ГЕОМЕТРИЧЕСКІЯ ЗАДАЧИ.

КУРСЪ СРЕДНИХЪ УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

СОСТАВИЛИ

Д. ГИКА и А. МУРОМЦЕВЪ.

Часть I.

ЗАДАЧИ ПЛОСКОЙ ГЕОМЕТРІИ.

(1773 задачи.)

6-е изданіе допущено Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. въ качествѣ учебнаго пособія для среднихъ учебныхъ заведеній Министерства, а также для учительскихъ семинарій и институтовъ.

Цѣна 75 к., въ пер. 90 к.

ИЗДАНІЕ СЕДЬМОЕ.

ИЗДАНІЕ
КНИЖНАГО МАГАЗИНА
М. Д. НАУМОВА.

МОСКВА.
Типографія Г. Лисснера и А. Гешеля,
преемн. Э. Лисснера и Ю. Романа.
Воздвиженка, Крестовоздвиженскій пер., д. Лисснера.
1904.

Геометрическія задачи, предложенныя въ этой книгѣ, отличаются легкостью и приспособлены къ самостоятельному рѣшенію учащимися; рѣшеніе болѣе трудныхъ задачъ облегчено тѣмъ, что онѣ приведены въ связь съ предшествующими простѣйшими задачами, объясняющими рѣшеніе первыхъ. Эти задачи частію вновь составлены нами, частію же заимствованы изъ лучшихъ иностранныхъ задачниковъ и въ особенности изъ превосходнаго задачника Гантера и Юнгхауза.

ОГЛАВЛЕНІЕ 1-й ЧАСТИ.

ЗАДАЧИ
ПЛОСКОЙ ГЕОМЕТРІИ.

Прямая линія.

На вычисленіе. **1.** Вычислить длину прямой, равной суммѣ прямыхъ: AB=0,166... дюйм., CD=1,499... дюйм., EF= $=2^5/_{12}$ дюйм. и GH=0,9166... дюйм.

2. Выразить въ метрахъ длину прямой, равной суммѣ прямыхъ: AB=8 декаметр., CD=3,2 метра, EF=7,23 дециметра и GH=7,7 сантиметра.

3. Вычислить длину прямой, равной разности прямыхъ AB=3,003999... вершк. и CD=2,004 вершк.

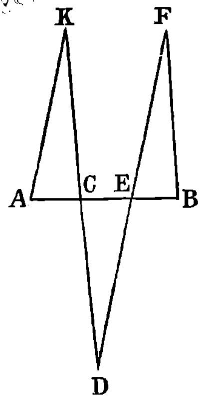
4. На прямой AB, длина которой равна 17,12, даны двѣ точки C и D, изъ которыхъ каждая отъ ближайшаго къ ней конца находится на разстояніи 1,56; вычислить разстояніе между этими точками. Чему равно разстояніе между этими точками, если онѣ лежатъ на продолженіи AB?

5. На прямой AB, длина которой равна 17,12, даны двѣ точки C и D такъ, что AC=BD=12,56; вычислить разстояніе между этими точками. Чему равно разстояніе между точками C и D, если точка C — не на прямой AB, а на ея продолженіи?

6. Муха прошла отъ A до B (черт. 1) по прямой AB, равной 3 децим. 5 сант. и 7 миллиметр., а другая прошла отъ A до

B по ломаной AKDFB. На сколько путь 2-й мухи длиннѣе пути 1-й, если AK=KC=CD=DE=EF=FB=4,305 дециметр.?

7. Вычислить, на сколько сумма двухъ прямыхъ, которыхъ длины суть a и b, болѣе разности тѣхъ же прямыхъ, полагая, что $a > b$.



(Черт. 1).

8. По данной суммѣ s двухъ прямыхъ и большей изъ нихъ a вычислить разность этихъ прямыхъ. s=78 и a=50,6999...

9. По данной суммѣ s двухъ прямыхъ и меньшей изъ нихъ b вычислить разность этихъ прямыхъ. s=78 и b=27,299...

10. По данной разности d двухъ прямыхъ и большей изъ нихъ a вычислить сумму этихъ прямыхъ. d=23,4 и a=50,6999...

11. По данной разности d двухъ прямыхъ и меньшей изъ нихъ b вычислить сумму этихъ прямыхъ. d=23,4 и b=27,299...

12. По данной суммѣ s и разности d двухъ прямыхъ вычислить эти прямыя. s=78 и d=23,4.

13. Разстояніе отъ A до B равно 4,2 дюйм., и разстояніе отъ B до C равно $^{3}/_{7}$ разстоянія AB. Сколькимъ дюймамъ равно разстояніе отъ A до C, если C лежитъ между A и B, или если C лежитъ на продолженіи прямой AB далѣе B отъ точки A?

14. На прямой AB взяты точки C и D. Точка C отстоитъ отъ A на 2,(54) дюйм. и отъ B на 4,(09) дюйм., а точка D отстоитъ отъ A на 3,(45) дюйм. Чему равны разстоянія между C и D и между B и D?

15. Прямую AB=12 дюйм. раздѣлить на три отрѣзка AC, CD и DB такъ, чтобы было AC=DB, и чтобы CD было на 3,6 дюйма длиннѣе AC. Найти разстояніе точекъ C и D отъ A.

16. Прямая AB раздѣлена на двѣ части такъ, что бо́льшая часть, составляющая 0,75 данной прямой, длиннѣе меньшей части на 2,4(9) дюймовъ. Сколько дюймовъ содержитъ прямая AB?

17. Средина прямой AB есть O; на AO дана точка D, отстоящая отъ O на 1,(6) дюйм., а на OB — точка E, отстоящая отъ O на 4,75 дюйма. Найти длину прямой AB, зная, что BE=0,625AD.

18. Прямая AB, содержащая 6,73 метра, раздѣлена на три части AC, CD и DB, изъ которыхъ $AC=0,7(9)CD$, а CD на 3,45 метра больше 0,6DB. Найти длину DB.

19. Прямая AB раздѣлена на три части AC, CD и DB. Сколько дюймовъ содержитъ AB, если извѣстно, что $AC+$ $+CD=5,6$; $AC+DB=4,28$ и $CD+DB=6,12$?

20. Прямая AB раздѣлена на три части AC, CD и DB такъ, что $AC=0,875AB$, DB менѣе CB вдвое и AC на 3,8 дюйма болѣе CD. Найти длину AB.

21. Въ данной прямой AB единица мѣры CD укладывается 7 разъ, и получается остатокъ. Въ этомъ остаткѣ $\frac{CD}{10}$ укладывается 6 разъ, и получается второй остатокъ, въ которомъ $\frac{CD}{100}$ укладывается 3 раза безъ остатка. Найти длину AB.

22. На данной прямой KL единица мѣры CD отложена 3 раза, и получился остатокъ, на которомъ $\frac{CD}{10}$ отложена 37 разъ, и получился остатокъ, въ которомъ $\frac{CD}{1000}$ укладывается 30 разъ безъ остатка. Найти длину KL.

23. Въ данной прямой единица мѣры CD укладывается a разъ, и получается остатокъ. Въ этомъ остаткѣ $\frac{CD}{10}$ укладывается b разъ, и получается второй остатокъ, въ которомъ $\frac{CD}{100}$ укладывается c разъ безъ остатка. Выразить длину прямой.

24. Въ данной прямой единица мѣры укладывается a сотенъ разъ, b десятковъ разъ и c единицъ разъ, и получается остатокъ, въ которомъ одна десятая единицы укладывается b' разъ съ остаткомъ, и въ этомъ остаткѣ одна сотая единицы — c' разъ безъ остатка. Выразить длину прямой.

На доказательство. **25.** На продолженіи прямой AB, средина которой есть точка O, отъ концовъ этой прямой отложены $AC=AO$ и $BD=OB$. Доказать, что $CD=2AB$.

26. На прямой AB даны три точки C, E и D такъ, что $AC=BD$ и $CE=ED$. Доказать, что E есть средина AB.

27. На прямой AB даны точки C, E и D такъ, что $AE=$ $=EB$ и $CE=ED$. Доказать, что $AC=DB$ и $AD=CB$.

28. На прямой AB даны точки C, E и D такъ, что AE = EB и AC = DB. Доказать, что CE = ED и AD = CB.

29. На прямой AB даны точки C, E и D такъ, что AE = EB и AD = CB. Доказать, что CE = ED и AC = DB.

30. На прямой AB даны точки C и D такъ, что AC = BD; доказать, что AD = BC. Обратно: дано, что AD = BC; доказать, что AC = BD.

31. На прямой AB даны точки D, C и E такъ, что AD = DC и CE = EB; доказать, что DE = $^1/_2$AB.

32. На продолженіи прямой AB, средина которой есть точка C, взята гдѣ-нибудь точка D. Доказать, что сумма разстояній точки D отъ точекъ A и B равна двойному разстоянію точки D отъ C.

33. На прямой AB, средина которой есть точка C, взята между C и B произвольная точка D. Доказать, что AD — DB = 2CD.

34. На прямой AB, средина которой есть точка C, взята гдѣ-нибудь точка D, и точка F есть средина отрѣзка AD. Доказать, что DB = 2FC.

На построеніе *). **35.** Чрезъ двѣ данныя точки провести прямую произвольной или данной длины.

36. На прямой дана точка A; найти на этой прямой точку, находящуюся отъ A на разстояніи 3 линій. Сколько можетъ быть такихъ точекъ?

37. Найти двѣ точки, разстояніе между которыми равнялось бы длинѣ данной прямой.

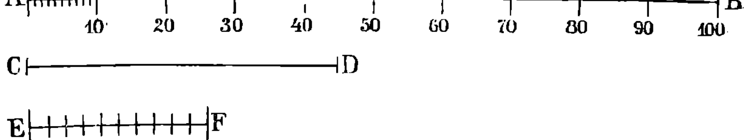
38. Сложить прямыя: AB = 3 лин. и CD = 5 лин.

39. Сложить прямыя: AB = 2 лин., CD = 6 лин., EF = 4 лин. и GH = 5 лин.

40. Сложить прямыя: AB = 4 сантим., CD = 5 сантим. и EF = 2 сантим.

---

*) Въ задачахъ употребляются мѣры, которыя изображены на черт. 2 въ ихъ истинную величину: AB — дециметръ, CD — вершокъ, EF — дюймъ.

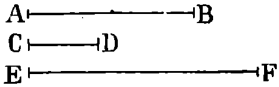


(Черт. 2).

41. Сложить прямыя, данныя на чертежѣ 3.

42. Начертить прямую, равную данной незамкнутой ломаной линіи.

43. Начертить прямую, равную данной замкнутой ломаной линіи.



(Черт. 3).

44. Принимая длину прямой AB за аршинъ, начертить прямую, равную 2 арш.; или — 2 саж. 1 арш.

45. Начертить прямую, равную 3 сантим. 2 миллиметр., по данной длинѣ миллиметра.

46. Принимая длину данной прямой AB за футъ, начертить прямую, равную $1\,{}^2/_7$ саж.

47. Данную прямую умножить на какое-нибудь цѣлое число, напр. на 3.

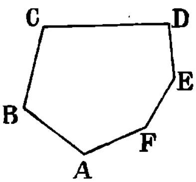
48. Построить числа 2, 3 и 4, принимая за единицу прямую AB.

49. Продолжить прямую AB до точки C такъ, чтобы $AC = 3AB$, или такъ, чтобы $AB = {}^1/_4 AC$.

50. Вычесть прямую $CD = 5$ дюйм. изъ прямой $AB = 7$ дюйм.

51. Изъ суммы прямыхъ $AB = 7$ миллиметр., $CD = 5$ миллим. и $EF = 2$ миллим. вычесть сумму $GH = 4$ миллим. и $KL = 3$ миллим.

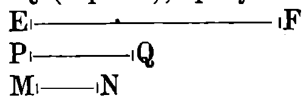
52. На сколько въ замкнутой ломаной линіи (черт. 4) сумма $AB + BC + CD$ болѣе или менѣе суммы $DE + EF + FA$?



(Черт. 4).

53. На прямой AB между точками A и B даны три точки C, D и E; опредѣлить $AC + DE$; $AB - DE$; $AE + CB - CD$; разность между AB и суммою $CD + EB$.

54. Даны три прямыя EF, MN и PQ (черт. 5); требуется начертить прямую, равную суммѣ трехъ прямыхъ AB, CD и EF, изъ которыхъ AB болѣе CD на прямую MN и менѣе EF на PQ.



(Черт. 5).

