окружности каждой изъ нихъ къ длинѣ каждой изъ остальныхъ окружностей.

§ 8. Рѣшеніе нѣкоторыхъ задачъ на построеніе.

Предварительное замѣчаніе: въ прямоугольномъ треугольникѣ у вершины прямого угла чаще всего ставятъ букву A, и гипотенузу соотвѣтственно этому обозначаютъ буквою a; въ равнобедренномъ треугольникѣ ставятъ букву C у вершины угла, образованнаго одинаковыми сторонами треугольника, и соотвѣтственно этому — основаніе равнобедреннаго треугольника обозначаютъ буквою c. | Запись $a = 37$ и $b = 15$ для прямоугольнаго треугольника обозначаетъ, что длина гипотенузы равна 37 единицамъ длины (метрамъ, цм., аршинамъ и т. п.), а длина катета равна 15 такимъ же единицамъ. | Во всякомъ треугольникѣ и длину стороны, противолежащей углу A, обозначаютъ буквою a (малою), длину стороны, противолежащей углу B, обозначаютъ буквою b, и буквою c — длину стороны, противолежащей углу C. | Кромѣ того, иногда длину сторонъ AB, BC и т. д. обозначаютъ тѣми же буквами, снабдивъ эти обозначенія сверху чертою, т.-е. такъ: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ и т. д.

514. Построить прямоугольный треугольникъ по данному его катету и противолежащему ему углу.

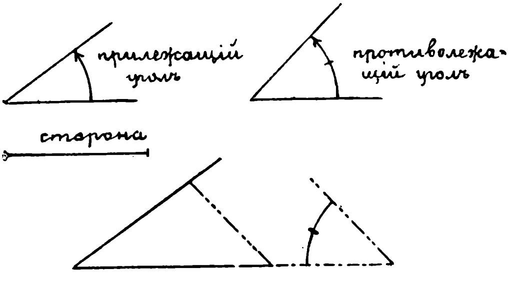
***514а.** Вычислить оба катета прямоугольнаго треугольника, въ которомъ гипотенуза $a = 37$ мм., а $\angle C = 35°$. | Вычислить длину стороны правильнаго пятиугольника, котораго радіусъ равенъ 10 цм. (Намекъ: изъ центра правильнаго пятиугольника опустите перпендикуляръ на одну изъ его сторонъ, соедините



Къ № 514.

центръ съ однимъ изъ концовъ этой стороны и вычислите, сколько градусовъ въ углѣ, образованномъ перпендикуляромъ и радіусомъ). | Вычислить длину стороны вписаннаго въ кругъ квадрата, котораго радіусъ равенъ 40 цм. | Вычислить сторону квадрата, котораго діагональ содержитъ 10 вершковъ. | Вычислить гипотенузу прямоугольнаго треугольника, если катетъ его равенъ 20, а острый уголъ, къ нему прилежащій, равенъ 48°; вычислить другой катетъ.

***514б.** Вычислите приблизительно сторону правильнаго тридцатишестиугольника, радіусъ котораго равняется одному дециметру; затѣмъ вычислите длину периметра этого многоугольника, опредѣлите, во сколько разъ длина этого периметра больше длины его діаметра, и на сколько это отношеніе отличается отъ числа 3,14, выражающаго приблизительное значеніе числа π.



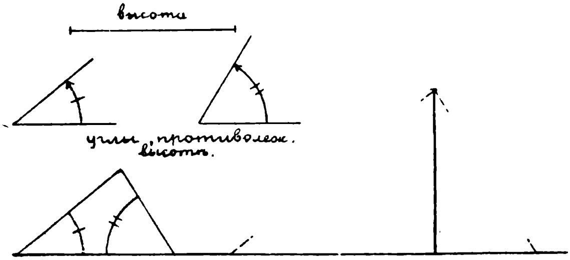
Къ № 514в.

514в. Построить треугольникъ по сторонѣ, прилежащему къ ней углу и углу, ей противолежащему.

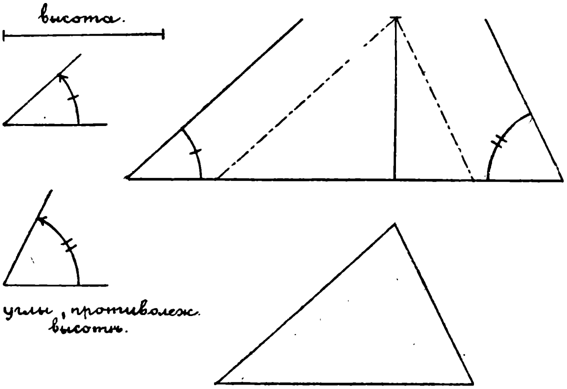
516. Построить остроугольный треугольникъ по высотѣ и двумъ угламъ, къ ней прилежащимъ.

***516а.** Построить треугольникъ, въ которомъ высота равна 10 цм., одинъ изъ прилежащихъ къ ней угловъ содержитъ 28°, а другой—34°. | Вычислить обѣ стороны, образующія уголъ, изъ вершины котораго опущенъ перпендикуляръ, и обѣ части основанія.

518. Построить треугольникъ по высотѣ и обоимъ угламъ, ей противолежащимъ въ треугольникѣ. (См. чертежи этого нумера).



Къ № 518.



Къ № 518.

***518а.** Высота треугольника равна 20 дюймамъ; одинъ изъ угловъ, противолежащихъ въ треугольникѣ этой высотѣ, равенъ 70°, другой—50°. | Вычислить стороны этого треугольника.

519. Построить треугольникъ, въ которомъ высота содержитъ 15 мм., одинъ изъ противолежащихъ ей угловъ содержитъ 30°, а другой—45°.