Принимая буквы за длины прямыхъ, построить формулы, не раскрывая скобокъ:

55. $a + b$.

56. $a - b$.

57. $3a + 2b$.

58. $4a - 3b$, гдѣ $a > b$.

59. $(2a+3b-4c)+(4a-3b)$, гдѣ $a>b>c$.
60. $(5a-2b)-(2a-b)$, гдѣ $a>b$.
61. $(3a-2b).3+5b$, гдѣ $a>b$.
62. $(4a-3b)-b$, гдѣ $a>b$.
63. $(3a-b+2c).2+(a-c).3$, гдѣ $a>b>c$.
64. $(2a+3b-c).3-(3a-2c).3$, гдѣ $a>b>c$.

Окружность круга.

На вычисленіе. 65. Сколько град., мин. и сек. въ дугѣ, равной суммѣ дугъ: $AB=12^\circ17'23''$, $CD=7^\circ48'54''$ и $EF=16^\circ42'36''$?

66. Сколько град., мин. и сек. въ дугѣ, равной разности дугъ: $AB=45^\circ4'17''$ и $CD=19^\circ28'49''$?

67. Сколько град., мин. и сек. въ дугѣ, которая получится, если дугу $AB=24^\circ37'18''$ умножить на 7?

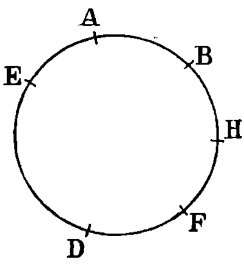
68. Сколько град., мин. и сек. въ дугѣ, которая получится, если дугу $AB=57^\circ29'18''$ раздѣлить на 17 равныхъ частей?

69. Найти, сколько разъ дуга $AB=2^\circ13'20''$ уложится въ окружности того же радіуса.

70. Хорда стягиваетъ дугу, составляющую $^7/_{125}$ всей окружности. Опредѣлить, сколько градусовъ, минутъ и секундъ въ дугахъ, стягиваемыхъ хордою.

71. Двѣ дуги AB и CD окружности равны между собою, и сумма ихъ составляетъ $^{28}/_{27}$ полуокружности. Сколько градусовъ и минутъ въ каждой изъ этихъ дугъ?

72. Въ окружности проведены два діаметра AB и CD, которые разсѣкаютъ окружность на четыре дуги, и изъ нихъ одна дуга $AC=72^\circ18'36''$. Доказать, что не прилежащія дуги между собою равны, и вычислить, сколько градусовъ, мин. и сек. въ дугѣ AD.



(Черт. 6).

73. Дуги AB и DF (черт. 6) равны; дуги BH, HF и AE тоже равны; дуга AB болѣе BH на $6^\circ46'$, и дуга $DH=95^\circ15'$. Сколько градусовъ и минутъ въ дугѣ AE?

74. Внутри окружности хорда CD пересѣкаетъ діаметръ AB; дуга $AD=67^\circ42'8''$, а дуга BC въ 4 раза менѣе дуги AD. Сколько град., мин. и сек. въ дугѣ AC?

75. Двѣ равныя дуги AB и CD окружности имѣютъ общую часть $\smile CB = 6°37'45''$ и $\smile BD = 18°43'19''$. Сколько градусовъ, минутъ и секундъ содержитъ дуга AD?

На доказательство. 76. Всякая точка, лежащая внѣ окружности, далѣе отстоитъ отъ центра этой окружности, нежели точка, лежащая на окружности.

77. Всякая точка, лежащая внутри окружности, ближе къ центру этой окружности, нежели точка, лежащая на окружности.

78. Каждая изъ двухъ дугъ AB и CD, имѣющихъ общую часть CB, равна четверти всей окружности, и одинъ изъ концовъ каждой дуги лежитъ на срединѣ другой дуги. Доказать, что діаметры, проведенные чрезъ концы этихъ дугъ, дѣлятъ окружность на восемь равныхъ частей.

79. Если $\smile AC$ есть треть, а $\smile AD$ — половина $\smile AB$, то доказать, что въ произвольной точкѣ E, лежащей между точками C и D, дуга AB раздѣлится на двѣ такія части, разность между которыми меньше меньшей изъ этихъ частей.

80. Если на дугѣ AB окружности возьмемъ двѣ точки C и D, то половина суммы дугъ отъ этихъ точекъ до точки A дуги, сложенная съ половиною суммы дугъ отъ тѣхъ же точекъ до точки B, равна дугѣ AB.

81. Если на $\smile AB$ окружности возьмемъ двѣ точки C и D, то половина разности дугъ отъ этихъ точекъ до точки A, сложенная съ половиною разности дугъ отъ тѣхъ же точекъ до точки B, равна дугѣ CD.

82. Если на продолженіи $\smile AB$ окружности, со стороны ея конца B, возьмемъ двѣ точки C и D, то разность половины суммы дугъ отъ этихъ точекъ до точки A безъ половины суммы дугъ отъ тѣхъ же точекъ до точки B равна дугѣ AB.

83. Если на продолженіи $\smile AB$ окружности, со стороны ея конца B, возьмемъ двѣ точки C и D, то половина разности дугъ отъ этихъ точекъ до точки A, сложенная съ половиною разности тѣхъ же точекъ до точки B, равна дугѣ CD.

84. Если на $\smile AB$ окружности возьмемъ двѣ точки C и D съ разныхъ сторонъ средины O этой дуги, то сумма половины разностей дугъ между C и концами $\smile AB$ и половины разностей дугъ между D и концами $\smile AB$ равна $\smile CD$.

85. Если на $\smile$AB окружности возьмемъ двѣ точки C и D по одну сторону средины O этой дуги, то половина разности дугъ между C (ближайшая къ концу A) и концами дуги AB безъ половины разности дугъ между D и концами $\smile$AB равна $\smile$CD.

86. Геометрическое мѣсто всѣхъ точекъ, которыя отъ данной точки C находятся на разстояніи a (т.-е. линія, на которой лежатъ всѣ точки, изъ которыхъ каждая находится на разстояніи a отъ точки C), есть окружность, описанная радіусомъ$=a$ изъ C, какъ центра.

87. Геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, которыхъ радіусъ$=a$, и которыя проходятъ чрезъ точку C, есть окружность, описанная радіусомъ a изъ C, какъ центра.

На построеніе. 88. Изъ произвольной или данной точки, какъ центра, описать произвольнымъ или даннымъ радіусомъ окружность.

89. Изъ произвольной или данной точки, какъ центра, описать окружность радіусомъ, который былъ бы на данную длину болѣе или менѣе радіуса данной окружности.

90. Изъ произвольной или данной точки, какъ центра, описать окружность, проходящую чрезъ другую данную точку.

91. Соединить прямою (хордою) двѣ точки на окружности.

92. Черезъ точку на окружности провести хорду данной длины.

93. На окружности даннаго радіуса найти точку, удаленную на разстояніе a отъ данной точки A.

94. Сложить дуги AB, CD, EF и GH той же окружности.

95. Изъ дуги AB вычесть разность дугъ CD и EF той же окружности, полагая, что $\smile AB > \smile CD > \smile EF$.

96. Данную дугу помножить на какое-нибудь цѣлое число.

97. Между точками A и B окружности даны точки C, D и E на дугѣ AB. Опредѣлить $\smile AC + \smile DE$; $\smile AB - \smile DE$; $\smile AD + \smile CE - \smile CD$; разность между $\smile$AB и суммою $\smile CD + \smile EB$.

98. Построить дугу, равную суммѣ трехъ дугъ AB, CD и EF той же окружности, изъ которыхъ $\smile$AB болѣе $\smile$CD на $\smile$MN и менѣе $\smile$EF на $\smile$PQ; при чемъ дуги MN, PQ и EF даны. — Задача возможна, когда $\smile MN < \smile EF - \smile PQ$.

99. Найти геометрическое мѣсто точекъ, находящихся въ данномъ разстояніи отъ данной точки (т.-е. найти линію, на которой лежатъ точки, изъ которыхъ каждая находится отъ данной точки на данномъ разстояніи).

100. Найти точку, находящуюся на данномъ разстояніи a отъ двухъ данныхъ точекъ A и B, полагая, что $AB < 2a$. Сколько можно найти такихъ точекъ, если $AB < 2a$? если $AB = 2a$? и если $AB > 2a$?

101. Найти точку, разстояніе которой отъ одной данной точки A равнялось бы a и отъ другой данной точки B равнялось бы b, полагая, что $AB < a+b$.

Углы.

На вычисл. 102. Вычислить дополнительный уголъ до прямого для угла, равнаго $^3/_4$d; $^5/_7$d; 0,166...d; 48°; 15°28′; 36°17′14″.

103. Какъ великъ дополнительный уголъ до прямого угла для угла $=\frac{a}{b}$d? $\frac{m-n}{m}$d? $\frac{a-b}{a+b}$d? $\frac{2a-b}{a+2b}$d?

104. Внутри прямого угла ABC изъ его вершины B проведена прямая BD. Сколько градусовъ, мин. и сек. содержитъ $\angle$ABD, если $\angle DBC = {}^{17}/_{108}\ \angle ABD$?

105. Даны два угла DAB и DAC, составляющіе $\angle$BAC. $\angle DAB = {}^8/_{15}$d, $\angle DAB - \angle DAC = 13°$. Найти, сколько градусовъ содержитъ разность d$-\angle$BAC.

106. Данъ $\angle EAC = 125°$; внутри его проведены двѣ прямыя AD и AB, изъ которыхъ первая составляетъ прямой уголъ съ AC, а вторая съ AE. Сколько градусовъ содержитъ $\angle$DAB?

107. Изъ вершины прямого угла EAB внутри его проведена прямая AD и внѣ его—прямая AC, которая съ прямою AD составляетъ прямой уголъ; $\angle EAD = {}^5/_{13}\ \angle DAB$. Сколько градусовъ содержитъ $\angle$EAC, когда онъ тупой, и когда онъ острый?

108. Внутри тупого $\angle$EAC изъ вершины его проведены двѣ прямыя AD и AB, изъ которыхъ первая составляетъ прямой уголъ съ AC, а вторая—съ AE. Зная, что $\angle DAB = {}^6/_{11}\ \angle EAC$, опредѣлить величину каждаго изъ угловъ EAC, EAD, DAB и BAC въ частяхъ d.

109. Опредѣлить въ градусахъ углы, образуемые часовой и минутной стрѣлками, когда часы показываютъ 1 часъ; 3 ч.; 5 ч.; 6 ч.; 9 ч.; 10 ч. и 12 ч.

110. Опредѣлить въ градусахъ, минутахъ и секундахъ уголъ, образуемый часовою и минутною стрѣлками часовъ, когда они показываютъ 3 час. 20 мин.; 7 час. 13 мин.; 9 час. 37 мин. и 11 час. 17 мин.

111. Сумма двухъ угловъ равна s, а разность тѣхъ же угловъ равна d; вычислить каждый изъ двухъ угловъ. $s=78^{\circ}$; $d=12^{\circ}$; $s=108^{\circ}\,16'\,30''$, $d=54^{\circ}\,20'\,12''$.

112. Опредѣлить одинъ изъ смежныхъ угловъ, если другой равенъ $^3/_5$d; $1\,^5/_6$d; 0,4d; 1,26d?

113. Какъ великъ уголъ смежный углу, равному $\frac{a}{b}$d? $\frac{m-n}{m}$d? $\frac{a-b}{a+b}$d? $\frac{2a-b}{a+2b}$d?

114. На сколько градусовъ и мин. $\angle$ABD$=135^{\circ}\,17'$ болѣе своего смежнаго угла ABC?

115. Опредѣлить смежные углы, если одинъ изъ нихъ болѣе другого на $^3/_4$d; на $^4/_5$d; если разность ихъ $=\,^5/_9$d; 1,2d; 1,4(9)d.

116. Сколько град. содержитъ $\angle$ABD, если онъ составляетъ $^5/_7$ смежнаго ему угла ABC?

117. Изъ вершины смежныхъ угловъ AOC и COB проведены прямыя: OE внутри угла AOC и OD внутри угла COB; опредѣлить $\angle$DOE, если извѣстно, что

1) $\angle EOC=\,^1/_4\,\angle AOC$ и $\angle DOC=\,^1/_4\,\angle COB$;
2) $\angle EOC=\,^1/_5\,\angle AOC$ и $\angle DOC=\,^1/_5\,\angle COB$;
3) $\angle EOC=\,^1/_n\,\angle AOC$ и $\angle DOC=\,^1/_n\,\angle COB$.

118. При точкѣ B прямой GC отложены по одну сторону этой прямой въ разныхъ направленіяхъ два равные угла ABC и FBG, при этомъ $\angle ABF=3\,\angle FBG$. Сколько град. въ $\angle$ABF?

119. По одну сторону прямой построено 9 равныхъ угловъ, имѣющихъ общую вершину. Сколько градусовъ содержитъ каждый уголъ?

120. Изъ точки O на прямой AB по одну сторону этой прямой проведены двѣ прямыя OC и OD такъ, что $\angle COD=2\,\angle AOC$, и $\angle DOB=3\,\angle AOC$. Опредѣлить углы.

121. Прямыя AB, CB, DB и EB сходятся къ точкѣ B; AB и BE составляютъ прямую; $\angle ABC=0{,}4$d, и $\angle EBD=$ $=0{,}6$d. Найти уголъ CBD.

122. По одну сторону прямой AB лежатъ 4 угла, имѣющіе общую вершину въ точкѣ O на этой прямой. Первый изъ этихъ угловъ втрое болѣе второго, второй втрое болѣе третьяго и т. д. Опредѣлить величины этихъ угловъ.

123. Изъ точки C прямой AB проведены по одну сторону ея прямыя CD и CE такъ, что $\angle ACD = \angle ECB$, и прямая CM, дѣлящая $\angle ECD$ пополамъ. Опредѣлить величину угла ACM.

124. $\angle ABC = {}^5/_8$ d; чрезъ B проведена прямая BE, дѣлящая пополамъ $\angle ABD$, смежный углу ABC. Опредѣлить $\angle DBE$ и $\angle EBC$ въ частяхъ прямого угла.

125. Чрезъ вершину смежныхъ угловъ проведены двѣ прямыя такъ, что одна дѣлитъ пополамъ меньшій изъ смежныхъ угловъ, а другая образуетъ прямой уголъ съ общей стороной смежныхъ угловъ; уголъ же между этими линіями равенъ 1,25 d. Опредѣлить смежные углы.

126. По одну сторону прямой AB построены послѣдовательно углы $AOC = {}^5/_6$ d, $COD = {}^1/_{30}$ d, $DOE = {}^3/_{20}$ d и еще 5 равныхъ между собою угловъ. Опредѣлить величину каждаго изъ этихъ послѣднихъ угловъ.

127. Около точки O построено 40; 36; 15 равныхъ угловъ. Опредѣлить каждый изъ угловъ въ градусахъ.

128. Сколько можно помѣстить угловъ около точки, если каждый уголъ $= {}^1/_8$ d? ${}^4/_9$ d?

129. Около точки O построено 6 угловъ, каждый въ 0,2(6)d, и еще 8 равныхъ угловъ. Какъ великъ каждый изъ послѣднихъ угловъ?

130. Какъ великъ каждый изъ четырехъ угловъ около точки, если второй уголъ втрое болѣе перваго, а каждый слѣдующій равенъ суммѣ двухъ предшествующихъ?

131. Около точки лежатъ углы a, b, c, f; $\angle a = 0,(27)$d. Прямая, дѣлящая $\angle c$ пополамъ, образуетъ прямые углы съ прямыми, дѣлящими пополамъ $\angle b$ и $\angle f$. Опредѣлить $\angle b$, $\angle c$ и $\angle f$.

132. Прямыя AB и CD пересѣкаются въ точкѣ O; опредѣлить въ градусахъ образующіеся при этомъ углы, если $\angle AOC = {}^4/_5$ d; ${}^5/_3$ d; 1,4d.

133. Двѣ прямыя BF и DG пересѣкаются въ точкѣ A, изъ которой проведена внутри $\angle DAF$ прямая AE. Чрезъ точку A проходитъ прямая CH, которая дѣлитъ вертикальные углы BAD и GAF пополамъ; $\angle BAC = 13^\circ 18'$ и $\angle EAF = 93^\circ 39'$. Сколько градусовъ и минутъ въ $\angle DAE$?

На доказ. 134. Если изъ двухъ данныхъ угловъ одинъ болѣе другого, то уголъ, смежный съ первымъ, менѣе угла, смежнаго со вторымъ.

135. Если проведемъ чрезъ вершину прямого угла, внѣ этого угла, прямую, то сумма острыхъ угловъ, которые эта прямая составитъ со сторонами прямого угла, равна d.

136. Если чрезъ вершину прямого угла проведемъ прямую, проходящую между сторонами этого угла, то изъ четырехъ угловъ, образуемыхъ ею со сторонами, разность двухъ угловъ, не имѣющихъ общей стороны, равняется прямому углу.

137. Половина разности двухъ смежныхъ угловъ есть дополненіе до прямого угла меньшему изъ этихъ угловъ, а также равна большему изъ смежныхъ угловъ, уменьшенному на прямой уголъ.

138. Если чрезъ вершину B угла ABC проведены прямая BD, которая составляетъ съ BA прямой уголъ, и BE, которая составляетъ съ BC прямой уголъ, то $\angle EBD$ или равенъ $\angle ABC$, или дополняетъ $\angle ABC$ до 2d.

139. Даны: уголъ ACB, прямая CM, проходящая внутри этого угла, и прямая CO, дѣлящая его пополамъ. Доказать, что уголъ OCM равняется полуразности угловъ ACM и BCM. Если же прямая CM проведена внѣ угла ACB, то уголъ OCM равняется полусуммѣ угловъ ACM и BCM.

140. Два угла ABC и CBD раздѣлены прямыми BE и BF пополамъ; доказать, что $\angle EBF = \frac{1}{2} \angle ABD$ въ случаѣ, если прямая BD проходитъ по одну сторону прямыхъ BA и BC, и въ случаѣ, если BD лежитъ между BA и BC.

На постр.*). 141. Данъ уголъ въ 1°. Построить уголъ въ 2°, 3°, 4°... въ n°.

142. Построить уголъ, смежный данному углу.

143. Построить уголъ, составляющій 2d или 4d вмѣстѣ съ нѣсколькими данными углами.

144. Данъ уголъ ABC, прямая MN и точка A на этой прямой. Построить при точкѣ A на прямой MN уголъ, который составилъ бы вмѣстѣ съ угломъ ABC два прямыхъ угла.

145. Изъ вершины $\angle AOB$ провести прямыя OC, OD и OF такъ, чтобы $\angle AOB = \angle AOD + \angle DOC + \angle COB$, и $\angle BOF = \angle AOF - \angle AOB$. Затѣмъ построить уголъ, равный:

*) Уголъ, равный данному, строится транспортиромъ.

1) суммѣ $\angle AOC + \angle COB + \angle BOF$;
2) разности $\angle AOF - (\angle BOF + \angle AOD)$;
3) разности $\angle FOD - (\angle BOD - \angle BOA)$.

146. Построить уголъ, вертикальный данному углу.

147. Построить уголъ, вертикальный углу, равному суммѣ или разности двухъ данныхъ угловъ.

Прямыя параллельныя.

На вычисл. 148. Двѣ прямыя пересѣчены сѣкущею, при чемъ одинъ изъ внутреннихъ угловъ равенъ $^6/_8$d, а другой по ту же сторону сѣкущей $=0{,}8$d. Опредѣлить, будутъ ли параллельны двѣ данныя прямыя.

149. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей; одинъ изъ внутреннихъ угловъ, образованныхъ пересѣченіемъ этихъ прямыхъ, равенъ 1,12(9)d. Опредѣлить остальные углы.

150. Одинъ изъ внутреннихъ угловъ, образуемыхъ сѣкущею прямою съ двумя параллельными, равенъ 0,2(9)d. Подъ какимъ угломъ равнодѣлящая этого угла встрѣчаетъ другую параллель?

151. Прямая пересѣкаетъ двѣ параллельныя прямыя и образуетъ внѣшній острый уголъ съ одной изъ параллельныхъ прямыхъ, равный $^2/_8$ внутренняго тупого угла, составленнаго тою же пересѣкающей прямой съ другой параллельною. Вычислить этотъ внѣшній уголъ.

152. Одинъ изъ внѣшнихъ угловъ, образованный пересѣченіемъ прямой съ двумя параллельными прямыми, равенъ 0,1(6)d. Опредѣлить остальные углы.

153. Равнодѣлящая одного изъ внутреннихъ угловъ, образованныхъ пересѣченіемъ двухъ параллельныхъ прямыхъ третьею, встрѣчаетъ другую параллельную прямую подъ острымъ угломъ, который на 0,4(9)d менѣе раздѣленнаго угла. Опредѣлить этотъ послѣдній.

154. Пусть внутренніе односторонніе углы двухъ параллельныхъ прямыхъ AB и CD, пересѣченныхъ прямою FG въ точкахъ K и M, будутъ соотвѣтственно a и b. Изъ вершины $\angle a$ проведена прямая KL, которая составляетъ съ AB уголъ, равный $\frac{a}{n}$, а чрезъ вершину $\angle b$ проведена прямая MN, которая составляетъ съ CD уголъ, равный $\frac{b}{n}$. Подъ какимъ угломъ пересѣкаются KL и MN?

Указаніе. Для рѣшенія задачи должно чрезъ точку пересѣченія прямыхъ KL и MN провести прямую, параллельную AB.

155. Двѣ паралл. прямыя AB и CD пересѣкаются прямою FG соотвѣтственно въ точкахъ K и L, при чемъ $\angle KLD = a$. Изъ вершины этого угла и внутри его проведена прямая LM, составляющая съ CD уголъ $DLM = \frac{a}{n}$; изъ вершины K внутренняго $\angle BKL$, односторонняго съ $\angle a$, проведена внутри $\angle BKL$ прямая KN, составляющая съ FG уголъ $LKN = \frac{1}{n}$ угла BKL. Вычислить уголъ, составленный прямыми LM и KN.

156. Двѣ параллельныя прямыя AB и CD пересѣчены въ точкахъ M и N третьей прямою KL. $\angle AML - \angle BML = 26^0$ и $\angle AML - \angle KNC = 15^0$. На сколько градусовъ должно измѣнить величину каждаго изъ угловъ BML, AML, AMK, KMB, чтобы прямая CD сдѣлалась параллельною AB?

157. Двѣ непараллельныя прямыя AB и CD пересѣчены въ точкахъ M и N третьей прямою KL. $\angle CNL = {}^2/_3 \angle AML$ и $\angle AML - \angle KNC = 15^0$. На сколько градусовъ должно измѣнить каждый изъ угловъ LND, CNL, KND и KNC, чтобы прямая CD сдѣлалась параллельною AB?

На доказ. 158. Если къ каждой изъ двухъ параллельныхъ прямыхъ проведено подъ прямымъ угломъ по прямой линіи, то проведенныя прямыя параллельны между собой.

159. Двѣ параллельныя прямыя, пересѣкаясь съ двумя другими параллельными прямыми, образуютъ 16 угловъ, изъ которыхъ 8 равны между собою, а остальные 8 — между собою.

160. Равнодѣлящія двухъ соотвѣтственныхъ угловъ параллельныхъ линій, пересѣченныхъ сѣкущей, параллельны.

161. Равнодѣлящія внутреннихъ накрестъ лежащихъ угловъ двухъ параллельныхъ линій, пересѣченныхъ сѣкущей, параллельны.

162. Равнодѣлящія двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ образуютъ взаимнымъ пересѣченіемъ прямой уголъ.

163. Равнодѣлящія двухъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ образуютъ взаимнымъ пересѣченіемъ прямой уголъ.

164. Равнодѣлящія всѣхъ внутреннихъ угловъ, образуемыхъ сѣченіемъ двухъ параллельныхъ прямыхъ третьей прямой, пересѣкаясь, составляютъ четыреугольникъ, въ которомъ всѣ четыре угла прямые.

165. Къ двумъ параллельнымъ прямымъ AB и CD проведена сѣкущая подъ прямымъ къ нимъ угломъ. Изъ точки, лежащей на отрѣзкѣ этой сѣкущей между параллельными, проведены по одну сторону сѣкущей двѣ прямыя: одна подъ однимъ даннымъ угломъ къ параллельной AB, другая подъ другимъ даннымъ угломъ къ параллельной CD. Доказать, что уголъ между проведенными прямыми равенъ суммѣ двухъ данныхъ угловъ.