***519а.** Вычислить стороны этого треугольника.

520. Построить равнобедренный треугольникъ, въ которомъ перпендикуляръ, опущенный изъ одного конца основанія на противолежащую ему сторону, равенъ 35 мм., а уголъ при основаніи равенъ 72°.

***520а.** Вычислить всѣ элементы треугольника предыдущей задачи.

Замѣтьте: часто говорятъ: „рѣшить треугольникъ“ вмѣсто того, чтобы говорить, что надо вычислить неизвѣстные элементы треугольника.

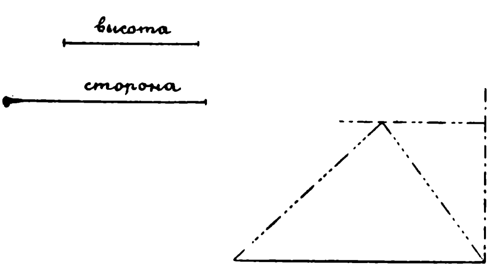
521. Построить равнобедренный треугольникъ по основанію и высотѣ его.

522. Построить равнобедренный треугольникъ по основанію и углу при вершинѣ.

Замѣтьте: часто говорятъ, что окружность есть геометрическое мѣсто точки, лежащей въ данной плоскости и находящейся на данномъ разстояніи отъ нѣкоторой неподвижной точки, данной въ той же плоскости; такъ говорятъ вмѣсто того, чтобы сказать, что всякая точка окружности находится на данномъ разстояніи отъ данной точки, взятой въ той же плоскости, а всякая точка послѣдней, не лежащая на этой окружности, находится на другомъ разстояніи отъ данной точки. | Если въ плоскости дана конечная прямая и чрезъ середину ея проведена въ той же плоскости прямая, перпендикулярная къ данной конечной прямой, то эта перпендикулярная прямая есть геометрическое мѣсто точки, находящейся въ той же плоскости и отстоящей отъ концовъ данной конечной прямой на одинаковомъ разстояніи; такъ говорятъ вмѣсто того, чтобы говорить, что всякая точка этой перпендикулярной прямой находится на одинаковомъ разстояніи отъ концовъ данной прямой, и что всякая точка въ той же плоскости, не лежащая на этомъ перпендикулярѣ, не находится отъ концовъ данной конечной прямой на одинаковомъ разстояніи. | Биссектриса угла есть геометрическое мѣсто точки, находящейся отъ сторонъ этого угла на одинаковомъ разстояніи. | Окружность круга, діаметръ котораго совпадаетъ съ данной конечной прямой въ плоскости, есть геометрическое мѣсто вершины прямого угла, лежащаго въ той же плоскости и опирающагося на эту конечную прямую, или, какъ говорятъ иначе,— геометрическое мѣсто точки, изъ которой конечная прямая, данная въ той же плоскости, видна подъ прямымъ угломъ. | Дуга кругового сегмента, вмѣщающаго данный уголъ (см. № 440з), есть геометрическое мѣсто той точки, изъ которой хорда сегмента видна подъ этимъ угломъ.

524. Начертить прямую и такую къ ней параллельную, чтобы разстояніе ея отъ первой прямой равнялось 5 цм.

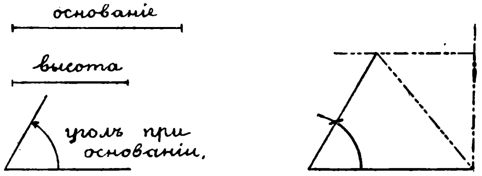
Замѣтьте: прямая, параллельная къ данной прямой, есть геометрическое мѣсто точки, находящейся на данномъ разстояніи отъ данной прямой и лежащей по ту или иную сторону этой прямой.



Къ № 524а.

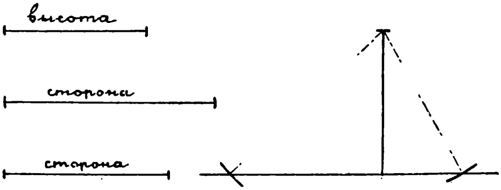
524а. Построить треугольникъ по слѣдующимъ даннымъ: основаніе равно нѣкоторой данной прямой, высота—другой прямой, и одна изъ остальныхъ двухъ сторонъ—третьей данной прямой. | Всегда ли эта задача разрѣшима? | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, пришлось ли вамъ при рѣшеніи этой задачи пользоваться тѣмъ, что прямая, параллельная къ другой прямой, есть геометрическое мѣсто точки, обладающей нѣкоторымъ особеннымъ свойствомъ.

526. Построить треугольникъ по основанію, высотѣ и одному изъ угловъ, противолежащихъ высотѣ. | Всегда ли эта задача разрѣшима? (Данный уголъ долженъ быть острымъ, потому что ни тупой, ни прямой уголъ не могутъ лежать противъ высоты треугольника). | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, не пользовались ли вы прямою, параллельною къ основанію, какъ геометрическимъ мѣстомъ точки, обладающей нѣкоторымъ особеннымъ свойствомъ.



Къ № 526.

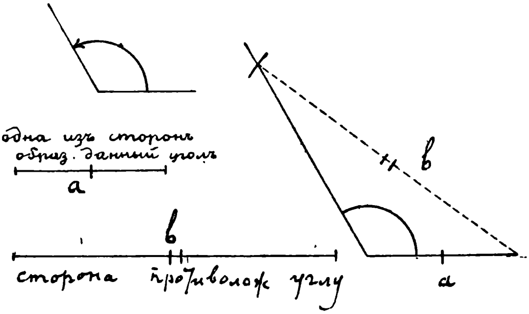
527. Построить треугольникъ по двумъ сторонамъ и высотѣ, опущенной на третью. | Всегда ли эта задача возможна? (Каждая изъ данныхъ сторонъ должна быть больше высоты). | Сколько рѣшеній? (Если данныя двѣ стороны равны между собою—одно; въ противномъ случаѣ—два: одинъ треугольникъ остроугольный, а другой — тупоугольный). | Начертить тупоугольный



Къ № 527.