166. Къ двумъ параллельнымъ прямымъ AB и CD проведена сѣкущая, образующая съ ними прямой уголъ. Изъ точки, лежащей на этой сѣкущей внѣ параллелей, проведены по одну сторону ея двѣ сѣкущія: одна подъ однимъ даннымъ угломъ къ AB, другая подъ другимъ даннымъ угломъ къ CD. Доказать, что уголъ между проведенными прямыми равенъ разности двухъ данныхъ угловъ.

167. Двѣ прямыя, пересѣкающія третью прямую подъ углами, равными данному, или параллельны, или образуютъ взаимнымъ пересѣченіемъ углы, изъ которыхъ одинъ равенъ двойному данному, а другой двойному дополнительному къ данному до прямого угла.

Прямыя перпендикулярныя и наклонныя.

На вычисл. 168. Изъ точки проведены къ прямой линіи двѣ равныя наклонныя, разстояніе между основаніями которыхъ равно 5,3(9) дюйм. Опредѣлить проекцію каждой изъ наклонныхъ на данную линію.

169. Изъ точки A проведены къ прямой линіи MN перпендикуляръ AO и наклонная AB, равная 6,5 дюйм. и составляющая 1,(3) длины AO. На продолженіи перпендикуляра AO за прямую MN взята точка D такъ, что AB=DB. Вычислить длину AD.

170. Изъ точки A проведены къ прямой линіи двѣ наклонныя, уголъ между которыми равенъ $17°15'47''$, и меньшая изъ этихъ наклонныхъ образуетъ съ прямой линіей $\angle 49°42'41''$. Найти уголъ большей наклонной съ данной прямой.

171. Изъ точки A опущенъ на прямую линію перпендикуляръ, и проведена наклонная подъ угломъ $25^\circ 33' 25''$ къ перпендикуляру. Найти уголъ наклонной съ данной прямой.

172. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей AB такъ, что одинъ изъ внутреннихъ угловъ $= {}^2/_3 d$; изъ точки пересѣченія AB съ одной изъ параллельныхъ линій опущенъ перпендикуляръ на другую. Опредѣлить уголъ, образуемый этимъ перпендикуляромъ съ AB.

173. Внутри или внѣ $\angle a = 46^\circ 17' 36''$ взята точка, и изъ нея опущены перпендикуляры на стороны угла. Опредѣлить уголъ, составленный этими перпендикулярами.

174. Внутри или внѣ $\angle a = 25^\circ 17'$ взята точка, и изъ нея проведены двѣ прямыя, изъ которыхъ одна параллельна одной сторонѣ, а другая перпендикулярна къ другой сторонѣ даннаго угла. Опредѣлить уголъ между проведенными прямыми.

На доказ. 175. Доказать, что всѣ перпендикуляры, опущенные изъ какой-нибудь точки на нѣсколько параллельныхъ между собою прямыхъ, лежатъ на одной прямой.

176. Если къ каждой изъ двухъ параллельныхъ прямыхъ возставимъ перпендикуляры, то эти перпендикуляры будутъ параллельны между собою.

177. По разнымъ сторонамъ прямой AB возставлены къ ней перпендикуляры CD и EF, и на AB съ противоположныхъ сторонъ этихъ перпендикуляровъ при ихъ основаніяхъ C и E построены два равныхъ угла KCD и LEF; доказать, что $CK \parallel EL$.

178. Равнодѣлящая угла, образуемаго двумя перпендикулярами, опущенными изъ точки, взятой внѣ даннаго угла, на его стороны, составляетъ съ послѣдними попарно равные углы.

179. На прямой GC при точкѣ B по одну сторону этой прямой отложены въ разныя направленія два равныхъ угла GBE и ABC. Доказать, что прямая BD, дѣлящая $\angle ABE$ пополамъ, перпендикулярна къ GC.

180. Доказать, что перпендикуляръ, возставленный изъ вершины двухъ смежныхъ угловъ къ равнодѣлящей одного изъ этихъ угловъ, есть равнодѣлящая другого угла.

181. Доказать, что если равнодѣлящія двухъ угловъ, имѣющихъ общую вершину и одну общую сторону, перпендикулярны, то данные углы суть смежные.

Въ слѣдующихъ 8 задачахъ изъ точки C опущенъ перпендикуляръ CD на прямую MN, и проведено по обѣимъ сторонамъ этого перпендикуляра по одной наклонной CE и CF.

182. Если $ED=FD$, или если $CE=CF$, то доказать наложеніемъ, что $\angle ECD=\angle FCD$ и $\angle CED=\angle CFD$.

183. Если $ED>FD$, или если $CE>CF$, то доказать наложеніемъ, что $\angle ECD>\angle FCD$.

184. Если $ED>FD$, или если $CE>CF$, то доказать посредствомъ перпендикуляра, возставленнаго изъ средины EF, что $\angle CED<\angle CFD$.

Указ. Должно соединить прямою точку пересѣченія перпендикуляра и наклонной CE съ точкою F.

185. Если $\angle ECD=\angle FCD$, то доказать наложеніемъ, что $ED=FD$ и $CE=CF$.

186. Если $\angle CED=\angle CFD$, то на основаніи задачи 184 доказать, что $ED=FD$ и $CE=CF$.

187. Если $\angle ECD>\angle FCD$, то доказать наложеніемъ, что $ED>FD$ и $CE>CF$.

188. Если $\angle CED<\angle CFD$, то на основаніи задачъ 182 и 184 доказать, что $ED>FD$ и $CE>CF$.

189. Даны двѣ точки A и B по одну сторону прямой MN. Изъ A опущенъ на MN перпендикуляръ AP; на продолженіи этого перпендикуляра отложено $PD=PA$. Точку D соединимъ съ B, а точку пересѣченія C прямыхъ DB и MN соединимъ съ A. Доказать, что $\angle ACM=\angle BCN$. (Зад. 182).

190. Если изъ концовъ прямой AB проведемъ по одну ея сторону двѣ пересѣкающіяся прямыя подъ равными углами къ AB, то точка ихъ пересѣченія будетъ лежать на перпендикулярѣ изъ средины AB.

191. Если изъ концовъ прямой AB проведемъ по одну ея сторону двѣ пересѣкающіяся прямыя подъ равными углами съ AB, потомъ еще двѣ пересѣкающіяся прямыя подъ равными же углами и соединимъ прямой CD точки C и D пересѣченія первыхъ двухъ и вторыхъ двухъ прямыхъ, то прямая CD будетъ перпендикулярна къ AB и пройдетъ чрезъ ея средину. (Зад. 186).

192. Если проведены равнодѣлящія угловъ, образуемыхъ двумя пересѣкающимися прямыми, и изъ точки пересѣченія этихъ прямыхъ описана окружность, то равнодѣлящія угловъ дѣлятъ окружность на четыре равныя части.

193. Дуга, описанная изъ вершины даннаго угла, раздѣлена на 2, 4, 8... равныхъ частей. Соединить точки дѣленія хордами и доказать, что перпендикуляры изъ срединъ этихъ хордъ пройдутъ чрезъ вершину угла и раздѣлятъ соотвѣтствующую дугу пополамъ.

194. Если чрезъ какую-нибудь точку равнодѣлящей угла проведемъ перпендикулярную къ этой равнодѣлящей прямую, то доказать наложеніемъ, что отрѣзки этой прямой между точкою и каждой изъ сторонъ угла равны между собою.

Хорды, сѣкущія и касательныя.

На вычисл. 195. Въ окружности проведены двѣ хорды; длина одной хорды $=3$ фут. 6 дюйм., и разстояніе ея отъ центра $=8$ д., длина другой хорды $=1$ арш. 8 вершк. Опредѣлить разстояніе второй хорды отъ центра.

196. Перпендикулярно къ діаметру EF окружности проведена хорда AB; какую часть окружности составляетъ дуга AFB, если $\smile AE=112^\circ 30'$?

197. Въ окружности перпендикулярно къ ея діаметру HK проведена хорда AB; $\smile AK={}^8/_{15}$ полуокружности. Какую часть окружности составляетъ $\smile BH$?

198. Прямыя, соединяющія концы хорды съ центромъ, образуютъ между собою уголъ при центрѣ въ $30^\circ 26' 14''$. Опредѣлить уголъ, образуемый хордою съ радіусомъ, проходящимъ чрезъ конецъ хорды.

199. Къ хордѣ AB, составляющей 0,75 діаметра, возставленъ перпендикуляръ DE, отстоящій отъ A на 4,8(3) дюйма. Зная, что радіусъ окружности содержитъ 2,(6) дюйма, узнать, проходитъ ли этотъ перпендикуляръ чрезъ центръ окружности.

200. Чрезъ конецъ A діаметра AB проведена хорда AC, и проведенъ радіусъ ON, перпендикулярный къ этой хордѣ; по ту же сторону діаметра проведена хорда DE $\parallel$ AC. Опредѣлить въ градусахъ, мин. и сек. длину дуги между параллельными хордами, если извѣстно, что $\smile BC$, заключенная между концами діаметра AB и хорды AC, равна $17^{\circ}24'12''$, а $\smile DN$, заключенная между концами радіуса ON и хорды DE, равна $47^{\circ}15'36''$.

201. Въ окружности хорда AB, проведенная чрезъ средину D радіуса CE перпендикулярно къ нему, равна $^5/_6$ діаметра EF; радіусъ CE болѣе половины хорды AB на $^3/_4$ дюйма. Найти разстояніе хорды отъ центра.

202. Чрезъ центръ окружности проведена сѣкущая, образующая уголъ въ $35^{\circ}17'25''$ съ радіусомъ, проведеннымъ въ точку прикосновенія касательной. Опредѣлить уголъ сѣкущей съ касательной.

203. Чрезъ конецъ діаметра проведена хорда и касательная. Радіусъ, проходящій чрезъ другой конецъ хорды, образуетъ съ діаметромъ уголъ въ $38^{\circ}15'26''$. Опредѣлить уголъ хорды съ касательной.

204. Уголъ, образуемый хордою съ касательной, проведенной чрезъ конецъ этой хорды, $=28^{\circ}15'45''$. Опредѣлить уголъ при центрѣ, опирающійся на эту хорду.

205. Чрезъ конецъ діаметра проведена хорда подъ угломъ въ $48^{\circ}45'25''$. Опредѣлить уголъ, составленный пересѣченіемъ касательныхъ, проведенныхъ чрезъ концы этой хорды.

На доказ. 206. Если діаметръ и хорда пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, то сумма противоположныхъ дугъ равна полуокружности.

207. Если двѣ хорды AB и CD пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, то сумма противоположныхъ дугъ равна полуокружности.

208. Хорды, соединяющія одинъ конецъ діаметра съ концами перпендикулярной этому діаметру хорды, равны между собою.

209. Двѣ хорды, перпендикулярныя діаметру и проведенныя на равныхъ разстояніяхъ отъ его концовъ, дѣлятъ окружность на четыре дуги, изъ которыхъ каждыя двѣ, не прилежащія другъ къ другу, равны между собою.

210. Въ большей изъ двухъ концентрическихъ окружностей проведена хорда, которая пересѣкаетъ меньшую окружность; доказать, что отрѣзки хорды, заключенные внутри кольца, равны.

211. Хорды, проведенныя въ большей изъ двухъ концентрическихъ окружностей такъ, что онѣ касаются меньшей окружности, равны между собою.

212. Касательныя, проведенныя въ концахъ хорды, стягивающей четверть окружности, пересѣкаются подъ прямымъ угломъ.

213. Геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, проходящихъ чрезъ двѣ точки B и C, есть перпендикуляръ, возставленный къ прямой BC изъ средины ея.

214. Хорды, проведенныя изъ точки касанія касательной подъ равными къ ней углами, стягиваютъ равныя дуги.

215. Касательныя, проведенныя въ концахъ хорды, пересѣкаются на продолженіи перпендикуляра, опущеннаго изъ центра на хорду.

216. Касательныя, проведенныя изъ точки къ окружности, равны между собою.

217. Между всѣми хордами, которыя проведены чрезъ данную точку A внутри окружности, наименьшая есть та, которая въ этой точкѣ дѣлится пополамъ.

Задачи на построеніе. Прямыя линіи и окружность.

218. Чрезъ данную точку A провести прямую параллельную прямой, проходящей чрезъ двѣ другія данныя точки B и C.

219. Чрезъ каждую изъ двухъ точекъ B и C провести по прямой такъ, чтобы эти прямыя были параллельны между собою, и чтобы одна изъ нихъ проходила чрезъ третью данную точку A.

220. Чрезъ данную точку A провести прямую, образующую съ данной прямой BC уголъ, равный данному.

221. Чрезъ каждую изъ двухъ данныхъ точекъ B и C провести по прямой линіи такъ, чтобы эти прямыя были параллельны между собой, и чтобы онѣ образовали съ прямой, проходящей чрезъ B и C уголъ, равный данному.

222. Двѣ данныя параллельныя прямыя пересѣчь двумя другими параллельными, изъ которыхъ одна проходитъ чрезъ точку A, лежащую внѣ данныхъ параллельныхъ, а другая — чрезъ точку B, лежащую на одной изъ нихъ.

223. Помощью одного циркуля найти точку на продолженіи даннаго отрѣзка прямой, не продолжая этого отрѣзка.

224. Раздѣлить прямую AB на 4, 8, 16 и вообще на 2^n равныхъ частей.

225. Найти точку, находящуюся въ равномъ разстояніи отъ точки C прямой AB и точки D, лежащей внѣ AB.

226. На данной прямой AB найти точку, находящуюся въ равномъ разстояніи отъ двухъ данныхъ точекъ C и D, лежащихъ внѣ этой прямой.

227. На окружности найти точку, равноотстоящую отъ двухъ данныхъ точекъ C и D.

228. Построить двѣ прямыя, если сумма ихъ равна прямой AB, а разность — прямой CD, при чемъ $AB > CD$.

229. Найти точку, равноудаленную отъ трехъ точекъ A, B и C, не лежащихъ на одной прямой.

230. Чрезъ вершину даннаго угла ABC провести прямую, которая была бы равно наклонена къ сторонамъ даннаго угла, и прямую, равнонаклоненную къ сторонамъ угла, смежнаго данному.

231. Даны прямыя AB и CD и гдѣ-нибудь точка E; требуется найти на прямой AB такую точку, чтобы перпендикуляръ, опущенный изъ нея на CD, и прямая, соединяющая эту точку съ точкой E, были одинаково наклонены къ AB.

232. Даны двѣ непараллельныя прямыя, AB и CD, продолжить которыя до пересѣченія нельзя; провести чрезъ данную гдѣ-нибудь точку E прямую, которая была бы одинаково наклонена къ этимъ прямымъ.

233. Раздѣлить уголъ на 4, 8, 16... и вообще на 2^n равныхъ угловъ.

234. Построить уголъ въ 45°; $22^\circ 30'$; $11^\circ 15'$; $5^\circ 37' 30''$.

235. Чрезъ данную гдѣ-нибудь точку A провести прямую такъ, чтобы она отсѣкла на сторонахъ даннаго угла B равныя части (считая отъ вершины).

236. Чрезъ данную точку A провести прямую, составляющую одинакіе углы со сторонами даннаго угла KLM.

237. Построить два угла, если сумма ихъ равна $\angle ABC$, а разность ихъ равна $\angle MNP$, при чемъ $\angle ABC > \angle MNP$.

238. На прямой AB найти точку, находящуюся на равныхъ разстояніяхъ отъ двухъ пересѣкающихся прямыхъ KL и MN.

239. Найти точку, равноудаленную отъ трехъ попарно пересѣкающихся прямыхъ.

240. Раздѣлить окружность на 2, 4, 8... 2^n равныхъ частей.

241. Построить хорду, стягивающую дугу, равную $^1/_4$, $^1/_8$... $\frac{1}{2^n}$ данной дуги или всей окружности.

242. По данной суммѣ и разности двухъ дугъ окружности (или двухъ соотвѣтствующихъ имъ угловъ при центрѣ, или двухъ стягивающихъ ихъ хордъ) найти дуги.

243. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, описанныхъ даннымъ радіусомъ и проходящихъ чрезъ данную точку.

244. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, проходящихъ чрезъ двѣ данныя точки.

245. Даннымъ радіусомъ описать окружность, проходящую чрезъ двѣ данныя точки.

246. Провести окружность чрезъ три данныя точки, не лежащія на одной прямой.

247. Провести окружность, которая проходила бы чрезъ двѣ данныя точки, и центръ которой находился бы на данной прямой.

248. По данной дугѣ нѣкоторой окружности начертить цѣлую окружность.

249. Найти геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, касающихся данной прямой въ данной на ней точкѣ.

250. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касающуюся данной прямой въ данной на ней точкѣ.

251. Провести окружность, проходящую чрезъ данную точку и касающуюся прямой въ данной точкѣ.

252. Начертить окружность, которая проходила бы чрезъ двѣ данныя точки и была бы касательною къ прямой, проведенной параллельно прямой, проходящей чрезъ двѣ данныя точки.

253. Чрезъ данную на окружности точку провести касательную къ окружности.

254. Къ окружности чрезъ данную на ней точку провести касательную, не опредѣляя положенія центра окружности.

255. Провести къ данной окружности касательную, перпендикулярную къ данной прямой.

256. Провести къ данной окружности касательную, параллельную данной прямой.

257. Провести къ данной окружности касательную подъ даннымъ угломъ къ данной прямой.

258. Провести къ данной окружности двѣ касательныя, составляющія данный уголъ.

259. Данъ центръ; провести окружность, касающуюся данной прямой.

260. Чрезъ точку, данную внутри окружности, провести хорду, которая раздѣлилась бы въ этой точкѣ пополамъ.

261. Чрезъ точку, данную внутри окружности, провести наименьшую хорду.

262. Провести окружность, которая имѣла бы параллельными хордами двѣ данныя прямыя, разстояніе между которыми дано.

263. Провести окружность, въ которой двѣ данныя хорды стягивали бы дуги, изъ которыхъ одна была бы вдвое болѣе другой.

264. Въ данной окружности провести хорду, которая пересѣкалась бы пополамъ съ проведенною въ окружности хордою и образовывала съ нею уголъ, равный данному.

Рѣш. При какой-нибудь точкѣ данной хорды построить уголъ, равный данному; изъ центра опустить перпендикуляръ на сторону угла и продолжить его до пересѣченія съ данной хордою. Искомая хорда пройдетъ чрезъ эту точку пересѣченія.

Треугольники.

На вычисл. **265.** Можетъ ли треугольникъ имѣть стороны въ 12, 7 и 8 линій? въ 1, 2 и 3 вершка? въ 1 саж., 1 арш., 1 верш.?

266. Въ треугольникѣ одна сторона равна 2 дюйм., другая 1 дюйму, и третья сторона содержитъ въ себѣ цѣлое число дюймовъ. Чему равна третья сторона, и какой треугольникъ?

267. Одна сторона треугольника $=1$ арш., а другая $=$ 1 вершку; найти длину третьей стороны, зная, что она выражается цѣлымъ числомъ вершковъ.

268. Найти длину стороны треугольника, выраженную нечетнымъ цѣлымъ числомъ единицъ, зная, что другая сторона $a=53$, а третья $b=1$? $a=9$, $b=2$?

269. Найти длину стороны равнобедреннаго треугольника, если другія стороны его равны 8 и 4 вершк.

270. Въ какихъ цѣлыхъ числахъ можетъ выразиться длина одной стороны треугольника, если двѣ другія стороны его равны 9 и 6? 5 и 2?

271. Периметръ равнобедреннаго $\triangle$ равенъ 4,42 вершк.; основаніе его $= {}^5/_6$ одной изъ прочихъ сторонъ. Опредѣлить стороны.

272. Периметръ $\triangle ABC = 28,8$ дюйм.; $AB = 3,6$ дюйм.; разность двухъ другихъ сторонъ $= 14,4$ линіямъ. Опредѣлить эти стороны.

273. Периметръ равнобедреннаго треугольника равенъ 39 дюйм., и разность двухъ сторонъ $= 3^1/_4$ дюйм. Опредѣлить стороны треугольника.

274. Периметръ равнобедреннаго треугольника ABC равенъ 17,25 фута, сторона $AB = AC$, и основаніе BC на 5,5 фута меньше суммы сторонъ AB и AC. Вычислить стороны треугольника.

275. Опредѣлить стороны треугольника ABC, зная, что периметръ его = 6 декам. + 2 метра + 9 децим. + 6 сант.; $AB + BC = 42$ метр. + 87 сантим., и $AB - BC = 6,92$ метр.

276. Въ треугольникѣ ABC сторона AC больше AB на 5,5 фута, сторона BC больше AC на 3,5 фута, и его периметръ содержитъ 51,75 фута. Чему равна каждая изъ сторонъ?

277. Въ $\triangle ABC$ сторона AB равна шестой части его периметра, сторона BC больше AB на 9 саженъ и сторона BC меньше AC на 18 саженъ. Сколько саженъ содержитъ периметръ этого треугольника, и возможенъ ли треуг.?

278. Въ $\triangle ABC$ опредѣлить $\angle A$, если извѣстно, что 1) $\angle B = {}^1/_3 d$ и $\angle C = {}^5/_6 d$; 2) $\angle B = 47^\circ 25' 30''$ и $\angle C = 19^\circ 36' 23''$; 3) $\angle B = 0,1(6)d$ и $\angle C = 1,4(9)d$.

279. Можетъ ли треуг. имѣть углы: 1) въ 53°, 37°, 19°; 2) въ $48^\circ 15'$, $53^\circ 38'$, $78^\circ 7'$; 3) въ 75°, 65°, 83°; 4) въ ${}^5/_6 d$, ${}^2/_3 d$, ${}^1/_2 d$?

280. Какого вида будетъ треугольникъ, если одинъ изъ его угловъ равенъ суммѣ двухъ остальныхъ? Если одинъ изъ его угловъ болѣе суммы двухъ остальныхъ? Если каждый уголъ треуг. менѣе суммы двухъ остальныхъ?

281. Опредѣлить углы въ $\triangle ABC$, если извѣстно, что $\angle A + \angle B = 136^\circ 18' 40''$ и $\angle A - \angle B = 24^\circ 36' 56''$.

282. Вычислить углы $\triangle ABC$, зная, что $\angle A - \angle B = 28^\circ 32'$ и $\angle C - \angle B = 30^\circ 40'$.

283. Въ $\triangle ABC$ опредѣлить углы, если $\angle A - \angle B = 15^\circ 19'$; $\angle B - \angle C = 17^\circ 16'$.

284. Въ $\triangle ABC$ опредѣлить углы, если $\angle A = 2,(6) \angle B$; $\angle B = 3 \angle C$.

285. Данъ равнобедренный $\triangle ABC$, коего основаніе BC. 1) Если дано, что $\angle A = 48^\circ 52' 18''$, найти $\angle B$. 2) Если дано, что $\angle B = 19^\circ 25' 46''$, найти $\angle A$.

286. Опредѣлить углы равнобедреннаго треуг., если сумма угловъ, прилежащихъ къ основанію, равна $128^\circ 16'$.

287. Опредѣлить углы равнобедреннаго треуг., если уголъ при основаніи въ 7 разъ болѣе угла при вершинѣ.

288. Опредѣлить углы равнобедр. треуг., если уголъ при вершинѣ болѣе угла при основаніи на $5^\circ 18' 48''$.

289. Какого вида будетъ треугольникъ, если одинъ изъ его внутреннихъ угловъ = смежному съ нимъ внѣшнему? Болѣе его? Каждый изъ внутреннихъ угловъ менѣе смежнаго съ нимъ внѣшняго?

290. Опредѣлить углы прямоуг. треуг., если одинъ изъ внѣшнихъ угловъ его $= 1,75\, d$.

291. Внѣшній уголъ при основаніи равнобедреннаго треугольника $= 107^\circ 28'$. Найти внутренніе углы треуг.

292. Внутренній уголъ $\triangle ABC$ равенъ $18^\circ 20'$, а внѣшній, съ нимъ не смежный, равенъ $120^\circ 10'$. Опредѣлить остальные внутренніе и внѣшніе углы $\triangle ABC$.

293. Одинъ изъ внѣшнихъ угловъ $\triangle ABC$ равенъ $145^\circ 20'$. а разность внутреннихъ, съ нимъ не смежныхъ, равна $16^\circ 40'$, Опредѣлить внутренніе и внѣшніе углы треуг.

294. Въ равнобедренномъ $\triangle ABC$ основаніе BC продолжено по направленію CD. Опредѣлить $\angle ACD$, зная, что $\angle BAC$ больше суммы двухъ остальныхъ угловъ $\triangle ABC$, на $29^\circ 40'$.

295. Въ $\triangle ABC$ сторона $AB = AC$, изъ вершины A опущенъ перпендикуляръ AG на BC, и $\angle BAG$ составляетъ $^5/_{27}$ угла ABC. Опредѣлить внѣшній уголъ ACD, образованный продолженіемъ BC по направленію CD со стороною CA.