треугольникъ, удовлетворяющій тѣмъ же условіямъ. | Не пользовались ли вы окружностью круга, какъ геометрическимъ мѣстомъ точки, удовлетворяющей извѣстнымъ условіямъ? | Если вы въ этомъ вопросѣ не можете разобраться, прочтите замѣчаніе, которымъ снабженъ № 522. | При рѣшеніи слѣдующихъ ниже задачъ вамъ слѣдуетъ всякій разъ отдавать себѣ отчетъ въ томъ, не пользовались ли вы окружностью и прямою, параллельною къ данной, какъ геометрическими мѣстами точекъ, удовлетворяющихъ какимъ-нибудь особеннымъ условіямъ.

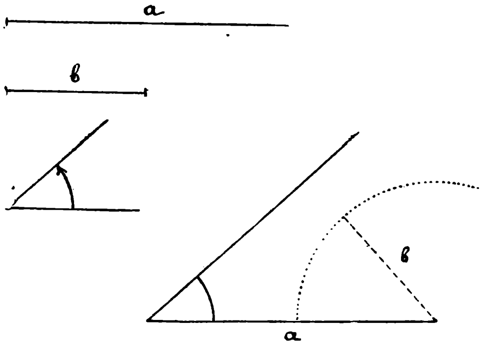
528. Построить треугольники по двумъ сторонамъ *a* и *b*, изъ которыхъ сторона *b* больше стороны *a*, и углу *B*, противолежащему большей изъ этихъ сторонъ. | Разсмотрѣть всѣ возможные случаи, какіе могутъ представиться при этомъ въ углахъ: данный уголъ можетъ быть острымъ, прямымъ и тупымъ. | Всегда ли задача разрѣшима? | Сколько рѣшеній въ каждомъ частномъ случаѣ? (Одно).



Къ № 528.

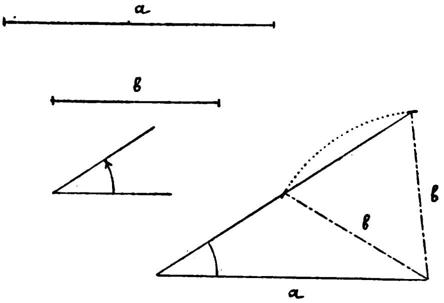
530. Построить треугольникъ по даннымъ двумъ неодинаковымъ сторонамъ его и углу, противолежащему меньшей изъ нихъ. | Что надо построить прежде всего? (Данный уголъ и большую сторону на одной изъ сторонъ угла).

1-ый случай: треугольникъ невозможенъ.



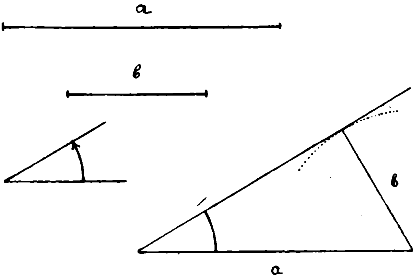
Къ № 530.

2-ой случай: такихъ треугольниковъ два.



Къ № 530.

3-ій случай: треугольникъ одинъ.



Къ № 530.

Замѣтьте: если требуется построить треугольникъ по двумъ неодинаковымъ сторонамъ его и углу, противолежащему большей изъ нихъ, то эта задача всегда разрѣшима, и у ней только одно рѣшеніе, т.-е. всѣ треугольники, удовлетворяющіе требованіямъ задачи, равны между собою. | Если требуется построить треугольникъ по двумъ неодинаковымъ сторонамъ его и углу, противолежащему меньшей изъ нихъ, то при этомъ возможны три случая: а) либо такого треугольника вовсе не существуетъ, б) либо такихъ треугольника два: одинъ — остроугольный, и ему равны всѣ остроугольные треугольники, удовлетворяющіе тѣмъ же условіямъ, а другой — тупоугольный, и ему равны всѣ тупоугольные треугольники, удовлетворяющіе тѣмъ же условіямъ, и в) либо такой треугольникъ только одинъ, притомъ прямоугольный, и ему равны и т. д.

530а. Построить три треугольника: $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ и $A_3B_3C_3$ по слѣдующимъ условіямъ:

$$a_1 = 40;\ b_1 = 50;\ \angle B_1 = 30^\circ$$
$$a_2 = 30;\ b_2 = 60;\ \angle B_2 = 85^\circ$$
$$a_3 = 20;\ b_3 = 40;\ \angle B_3 = 35^\circ.$$

530б. Чему равна высота треугольниковъ предыдущаго нумера, опущенная изъ вершины C на сторону c?