296. Черезъ вершину A равнобедреннаго $\triangle ABC$ проведена прямая DE параллельно основанію BC, составляющая со стороною AB уголъ DAB, который на $37^{0}15'$ меньше $\angle BAC$. Опредѣлить углы треугольника.

297. Въ $\triangle ABC$ основаніе BC продолжено по направленію CD; и образовавшійся внѣшній $\angle ACD = 137^{0}30'$. Опредѣлить углы $\triangle ABC$, зная, что $\angle ACB$ больше $\angle ABC$ на $12^{0}25'$.

298. Въ $\triangle ABC$ сумма двухъ внѣшнихъ угловъ$=240^{0}$; опредѣлить внутренній, не смежный съ ними уголъ.

299. Въ $\triangle ABC$ опредѣлить $\angle A$, зная, что сумма внѣшнихъ угловъ, смежныхъ B и C, болѣе суммы $\angle B + \angle C$ впятеро? въ n разъ?

300. Въ $\triangle ABC$ основаніе BC продолжено по направленію CD; $\angle ABC$ составляетъ $^{4}/_{9}$ внѣшняго $\angle ACD$, и $\angle BAC$ больше $\angle ABC$ на $15^{0}51'$. Опредѣлить всѣ углы треуг. ABC.

301. Опредѣлить внутр. уголъ треуг., если сумма внѣшнихъ угловъ, не смежныхъ съ нимъ, болѣе его въ 5 разъ? въ 2,5 раза? въ n разъ?

302. Въ $\triangle ABC$ $\angle A = 72^{0}18'36''$, а часть его, заключенная между стороною AB и перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины A на основаніе BC, равна $19^{0}48'40''$. Опредѣлить $\angle B$ и $\angle C$.

303. Опредѣлить уголъ, образуемый равнодѣлящими острыхъ угловъ прямоуг. $\triangle$.

304. Опредѣлить острый уголъ, образуемый равнодѣлящими внѣшнихъ тупыхъ угловъ прямоуг. $\triangle$.

305. Въ $\triangle ABC$ $\angle A = 56^{0}$; какой уголъ образуютъ равнодѣлящія угловъ B и C?

306. Въ $\triangle ABC$ равнодѣлящія угловъ B и C пересѣкаются подъ угломъ$=124^{0}$; опредѣлить $\angle A$.

307. Если въ треугольникѣ прямая, соединяющая вершину съ срединою противолежащей стороны, равна $^{1}/_{2}$ этой стороны, то какъ великъ уголъ при этой вершинѣ?

308. Въ $\triangle ABC$ изъ вершины $\angle A$ проведена высота AE и равнодѣлящая этого угла AD. $\angle DAE = 20^{0}9'6''$, и большій изъ прочихъ угловъ $\angle B = 58^{0}27'36''$. Опредѣлить $\angle A$ и $\angle C$.

309. Въ $\triangle ABC$ равнодѣлящая $\angle A$ есть AD, а высота, проведенная изъ вершины того же угла, — AE. Дано, что $\angle A = 46^{0}48'50''$, и $\angle DAE = 18^{0}17'16''$. Опредѣлить $\angle B$ и $\angle C$.

На доказ. 310. Периметръ треуг., вершины котораго лежатъ на сторонахъ даннаго треуг., меньше периметра даннаго треугольника.

311. Доказать, что въ треугольникѣ каждая сторона меньше половины его периметра.

312. Высота треугольника менѣе полусуммы сторонъ, выходящихъ изъ той же вершины.

313. Сумма высотъ треугольника меньше его периметра.

314. Сумма трехъ высотъ треугольника менѣе суммы трехъ какихъ угодно прямыхъ, проведенныхъ изъ трехъ вершинъ до пересѣченія съ противоположными сторонами.

315. Во всякомъ треуг. половина суммы его угловъ равна прямому углу.

316. Если въ треуг. одинъ уголъ менѣе каждаго изъ остальныхъ двухъ угловъ, то онъ необходимо острый.

317. Если въ двухъ треуг. ABC и A′B′C′ $\angle A+\angle A'=d$ и $\angle B+\angle B'=d$, то $\angle C=\angle A'+\angle B'$ и $\angle C'=\angle A+\angle B$.

318. Если въ двухъ треуг. ABC и A′B′C′ $\angle A=\angle A'$ и $\angle B+\angle B'=2d$, то $\angle C=\angle B'-\angle A'$ и $\angle C'=\angle B-\angle A$.

319. Если въ двухъ треуг. ABC и A′B′C′ $\angle A=\angle A'$ и $\angle B+\angle B'=d$, то $\angle C=d-(\angle A'-\angle B')$, и $\angle C=d-(\angle A-\angle B)$.

320. Если изъ вершины A треуг. ABC опустить на противоположную углу сторону перпендикуляръ, то часть угла A, ближайшая къ B, равна $\frac{1}{2}(\angle A-\angle B+\angle C)$, а часть угла A, ближайшая къ C, равна $\frac{1}{2}(\angle A+\angle B-\angle C)$.

321. Могутъ ли быть такіе треугольники ABC и A′B′C′, чтобы въ нихъ одновременно было $\angle A+\angle A'=2d$ и $\angle B+\angle B'=2d$; или было одновременно: $\angle A+\angle A'=2d$, $\angle B+\angle B'=2d$ и $\angle C+\angle C'=2d$?

322. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла прямоуг. треугольника на гипотенузу, дѣлитъ данный треуг. на два треугольника, равноугольные съ даннымъ и между собою.

323. Если черезъ вершину A равнобедреннаго $\triangle ABC$ провести прямую $DE \parallel BC$, то образуются равные углы DAB и EAC.

324. Прямая, параллельная основанію равнобедр. треуг. и проходящая чрезъ его вершину, дѣлитъ пополамъ внѣшній уголъ при вершинѣ.

325. Равнодѣлящая AD внѣшняго угла при вершинѣ A равнобедреннаго треуг. ABC параллельна основанію BC.

326. Двойной внѣшній уголъ при основаніи равнобедреннаго треуг. болѣе 2d на уголъ при вершинѣ.

327. Перпендикуляръ, опущенный изъ конца основанія равнобедреннаго треугольника на боковую сторону, образуетъ съ основаніемъ уголъ, который вдвое меньше угла при вершинѣ равнобедреннаго треугольника.

328. Острый уголъ, составленный перпендикулярами, опущенными изъ концовъ основанія равнобедр. треуг. на боковыя стороны или ихъ продолженія, равенъ углу при вершинѣ или его дополняетъ до 2d.

329. Если равнодѣлящая угла треугольника раздѣляетъ пополамъ противолежащую углу сторону, то треуг. есть равнобедренный.

330. Двѣ прямыя, дѣлящія пополамъ внутренніе или внѣшніе углы при основаніи равнобедр. треуг., образуютъ съ основаніемъ его новый равнобедр. треуг.

331. Если въ равнобедр. $\triangle ABC$ уголъ BAC при вершинѣ равенъ половинѣ $\angle ABC$ при основаніи, то равнодѣлящая $\angle ABC$ дѣлитъ этотъ треуг. на равнобедр. треугольники ABD и BCD.

332. Прямыя, соединяющія концы основанія BC равнобедреннаго $\triangle ABC$ со срединами сторонъ AB и AC, равны между собой.

333. Если средину D основанія BC равнобедреннаго $\triangle ABC$ соединить прямыми со срединами E и F сторонъ AB и AC, то образуются два равные треуг. BDE и CDF.

334. Перпендикуляры BD и EC, опущенные изъ концовъ основанія BC равнобедреннаго треуг. ABC на противолежащія стороны AC и AB, равны, и ихъ основанія D и E равно отстоятъ отъ вершины A.

335. Если изъ концовъ основанія равнобедреннаго треуг. возставимъ перпендикуляры къ разнымъ сторонамъ его, то прямая, соединяющая точку пересѣченія перпендикуляровъ съ вершиною треуг., есть равнодѣлящая угла при вершинѣ.

336. Если чрезъ концы основанія равнобедреннаго треуг. проведемъ прямыя подъ равными углами къ основанію и по одну его сторону, то точка пересѣченія этихъ прямыхъ равно отстоитъ отъ двухъ другихъ боковъ треуг.

337. Внутри △ABC чрезъ вершину A проведемъ прямую AD, которая составляла бы съ AB уголъ, равный ∠C, и прямую AE, которая составляла бы съ AC уголъ, равный ∠B. Доказать, что △ADE равнобедренный.

338. Въ △ABC раздѣлимъ пополамъ углы при основаніи BC и чрезъ точку N пересѣченія равнодѣлящихъ проведемъ прямыя параллельно AB и AC до встрѣчи съ основаніемъ BC въ точкахъ D и E. Доказать, что периметръ △DNE равенъ BC.

339. Если въ △ABC раздѣлить ∠B пополамъ прямой BE и изъ точки E пересѣченія этой прямой съ противоположной стороной AC провести ED ∥ BC до встрѣчи съ AB, то ED = BD.

340. Если отъ вершины равнобедр. треуг. отложить на сторонахъ его равныя части и соединить полученныя такимъ образомъ точки прямою линіей, то эта прямая будетъ параллельна основанію.

341. Если въ △ABC раздѣлить пополамъ углы B и C прямыми BF и CF и черезъ точку F пересѣченія этихъ прямыхъ провести DE ∥ BC до встрѣчи съ AB и AC соотвѣтственно въ точкахъ D и E, то DE будетъ равна суммѣ отрѣзковъ DB и EC.

342. Если изъ концовъ прямой AB проведемъ по одну сторону ея двѣ параллельныя между собою прямыя AL и BM, потомъ возьмемъ на AB какую-нибудь точку C, отложимъ на AL часть AD = AC и на BM часть BE = BC, то прямыя, соединяющія точку C съ точками D и E, будутъ взаимно перпендикулярны.

343. Доказать, что высоты равносторонняго треуг. равны.

344. Если каждую сторону равностор. треуг. раздѣлить на три равныя части и соединить прямыми линіями каждыя двѣ точки дѣленія, ближайшія къ вершинамъ треуг., то образуется равносторонній и равноугольный шестиугольникъ.

345. Въ равностор. треуг. равнодѣлящія двухъ угловъ его составляютъ уголъ, вдвое большій третьяго угла треуг.

346. Если равнодѣлящія двухъ угловъ равносторонняго треуг. продолжить до ихъ взаимнаго пересѣченія и изъ средины ихъ возставить къ нимъ перпендикуляры, то эти перпендикуляры раздѣлятъ на три равныя части сторону, прилежащую къ раздѣленнымъ угламъ.

347. Равныя прямыя AB и CD, заключенныя между параллельными прямыми AC и BD, пересѣкаются въ точкѣ O. Доказать, что AO=CO и BO=DO.

348. Средина отрѣзка сѣкущей двухъ параллельныхъ прямыхъ есть средина отрѣзковъ всѣхъ сѣкущихъ, проходящихъ чрезъ эту точку и заключенныхъ между тѣми же параллельными прямыми.

349. Точка O, взятая внутри треугольника ABC, соединена прямыми съ вершинами B и C; доказать, что $\angle BOC > \angle BAC$.

350. Если изъ точки D, взятой внутри $\angle ABC$, опустить перпендикуляры DE и DF на стороны BA и BC, то образуется $\angle EDF$, которымъ $\angle ABC$ дополняется до 2d.

351. Въ $\triangle ABC$ отложимъ на сторонѣ AB часть $AC'=AC$, а на сторонѣ AC — часть $AB'=AB$; проведемъ $B'C'$, которая пересѣчетъ BC въ точкѣ D. Доказать, что AD есть равнодѣлящая угла BAC.

Указ. $\triangle ABC=\triangle AB'C'$, а потому $\triangle ABD=\triangle AB'D$.

352. На сторонѣ AB треуг. ABC отложимъ AD=AC, а на продолженіи той же стороны отложимъ AE=AC и соединимъ D и E съ C. Доказ., что $\angle BEC = {}^1/_2 \angle BAC$, и $\angle DCE = d$.

353. Доказать, что уголъ, составленный равнодѣлящею угла треуг. съ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины того же угла на противоположную сторону, равенъ полуразности двухъ другихъ угловъ треуг.

354. Если на сторонахъ равносторонняго треугольника отложить отъ вершинъ его равныя части въ одномъ направленіи и полученныя такимъ образомъ точки соединить прямыми линіями, то эти линіи образуютъ новый равносторонній треугольникъ.