Замѣтьте: если требуется построить треугольникъ ABC по двумъ сторонамъ a и b, изъ которыхъ сторона b меньше, чѣмъ сторона a, и углу B, противолежащему меньшей сторонѣ b, и если буквою h обозначить длину высоты, опущенной изъ вершины C на сторону c, то могутъ представиться три случая:

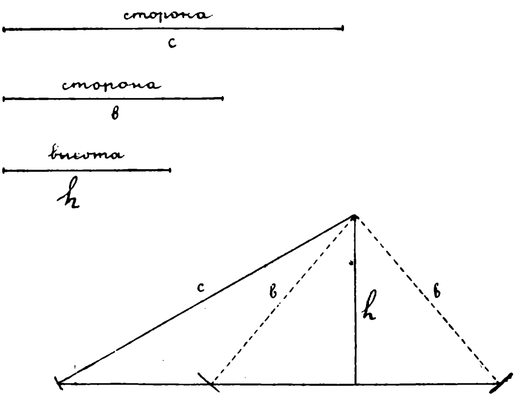
1) либо $b = h$; тогда треугольникъ, удовлетворяющій требованіямъ задачи, возможенъ, и онъ прямоугольный, въ которомъ сторона a—гипотенуза, а сторона b—катетъ;

2) либо $b > h$; тогда треугольникъ, удовлетворяющій требованіямъ задачи, возможенъ, но онъ можетъ быть либо остроугольнымъ, либо—тупоугольнымъ;

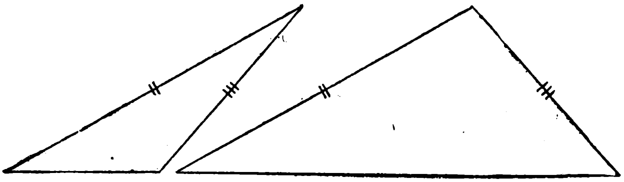
3) либо $b < h$; тогда треугольника, удовлетворяющаго требованіямъ задачи, не существуетъ.

***530в.** Вычислить величину h въ задачахъ подъ № 530а.

533. Построить треугольникъ по высотѣ и двумъ неодинаковымъ сторонамъ, выходящимъ изъ той же вершины, изъ которой опущена высота. | Эта задача допускаетъ два рѣшенія.



Къ № 533.



Къ № 533.

533а. Построить треугольникъ по слѣдующимъ условіямъ: основаніе его 25 цм., одинъ изъ прилежащихъ къ нему угловъ равенъ 120°, другой 25°.

***533б.** Начертить оси координатъ; во второмъ квадрантѣ взять точку M; соединить начало координатъ съ точкой M; найти проекцію прямой OM на ось ординатъ; провести въ первомъ квадрантѣ прямую OM', симметричную съ OM, принявъ ось ординатъ за ось симметріи.

Замѣтьте: если уголъ XOM тупой, то за синусъ этого угла принимаютъ отношеніе длины проекціи прямой OM на ось ординатъ къ длинѣ прямой OM. | Синусъ тупого угла XOM равенъ синусу остраго угла XOM', если тупой уголъ XOM больше, чѣмъ прямой, на такой же уголъ, на какой уголъ XOM' меньше, чѣмъ прямой; т.-е:

$\sin 91^\circ = \sin 89^\circ$; $\sin 98^\circ = \sin 88^\circ$; $\sin 93^\circ = \sin 87^\circ$ и т. д.

$\sin 101^\circ = \sin 79^\circ$; $\sin 102^\circ = \sin 78^\circ$; $\sin 103^\circ = \sin 78^\circ$ и т. д., и вообще

$$\sin (90^\circ + n^\circ) = \sin (90^\circ - n^\circ);$$

равенство это справедливо и для случая, когда $n = 90$, и тогда

$$\sin 180^\circ = \sin 0^\circ = 0.$$

***533в.** На основаніи таблицы синусовъ, приложенной къ этой книгѣ (стр. 343), вычислить, чему равны синусы угловъ въ 110°, въ 120°, въ 145°, въ 178°, въ 169°, въ 150°.

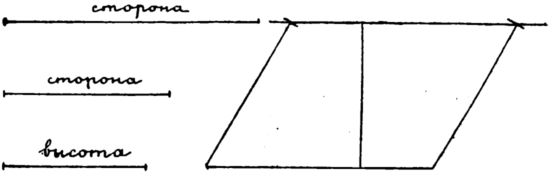
***533г.** Повторить упражненіе № 444н,—построить какой-нибудь тупоугольный треугольникъ BOC, гдѣ $\angle 0$ тупой, сторона OB совпадаетъ съ осью абсциссъ, и разобраться въ томъ, чему равенъ синусъ угла BOC. | Изъ вершины C опустить перпендикуляръ h на продолженіе стороны BO и разобраться въ томъ, чему равны отношенія

$$h : \overline{BC},\ h : \overline{OC} \text{ и } h : \overline{BC}.$$

Замѣтьте: въ тупоугольномъ треугольникѣ, какъ и въ остроугольномъ, всякія двѣ стороны тоже относятся между собою, какъ синусы противолежащихъ имъ угловъ.

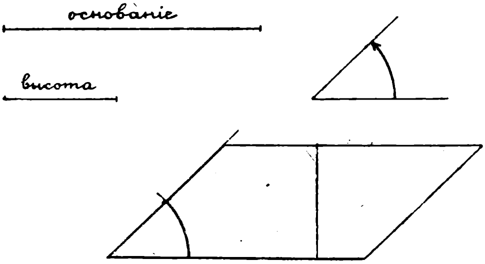
***533д.** „Рѣшить“ треугольникъ, въ которомъ сторона $a = 25$ цм., $\angle B = 100^\circ$ и $\angle C = 42^\circ$. | Рѣшить треугольникъ, который требуется построить въ № 533а.

534. Построить параллелограммъ по высотѣ и взаимно непараллельнымъ двумъ его сторонамъ.



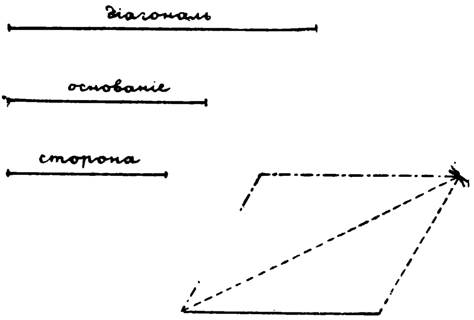
Къ № 534.

536. Построить параллелограммъ по основанію, одному изъ угловъ и высотѣ.



Къ № 536.

538. Построить параллелограммъ по діагонали и двумъ непараллельнымъ сторонамъ.

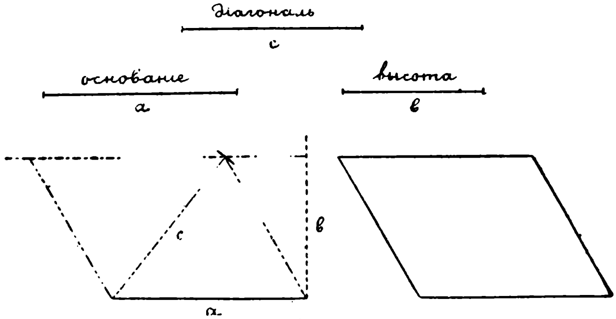


Къ № 538.

540. Построить параллелограммъ по сторонѣ, діагонали и углу между ними.

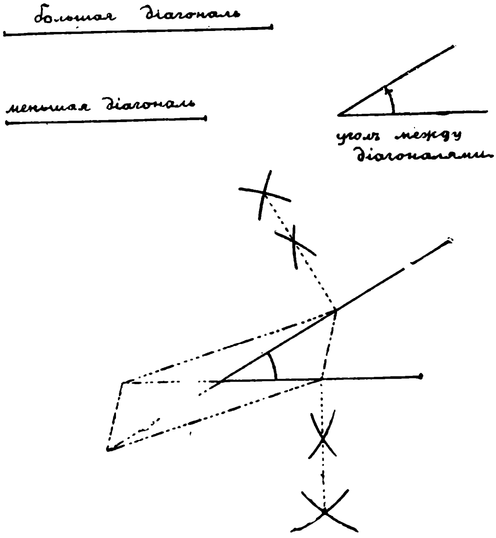
542. Построить параллелограммъ по діагонали и двумъ угламъ, къ ней прилежащимъ. | Сколько случаевъ?

544. Построить параллелограммъ по его діагонали, высотѣ и основанію.



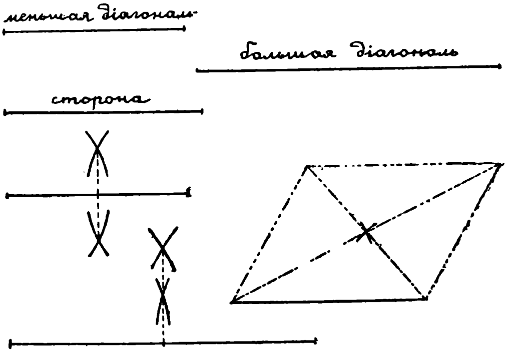
Къ № 544.

546. Построить параллелограммъ по двумъ діагоналямъ и одному изъ угловъ между ними.



Къ № 546.

547a. Построить параллелограммъ по сторонѣ и діагоналямъ его.

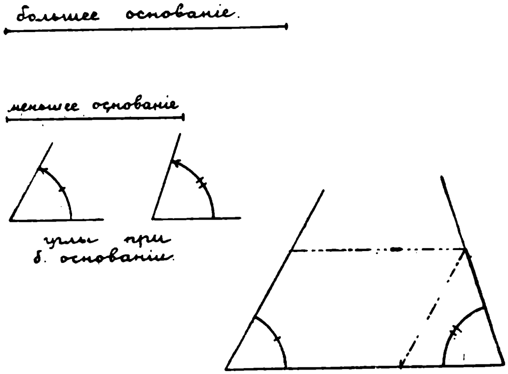


Къ № 547a.

549. Построить трапецію по одному основанію, одной діагонали и двумъ непараллельнымъ сторонамъ. |

550. Построить трапецію по двумъ ея основаніямъ, одной діагонали и высотѣ.

552. Построить трапецію по обоимъ основаніямъ и двумъ угламъ, прилежащимъ къ большему изъ нихъ.



Къ № 552.

553. Начертить равнобочную трапецію и безъ помощи циркуля, а только съ помощью линейки, раздѣлить ея параллельныя стороны пополамъ. (Намекъ: провести ея діагонали и продолжить ея непараллельныя стороны до взаимнаго пересѣченія).

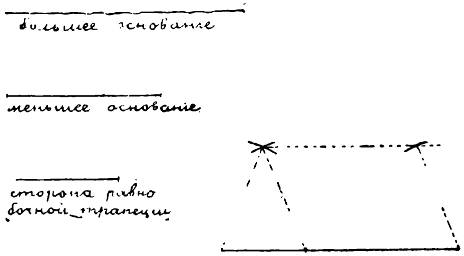
554. Начертить равнобочную трапецію, въ которой одинъ изъ угловъ при большемъ основаніи равенъ 60°, одна изъ этихъ сторонъ 30 мм., а другая 25 мм.

***555.** Вычислить длину одной изъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи предыдущаго нумера.

556. Начертить трапецію, въ которой большее основаніе равно 8 цм., одинъ изъ угловъ при этомъ основаніи 60°, другой—30°, а высота 45 мм.

***556a.** Вычислить всѣ остальные элементы трапеціи предыдущаго нумера. (Намекъ: изъ концовъ меньшей стороны трапеціи провести высоты трапеціи).

558. Построить равнобочную трапецію по основаніямъ и одной изъ остальныхъ сторонъ.