Если же при этомъ каждая изъ отложенныхъ частей составляетъ третью часть стороны, то стороны полученнаго треугольника будутъ перпендикулярны къ сторонамъ даннаго.

355. Если внутри равносторонняго треугольника построить равносторонній треуг. такъ, чтобы вершины второго находились на сторонахъ перваго, то эти вершины раздѣлятъ каждую сторону на два отрѣзка, и изъ всѣхъ шести отрѣзковъ каждые три не прилежащіе отрѣзка равны между собою.

356. Если изъ точки, взятой на гипотенузѣ прямоуг. треугольника, опустимъ перпендикуляры на его катеты, то отдѣлимъ отъ даннаго треугольника новые два треуг., сумма периметровъ которыхъ равняется периметру даннаго треуг. Разсмотрѣть случай, когда точка взята на продолженіи гипотенузы.

357. Сумма разстояній какой-нибудь точки D основанія BC равнобедр. $\triangle ABC$ до другихъ его сторонъ постоянна и равна перпендикуляру, опущенному изъ конца его основанія на боковую сторону.

Рѣш. Пусть $DE \perp AB$, $DF \perp AC$ и $CN \perp AB$. Опустивъ перпендикуляръ DK на CN, получимъ $DE = KN$; но $\triangle DKC = \triangle DFC$, и потому $DF = CK$. Сложивъ $DE = KN$ и $DF = CK$, имѣемъ $DE + DF = CN$.

358. Сумма разстояній какой-нибудь точки O, взятой внутри равностор. треуг. до его сторонъ, равна высотѣ треуг.

Рѣш. Опустимъ изъ O перпендикуляры OP, OQ и OS на стороны AB, BC и AC треуг. ABC и проведемъ чрезъ O параллельно BC прямую MN, которая отъ даннаго треуг. отсѣчетъ равностор. $\triangle AMN$. Опустимъ изъ A высоту AL даннаго треуг., часть которой AK есть высота $\triangle AMN$. Въ $\triangle AMN$, по предыдущ. зад., $OP + OS = AK$, а потому $OP + OS + OQ = AK + OQ = AK + KL = AL$.

Примѣч. Если точка O лежитъ внѣ $\triangle ABC$, то сумма разстояній ея отъ сторонъ треуг. равна высотѣ его, сложенной съ удвоеннымъ разстояніемъ точки отъ ближайшей стороны. Доказательство то же.

359. Разность разстояній произвольно взятой точки D на продолженіи основанія BC равнобедренн. треуг. ABC отъ боковъ этого треугольника есть величина постоянная и равна перпендикуляру, опущенному изъ конца основанія на противоположную сторону.

Рѣш. Пусть D лежитъ ближе къ C; опустимъ изъ D перпендикуляры DE на AB и DF на продолженіе AC; затѣмъ изъ C—перпендикуляры CM на AB и CN на DE; $\triangle CDF = \triangle CDN$, слѣд., $DF = DN$; но $CM = NE$, а потому $DE = CM + DF$, откуда $CM = DE - DF$.

360. Если изъ всѣхъ вершинъ треуг. провести три прямыя линіи подъ однимъ и тѣмъ же угломъ къ сторонамъ треуг. въ одномъ направленіи и притомъ такъ, чтобы эти прямыя были или всѣ внутри, или всѣ внѣ треуг., то онѣ образуютъ треуг., равноугольный съ даннымъ.

361. Если на каждой изъ трехъ сторонъ треугольника возьмемъ по одной точкѣ и чрезъ нихъ проведемъ въ одномъ направленіи три прямыя, образующія съ соотвѣтствующими сторонами равные углы, то, пересѣкаясь между собою, эти прямыя образуютъ треугольникъ, равноугольный съ даннымъ.

362. Прямая AM, соединяющая средину M стороны BC треуг. ABC съ противолежащей вершиною, меньше полусуммы остальныхъ двухъ сторонъ AB и AC.

Рѣш. Продолжить AM и на продолженіи отложить $MN = AM$; затѣмъ точку N соединить съ B.

363. Изъ точки A, взятой внѣ прямой XY, опустимъ перпендикуляръ AB на XY, и изъ той же точки проведемъ по одну сторону AB наклонныя AC, AD и AE, такъ что $BC = CD = DE$, то $\angle BAC > \angle CAD > \angle DAE$.

Рѣш. На продолженіи наклонной AD отложимъ $DV = AD$ и точку V соединимъ съ точкою E прямою VE, то $\triangle VDE = \triangle ADC$ и, слѣд., $\angle DAC = \angle DVE$; $AC = VE$. Съ $\triangle AEV$ $AE > VE$, такъ какъ $AE > AC$, а потому и $\angle EVD > \angle EAD$ или $\angle DAC > \angle EAD$.

Замѣчаніе. Если $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE$, то $BC < CD < DE$.

364. Соединить средину D основанія BC равнобедреннаго треуг. ABC съ какою-нибудь точкою M на сторонѣ AC и доказать, что $DB - DM < AB - AM$.

365. Въ $\triangle ABC$ уголъ $A = d$; соединимъ C съ произвольною точкою D на AB; затѣмъ на DC отложимъ $DE = AC$ и соединимъ средину F линіи CE съ вершиною B. Требуется доказать, что $DF + BF > AC + BC$.

366. Въ $\triangle ABC$ взята точка D на сторонѣ AB и соединена прямою DC съ вершиною C. Доказать, что $AD + DC < AB + BC$.

367. Внутри $\triangle ABC$ взята точка D и соединена прямыми DA и DC съ вершинами A и C. Доказать, что $AD + DC > AB + BC$.

368. Периметръ треуг. болѣе суммы прямыхъ, соединяющихъ вершины треуг. съ точкою, взятой внутри его, и менѣе удвоенной этой суммы.

369. Если чрезъ средину D одной стороны AC треуг. ABC проведены двѣ прямыя $DE \parallel AB$ и $DF \parallel BC$ до пересѣченія въ точкахъ E и F съ двумя другими сторонами, то

1) $\triangle ADF = \triangle DCE$.

2) Двѣ указанныя прямыя вмѣстѣ съ прямой EF, соединяющей точки E и F, дѣлятъ данный треуг. на четыре равныхъ между собою треугольника.

3) Точки E и F суть средины сторонъ BC и AC треуг. ABC.

370. Прямая, проходящая чрезъ средину одной стороны треугольника параллельно другой сторонѣ его, дѣлитъ третью сторону пополамъ, и обратно; прямая, соединяющая средины двухъ сторонъ треуг., параллельна третьей сторонѣ его.

371. Прямыя, соединяющія средины трехъ сторонъ треуг., образуютъ новый треугольникъ, равноугольный данному, стороны его параллельны сторонамъ даннаго и вдвое менѣе ихъ.

372. Если чрезъ вершины треуг. проведемъ прямыя параллельно противоположнымъ сторонамъ его, то эти прямыя, пересѣкаясь попарно, образуютъ треуг., стороны котораго будутъ вдвое болѣе сторонъ даннаго; вершины же даннаго треугольника будутъ лежать на срединахъ сторонъ построеннаго.

373. Если въ двухъ треугольникахъ, имѣющихъ соотвѣтственные углы равные, одна сторона перваго треуг. вдвое болѣе соотвѣтствующей (т.-е. лежащей противъ равнаго угла) стороны второго, то и остальныя стороны перваго треуг. вдвое болѣе соотвѣтствующихъ сторонъ второго треуг. (Зад. 370).

374. Если соединимъ точку, лежащую внутри или внѣ треуг., прямыми съ его вершинами и потомъ средины послѣднихъ прямыхъ соединимъ между собою новыми прямыми, то составится треуг., равноугольный съ даннымъ, стороны котораго будутъ ‖-ны сторонамъ даннаго и вдвое менѣе ихъ. (Зад. 370).

375. Если чрезъ средину стороны и чрезъ одинъ изъ концовъ той же стороны треуг. проведемъ двѣ параллельныя между собою прямыя въ томъ же направленіи такъ, чтобы длина второй была вдвое болѣе первой, то концы этихъ параллельныхъ будутъ лежать на одной прямой съ другимъ концомъ этой стороны. (Зад. 370).

376. Если изъ точки, лежащей внутри или внѣ треуг., проведемъ чрезъ средины двухъ сторонъ его прямыя такъ, чтобы эти прямыя сами дѣлились на срединахъ сторонъ пополамъ, то прямая, соединяющая концы этихъ двухъ линій, равна и параллельна третьей сторонѣ треуг. (Зад. 370).

377. Если чрезъ точку, взятую внутри или внѣ треуг., проведемъ чрезъ средины сторонъ его прямыя, которыя въ этихъ срединахъ сами дѣлились бы пополамъ, то прямыя, соединяющія концы ихъ, образуютъ треугольникъ, равный данному, со сторонами, соотвѣтственно параллельными ему. (Зад. 376).

378. Изъ концовъ A и B и средины C отрѣзка AB прямой возставимъ перпендикуляры AA', BB' и CC', до пересѣченія съ произвольною прямою XY. Доказать, что C' есть средина $A'B'$, и что длина CC' равна полусуммѣ или полуразности перпендикуляровъ AA' и BB', смотря по тому, точки A и B лежатъ ли по одной, или по разнымъ сторонамъ прямой XY.

379. Чрезъ вершину A треуг. ABC проведемъ прямую XY и изъ вершинъ B и C опустимъ на нее перпендикуляры BD и CE. Доказать, что средина стороны BC равно отстоитъ отъ D и E.

380. Если въ прямоуг. треуг. изъ вершины B прямого угла опустимъ перпендикуляръ BD на гипотенузу AC, то $\angle ABD$, составляемый BD съ катетомъ BA, равенъ $\angle ACB$, составляемому гипотенузою съ катетомъ BC.

381. Въ прямоуг. треуг. прямая, соединяющая вершину прямого угла со срединою гипотенузы, равна половинѣ гипотенузы.

Рѣш. Изъ средины гипотенузы должно опустить на катетъ перпендикуляръ, который раздѣлитъ этотъ катетъ, на основ. задачи 370, пополамъ.

382. Уголъ треуг. будетъ прямой, острый или тупой, смотря по тому, будетъ ли прямая, соединяющая его вершину со срединою противолежащей стороны, равна, болѣе или менѣе половины этой стороны. (Зад. 370).

383. Если въ прямоугольномъ треуг. одинъ изъ острыхъ угловъ вдвое больше другого, то гипотенуза вдвое больше меньшаго катета. (Зад. 381).

384. Если въ прямоуг. треуг. гипотенуза вдвое болѣе меньшаго изъ катетовъ, то одинъ изъ острыхъ угловъ вдвое болѣе другого. (Зад. 381).

385. Дано $MN \parallel PQ$; изъ какой-нибудь точки A прямой MN проведена наклонная AB и перпендикуляръ AC къ PQ. Между MN и PQ проведена еще прямая BED, пересѣкающая AC въ точкѣ E такъ, что $ED = 2AB$. Доказать, что $\angle DBC = \frac{1}{3} \angle ABC$.

Рѣш. Соединимъ F, средину ED, съ A и въ прямоуг. $\triangle ADE$ получимъ $DF = FE = AF$ (зад. 381); слѣд. $\triangle ADF$ равнобедренный и $\angle FAD = \angle ADF = \angle DBC$. Такъ какъ $AF = AB$, то $\angle AFB = \angle ABF$. Но $\angle AFB = 2\angle ADB = 2\angle DBC$, слѣд. и $\angle ABF = 2\angle DBC$; а потому $\angle ABC = 3\angle DBC$, откуда $\angle DBC = \frac{1}{3}\angle ABC$.

386. Въ $\triangle ABC$, въ которомъ $CA < BC$, отложимъ на сторонѣ BC отъ вершины C часть CF, равную CA, и соединимъ A съ F прямою AF. Если черезъ точку пересѣченія G прямой AF съ равнодѣлящею $\angle B$ проведемъ прямую, параллельную сторонѣ BC, которая пересѣчетъ сторону AB въ точкѣ D и сторону AC въ точкѣ E, то отрѣзокъ DE будетъ равенъ суммѣ отрѣзковъ BD и AE.

387. Въ $\triangle ABC$ продолжимъ сторону BC на разстояніе CF, равное AC, и соединимъ A съ F прямою AF; равнодѣлящая $\angle B$ пересѣчетъ прямую AF въ нѣкоторой точкѣ G. Если чрезъ эту точку G проведемъ прямую $GD \parallel BC$, которая пересѣчетъ сторону AB въ точкѣ D и сторону AC въ точкѣ E, то отрѣзокъ DE будетъ равенъ разности отрѣзковъ BD и AE.