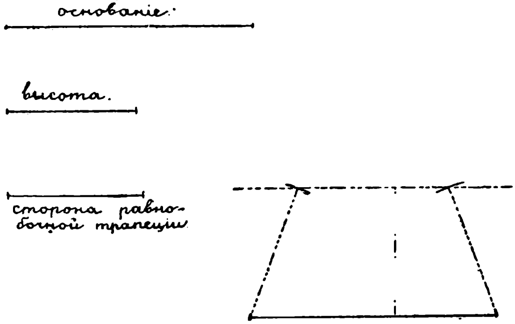


Къ № 558.

560. Построить равнобочную трапецію по основанію, одному углу и одной изъ непараллельныхъ сторонъ. | Могутъ ли этимъ условіямъ удовлетворять различныя трапеціи?

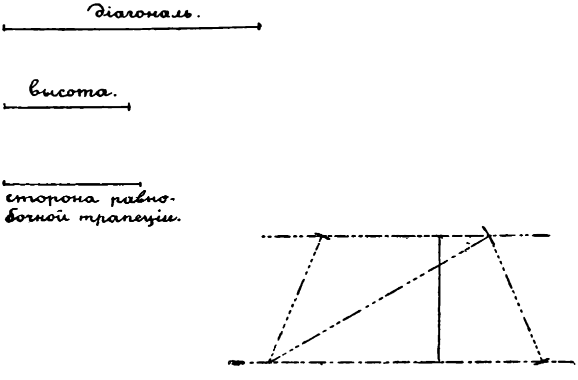
562. Построить равнобочную трапецію по одному основанію, одной изъ равныхъ ея сторонъ и высотѣ. |

Сколько рѣшеній у этой задачи? | Если ихъ два—выполнить оба.



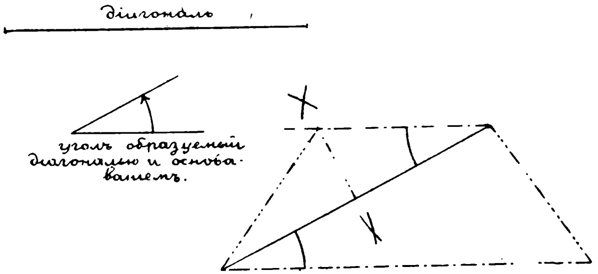
Къ № 562.

564. Построить равнобочную трапецію по діагонали, высотѣ и одной изъ непараллельныхъ сторонъ этой трапеціи.



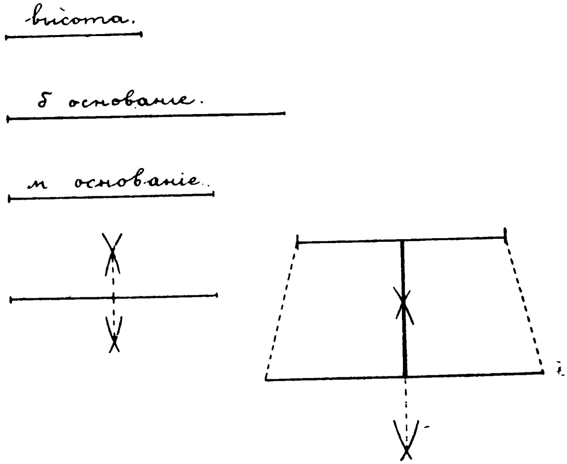
Къ № 564.

566. Построить равнобочную трапецію по слѣдующимъ условіямъ: меньшее основаніе равно каждой изъ непараллельныхъ сторонъ, а даны: діагональ и уголъ, образованный діагональю съ большимъ основаніемъ.



Къ № 566.

569. Даны высота и оба основанія равнобочной трапеціи; построить эту трапецію.



Къ № 569.

569а. Построить два подобныхъ треугольника п сторонѣ одного изъ нихъ и сходственной сторон другого. | Построить два подобныхъ треугольника п сторонѣ одного, по соотвѣтствующей сторонѣ другог и одному углу, прилежащему къ каждой изъ этих сторонъ. | Построить два подобныхъ треугольника п сторонѣ одного изъ нихъ, по соотвѣтствующей сто ронѣ другого и двумъ угламъ, прилежащимъ къ этим сторонамъ. | Разобраться въ томъ, сколько рѣшеній у каждой изъ задачъ этого нумера.

571. Построить два подобныхъ треугольника при условіи, что стороны одного изъ нихъ относятся къ соотвѣтствующимъ сторонамъ другого, какъ 5 : 3. | Построить еще два треугольника при тѣхъ же условіяхъ; подобны эти послѣдніе треугольники прежнимъ двумъ?

571а. Начертите какой-нибудь треугольникъ *ABC;* изъ вершины *A* проведите лучъ, не совпадающій ни съ одной изъ сторонъ треугольника и не параллельный къ сторонѣ, противолежащей этой вершинѣ; отложить на этомъ лучѣ отъ начала его какой-нибудь небольшой отрѣзокъ 12 разъ; конецъ 12-го дѣленія обозначьте буквой *S*; соедините точку *S* съ остальными вершинами *B* и *C* треугольника *ABC*; седьмую точку дѣленія (считая отъ вершины *A*) обозначьте буквою *a;* изъ точки *a* проведите прямую *ab*, параллельную къ *AB*, до пересѣченія съ лучомъ *SB*, и прямую *ac*, параллельную *AC*, до пересѣченія съ лучомъ *SC*; точки *b* и *c* соедините прямою линіею *bc*. | Отдайте себѣ отчетъ въ томъ, что это за треугольники *ABC* и *abc*, и чему равны отношенія

$$AB : ab,\ AC : ac \text{ и } BC : bc?$$

571б. Начертить два обратно-гомотетичныхъ треугольника, только подобныхъ другъ другу, и третій, обратно-гомотетичный, совмѣстимый съ первымъ.

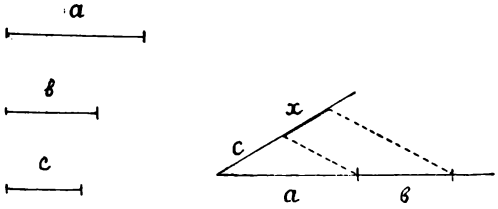
573. Построить два подобныхъ четыреугольника при условіи, что стороны одного изъ нихъ относятся къ соотвѣтственнымъ сторонамъ другого, какъ 4 : 7.

575. Построить два подобныхъ пятиугольника при условіи, что стороны одного изъ нихъ относятся къ сходственнымъ сторонамъ другого, какъ 4 : 5. | Построить еще два подобныхъ многоугольника, удовлетворяющихъ тому же условію. | Должны ли быть многоугольники первой пары порознь подобны многоугольникамъ второй пары? (Не должны).

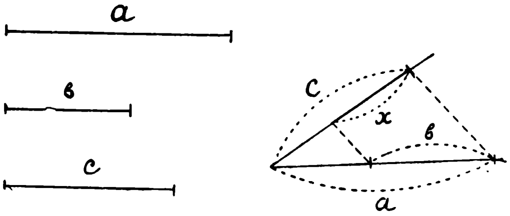
577. Начертить четвертую пропорціональную даннымъ тремъ конечнымъ прямымъ a, b и c, т.-е. такую прямую x, которая въ пропорціи

$$a:b=c:x$$

занимала бы четвертое мѣсто.



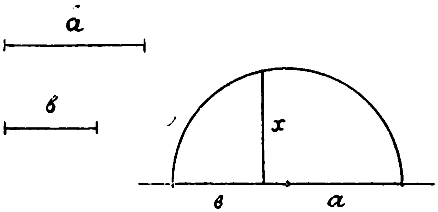
Къ № 577.



Къ № 577.

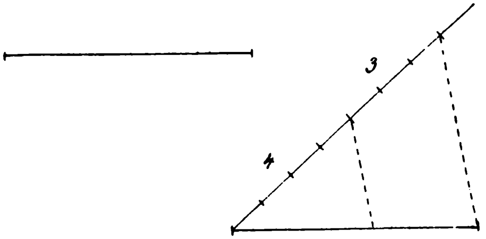
580. Начертить среднюю пропорціональную между прямыми a и b, т.-е. такую прямую x, которая удовлетворяла бы пропорціи

$$a:x=x:b.$$



Къ № 580.

580а. Раздѣлить данную прямую на двѣ части, которыхъ отношеніе было бы равно 4 : 3.



Къ № 580а.

580б. Начертить въ одной и той же плоскости два разныхъ круга, одинъ внѣ другого; соединить прямою центръ бо̀льшаго круга съ центромъ меньшаго и продолжить эту прямую въ томъ же направленіи за предѣлы меньшаго круга; изъ центра одного круга провести какой-нибудь радіусъ, не перпендикулярный къ линіи центровъ обѣихъ окружностей; изъ центра другого круга провести радіусъ ему параллельный и имѣющій то же направленіе; соединить концы этихъ двухъ радіусовъ прямою и продолжить ее до пересѣченія съ продолженною линіею центровъ. | Сдѣлайте такой же чертежъ, но съ той разницей, чтобы взаимно-параллельные радіусы имѣли прямо противоположныя направленія.

Замѣтьте: всякіе два круга, лежащіе въ одной и той же плоскости, не только подобны одинъ другому, но и гомотетичны, если направленія ихъ окружностей одинаковы, и обратно-гомотетичны, если направленія ихъ окружностей различны; центры ихъ гомотетіи представляютъ собою точки пересѣченія линіи ихъ центровъ съ прямыми, соединяющими концы двухъ параллельныхъ радіусовъ. | Иногда говорятъ, что кругъ представляетъ собою правильный многоугольникъ съ безчисленнымъ множествомъ сторонъ;

это надо понимать въ томъ смыслѣ, что хотя кругъ не многоугольникъ, но съ увеличеніемъ числа сторонъ правильнаго многоугольника, просвѣты между его сторонами и ихъ дугами дѣлаются все меньше и меньше, и многоугольникъ все больше. и больше покрываетъ занимаемую кругомъ часть плоскости, а контуръ многоугольника становится все ближе и ближе къ тому, чтобы слиться съ окружностью круга, хотя никогда не можетъ слиться съ нею. | Въ этомъ же смыслѣ говорятъ, что окружность круга состоитъ изъ безконечно-большого числа безконечно-малыхъ отрѣзковъ прямой линіи.

580в. Разобраться въ гомотетіи двухъ различныхъ круговъ, которыхъ взаимное положеніе иное, чѣмъ въ предыдущемъ нумерѣ.

580г. Начертить въ одной плоскости два круга .одинаковаго радіуса и провести общую къ нимъ касательную. | Разобраться въ томъ, когда задача допускаетъ только три касательныя, и когда — четыре. | Начертить въ одной плоскости два круга съ различными радіусами и провести къ нимъ общую касательную. (Намекъ: найти сначала центръ ихъ гомотетіи). | Разобраться въ томъ, когда у нихъ только одна касательная, когда двѣ касательныя, когда—три и когда—четыре.)

580д. Начертить окружность круга, раздѣлить его радіусъ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи; сдѣлать бо̀льшую часть радіуса, полученную такимъ образомъ, хордою окружности, снабдить концы этой хорды буквами *A* и *B*, а центръ круга — буквою *O*, соединить центръ съ точками *A* и *B*; считая, что прямая *AB* представляетъ собою сторону правильнаго многоугольника, вписаннаго въ этотъ кругъ, вычислить, сколько градусовъ въ каждомъ изъ угловъ треугольника *AOB*; уголъ *B* этого треугольника раздѣлить пополамъ и продолжить биссектрису до встрѣчи съ радіусомъ *OA* въ точкѣ *M*; разобраться въ томъ, не подобны ли треугольники *AOB* и *MAB*; изъ подобія этихъ треугольниковъ, если они подобны, вывести такую пропорцію, чтобы изъ нея видно было, что сторона *AB* правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ кругъ даннаго радіуса, равна большей части радіуса, раздѣленнаго въ среднемъ и крайнемъ отношеніи. (Намекъ: не упустите изъ виду, что треугольники *AOB*, *MAB* и *OMB*—треугольники равнобедренные).

***580е.** Вычислить длину стороны правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ кругъ, радіусъ котораго равенъ 1 метру. | Вычислить длину стороны правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ кругъ, радіусъ котораго равенъ 1 аршину.

***580ж.** Вычислить длину стороны правильнаго треугольника, стороны квадрата, стороны правильнаго шестиугольника, стороны правильнаго пятиугольника и стороны правильнаго десятиугольника, если радіусъ круга, описаннаго около этихъ многоугольниковъ, равенъ метру.

Замѣтьте: съ увеличеніемъ радіуса, сторона правильнаго многоугольника съ даннымъ числомъ сторонъ увеличивается во столько же разъ; при радіусѣ, длина котораго равна одной единицѣ длины, справедливы (приблизительно) слѣд. равенства:

сторона прав. тр—ка = 1,732
4—уг. = 1,414
5—уг. = 1,177
10—уг. = 0,618.

При радіусѣ, длина котораго равна *R* ед. длины, принявъ обозначеніе сторонъ правильныхъ многоугольниковъ буквою *a* съ указателемъ, выражающимъ число его сторонъ, получимъ приблизительныя равенства:

$$a_3 = R.\ 1{,}732$$
$$a_4 = R.\ 1{,}414$$
$$a_5 = R.\ 1{,}177$$
$$a_{10} = R.\ 0{,}618.$$

Вообще, сторона всякаго правильнаго многоугольника пропорціональна радіусу этого многоугольника, и для правильнаго треугольника, для квадрата, для правильнаго пятиугольника и правильнаго десятиугольника коэффиціенты пропорціональности, съ точностью до 0,001, соотвѣтственно равны

1,732; 1,414; 1,177 и 0,618.

Сторона правильнаго шестиугольника тоже пропорціональна его радіусу, но коэффиціентъ этой пропорціональности равенъ единицѣ.

580з. Стороны треугольника пропорціональны числамъ 4 : 7 : 9; построить треугольникъ, если его высота, опущенная изъ вершины, противолежащей наибольшей сторонѣ треугольника, равна 1 дециметру. (Намекъ: построить какой-нибудь треугольникъ, въ которомъ стороны пропорціональны числамъ 4 : 7 : 9, а затѣмъ подобный ему, въ которомъ высота равна 1 дециметру). | Построить треугольникъ по слѣдующимъ даннымъ: двѣ стороны его пропорціональны числамъ 4 и 5; уголъ, ими образованный, равенъ данному; противолежащая ему сторона равна данной прямой. | Двѣ стороны треугольника относятся между собою, какъ 3 : 8; уголъ между ними равенъ 36°; высота, опущенная изъ вершины этого угла на противолежащую сторону, равна 15 мм.; построить этотъ треугольникъ.

ПРИЛОЖЕНІЕ.

ТАБЛИЦА СИНУСОВЪ

угловъ отъ 1° до 90° включительно (съ точностью до 0,001).

Дробь, снабженная звѣздочкой, обозначаетъ величину, меньшую истинной (съ недостаткомъ); дробь безъ звѣздочки обозначаетъ величину, бо́льшую истинной (съ избыткомъ).

Только $\sin 30^\circ = 0{,}5$ и $\sin 90^\circ = 1$ совершенно точно.

Уголъ.	Синусъ.	Уголъ.	Синусъ.	Уголъ.	Синусъ.
1°	0,017*	31°	0,515*	61°	0,875
2°	0,035	32°	0,530	62°	0,883
3°	0,052*	33°	0,545	63°	0,891*
4°	0,070	34°	0,559*	64°	0,899
5°	0,087*	35°	0,574	65°	0,906*
6°	0,105	36°	0,588	66°	0,914
7°	0,122	37°	0,602	67°	0,921
8°	0,139*	38°	0,616	68°	0,927*
9°	0,156*	39°	0,629*	69°	0,934
10°	0,174	40°	0,643	70°	0,940
11°	0,191	41°	0,656*	71°	0,946
12°	0,208	42°	0,669*	72°	0,951*
13°	0,225	43°	0,682*	73°	0,956*
14°	0,242	44°	0,695	74°	0,961*
15°	0,259	45°	0,707*	75°	0,966
16°	0,276	46°	0,719*	76°	0,970*
17°	0,292*	47°	0,731*	77°	0,974*
18°	0,309*	48°	0,743*	78°	0,978*
19°	0,326	49°	0,755	79°	0,982
20°	0,342*	50°	0,766*	80°	0,985
21°	0,358*	51°	0,777*	81°	0,988
22°	0,375	52°	0,788*	82°	0,990*
23°	0,391	53°	0,799	83°	0,993
24°	0,407	54°	0,809*	84°	0,995
25°	0,423	55°	0,819*	85°	0,996*
26°	0,438*	56°	0,829*	86°	0,9976
27°	0,454	57°	0,839	87°	0,9986*
28°	0,469*	58°	0,848*	88°	0,9994
29°	0,485	59°	0,857*	89°	0,9999
30°	**0,500**	60°	0,866*	90°	**1,0000**