388. Чрезъ вершину A треуг. ABC проведемъ прямую XY перпендикулярно къ равнодѣлящей угла A. Доказать, что если на прямой XY возьмемъ какую-нибудь точку M и соединимъ ее съ точками B и C, то периметръ треуг. BMC будетъ болѣе периметра треуг. ABC.

Рѣш. Изъ точки B опустимъ перпендикуляръ BL на XY; продолжимъ сторону CA до пересѣченія съ этимъ перпендикуляромъ въ точкѣ N и соединимъ N съ M прямою. Т. к. $\triangle ABL = \triangle ALN$, то $AN = AB$, и слѣдов. $NC = AB + AC$. Т. к. $\triangle BML = \triangle MNL$, то $BM = MN$. Но $MN + MC > NC$, и слѣд. $BM + CM > AB + AC$.

Въ слѣдующихъ семи задачахъ доказать равенство равнобедренныхъ треугольниковъ, если у нихъ соотвѣтственно равны:

389. Основаніе и уголъ при основаніи.

390. Основаніе и уголъ при вершинѣ.

391. Основаніе и боковая сторона.

392. Основаніе и высота.

393. Боковая сторона и высота.

394. Высота и уголъ при вершинѣ.

395. Периметръ и уголъ при вершинѣ.

396. Геометрическое мѣсто вершинъ равнобедренныхъ треугольниковъ, имѣющихъ своимъ основаніемъ прямую данной длины, есть перпендикуляръ, возставленный къ этой прямой изъ средины ея.

Во всѣхъ слѣдующихъ задачахъ до 431 доказать равенство двухъ треугольниковъ, когда въ нихъ даны соотвѣтственно равными:

397. Сторона, высота на нее и отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый сказанной высотой.

398. Высота и оба отрѣзка стороны, къ которой проведена эта высота.

399. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противоположнаго угла, и уголъ, заключенный между этими двумя прямыми.

400. Двѣ стороны и прямая, соединяющая средину одной изъ нихъ съ вершиною противолежащаго угла.

401. Сторона; равнодѣлящая прилежащаго угла и лежащій между этими прямыми отрѣзокъ стороны, противоположной раздѣленному пополамъ углу.

402. Высота и оба угла, которые она образуетъ съ прилежащими сторонами.

403. Уголъ; высота изъ вершины этого угла и часть того же угла, отдѣленная высотою.

404. Уголъ; его равнодѣлящая и уголъ этой равнодѣлящей съ противоположной стороной.

405. Два угла и высота изъ вершины одного изъ нихъ.

406. Уголъ; часть этого угла, отсѣченная высотою изъ его вершины, и отрѣзокъ стороны, противолежащій сказанной части угла.

407. Отрѣзокъ стороны, образуемый высотою на нее; уголъ треугольника, прилежащій къ этому отрѣзку, и уголъ треуг., противолежащій этой сторонѣ.

408. Два угла и отрѣзокъ стороны, отсѣкаемый равнодѣлящею одного изъ этихъ угловъ и прилежащій къ другому углу.

409. Отрѣзокъ стороны, отсѣченный высотою; уголъ, прилежащій этому отрѣзку, и уголъ, образованный сказанною высотою съ равнодѣлящею того угла, изъ вершины котораго проведена высота.

410. Уголъ, составленный высотою съ прямою, соединяющею вершину, изъ которой опущена эта высота, со срединою противолежащей стороны; отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый сказанною высотою, и уголъ, прилежащій къ этому отрѣзку.

411. Прямая, соединяющая вершину треугольника со срединою противолежащей стороны, и два угла, которые эта прямая образуетъ съ прилежащею стороною и съ высотою, проведенною изъ той же вершины.

412. Сторона; прилежащій уголъ и уголъ, который составленъ равнодѣлящею сказаннаго угла съ противоположной тому же углу стороной.

413. Высота; уголъ ея съ прямою, соединяющею вершину, изъ которой проведена сказанная высота, со срединою противолежащей этой вершинѣ стороны, и отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый высотою.

414. Высота; отрѣзокъ стороны, отсѣкаемый этою высотою; уголъ, образованный этою стороною съ равнодѣлящей противолежащаго угла, т.-е. угла, изъ вершины котораго опущена сказанная высота.

415. Высота; уголъ, составленный стороною, къ которой проведена эта высота, съ равнодѣлящею противолежащаго угла, и одинъ изъ двухъ отрѣзковъ этой стороны, отсѣкаемыхъ сказанною равнодѣлящею.

416. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла, и уголъ этой прямой съ высотою, опущенною изъ той же вершины.

417. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и прямая, соединяющая средину второй стороны съ вершиною противолежащаго угла.

418. Сторона; прилежащій къ этой сторонѣ отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и равнодѣлящая угла, противолежащаго второй сторонѣ.

419. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и уголъ, образованный высотою на эту вторую сторону съ прямой, соединяющей средину той же стороны съ вершиною противолежащаго угла.

420. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и уголъ, составленный сказанной высотою съ равнодѣлящею угла, противолежащаго второй сторонѣ.

421. Двѣ стороны и отрѣзокъ третьей стороны, отсѣкаемый высотою на третью сторону.

422. Сторона; высота на нее и прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла.

423. Сторона и двѣ высоты, опущенныя на двѣ остальныя стороны.

424. Двѣ стороны и высота на третью сторону.

425. Уголъ; его равнодѣлящая и одинъ изъ отрѣзковъ противолежащей этому углу стороны, отсѣкаемый равнодѣлящею.

426. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла, и часть этого угла, отсѣкаемая сказанною прямою.

427. Сторона, прилежащій къ ней уголъ и сумма двухъ прочихъ сторонъ.

428. Сторона, прилежащій къ ней уголъ и разность двухъ прочихъ сторонъ.

429. Сторона, противолежащій этой сторонѣ уголъ и сумма двухъ прочихъ сторонъ.

430. Сторона, противолежащій этой сторонѣ уголъ и разность двухъ прочихъ сторонъ.

На постр. 431. Построить равнобедренный прямоуг. треуг.: 1) по данной гипотенузѣ, 2) по данной высотѣ.

432. Построить равнобедренный прямоуг. треуг. по данной суммѣ его катетовъ.

433. Построить равносторонній треуг.: 1) по данной сторонѣ, 2) по данной высотѣ.

434. Построить равносторонній треуг. по данному периметру.

Рѣш. Построимъ равнобедренный треуг. съ углами въ 30° при основаніи, равномъ данному периметру. Вершина этого треуг. и точки пересѣченія съ его основаніемъ перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ срединъ боковыхъ сторонъ, опредѣляютъ вершины искомаго треуг.

Въ слѣдующихъ 10-ти задачахъ отъ 435 до 445 A означаетъ прямой уголъ прямоуг. треуг., a — гипотенузу, b и c — катеты, B и C — острые углы, противолежащіе соотвѣтственно катетамъ b и c, h — перпендикуляръ изъ вершины прямого угла A на гипотенузу a. Построить прямоуг. треуг., если даны:

435. h и одинъ изъ отрѣзковъ гипотенузы, отсѣкаемыхъ высотою.

436. h и b. **437.** h и B.

438. B и прилежащій этому углу отрѣзокъ гипотенузы, отсѣкаемый высотою.

439. B и не прилежащій этому углу отрѣзокъ гипотенузы, отсѣкаемый высотою.

440. b и прилежащій этой сторонѣ отрѣзокъ гипотенузы, отсѣкаемый высотою.

441. b и B—C. **442.** *a* и B—C. **443.** h и B—C.

444. Равнодѣлящая угла A и уголъ, образуемый ею съ гипотенузою.

Въ слѣдующихъ 10-ти задачахъ отъ 445 до 455 требуется построить равнобедренный треугольникъ, когда даны:

445. Основаніе и уголъ при основаніи.

446. Основаніе и уголъ при вершинѣ.

447. Основаніе и высота.

448. Боковая сторона и уголъ, прилежащій основанію.

449. Боковая сторона и высота.

450. Высота и уголъ при основаніи.

451. Высота и уголъ при вершинѣ.

452. Боковая сторона и перпендикуляръ, опущенный изъ вершины противолежащаго угла на эту сторону.

453. Одинъ изъ угловъ треуг. и перпендикуляръ, опущенный на боковую сторону изъ вершины противолежащаго угла.

454. Основаніе и перпендикуляръ, опущенный на боковую сторону изъ вершины противолежащаго этой сторонѣ угла.

Построить треуг., когда даны:

455. Сторона, высота на нее и отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый сказанной высотой.

456. Высота и оба отрѣзка стороны, къ которой проведена эта высота.

457. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла, и уголъ, заключенный между этими двумя прямыми.

458. Двѣ стороны и прямая, соединяющая средину одной изъ нихъ съ вершиною противолежащаго угла.

459. Сторона; равнодѣлящая прилежащаго угла и лежащій между этими прямыми отрѣзокъ стороны, противоположной раздѣленному пополамъ углу.

460. Высота и оба угла, которые она образуетъ съ прилежащими сторонами.

461. Уголъ; высота изъ вершины этого угла и часть того же угла, отдѣленная высотою.

462. Уголъ; его равнодѣлящая и уголъ этой равнодѣлящей съ противоположной стороной.

463. Два угла и высота изъ вершины одного изъ нихъ.

464. Уголъ; часть этого угла, отсѣченная высотою изъ его вершины, и отрѣзокъ стороны, противолежащій сказанной части угла.

465. Отрѣзокъ стороны, образуемый высотою на нее; уголъ треугольника, прилежащій къ этому отрѣзку, и уголъ треуг., противолежащій этой сторонѣ.

466. Два угла и отрѣзокъ стороны, отсѣкаемый равнодѣлящею одного изъ этихъ угловъ и прилежащій къ другому углу.

467. Отрѣзокъ стороны, отсѣченный высотою; уголъ, прилежащій къ этому отрѣзку, и уголъ, образованный сказанной высотою съ равнодѣлящею того угла, изъ вершины котораго проведена высота.

468. Уголъ, составленный высотою съ прямою, соединяющею вершину, изъ которой опущена эта высота, со срединою противолежащей стороны; отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый сказанною высотою, и уголъ, прилежащій къ этому отрѣзку.

469. Прямая, соединяющая вершину треуг. со срединою противолежащей стороны, и два угла, которые эта прямая образуетъ съ прилежащею стороною и съ высотою, проведенною изъ той же вершины.

470. Сторона; прилежащій къ ней уголъ и уголъ, составленный равнодѣлящею сказаннаго угла съ противоположной тому же углу стороной.

471. Высота; уголъ ея съ прямою, соединяющею вершину, изъ которой проведена сказанная высота, со срединою противолежащей этой вершинѣ стороны, и отрѣзокъ этой стороны, отсѣкаемый данною высотою.

472. Высота; отрѣзокъ стороны, отсѣкаемый этою высотою; уголъ, образованный этою стороною съ равнодѣлящей противолежащаго угла, т.-е. угла, изъ вершины котораго опущена данная высота.

473. Высота; уголъ, составленный стороною, къ которой проведена данная высота, съ равнодѣлящею противолежащаго угла, и одинъ изъ двухъ отрѣзковъ этой стороны, отсѣкаемыхъ сказанною равнодѣлящею.

474. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла, и уголъ этой прямой съ высотою, опущенною изъ той же вершины.

475. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и прямая, соединяющая средину второй стороны съ вершиною противолежащаго угла.

476. Сторона; прилежащій къ этой сторонѣ отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и равнодѣлящая угла, противоположнаго второй сторонѣ.

477. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и уголъ, образованный высотою на эту вторую сторону съ прямою, соединяющей средину той же стороны съ вершиною противолежащаго угла.

478. Сторона; прилежащій къ ней отрѣзокъ другой стороны, отсѣкаемый высотою на нее, и уголъ, составленный сказанною высотою съ равнодѣлящею угла, противолежащаго второй сторонѣ.

479. Двѣ стороны и отрѣзокъ третьей стороны, отсѣкаемый высотою на третью сторону.

480. Сторона, высота на нее и прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла.

481. Сторона и двѣ высоты, опущенныя на двѣ остальныя стороны.

482. Двѣ стороны и высота на одну изъ нихъ.

483. Уголъ; его равнодѣлящая и одинъ изъ отрѣзковъ противолежащей этому углу стороны, отсѣкаемый равнодѣлящею.

484. Сторона; прямая, соединяющая средину этой стороны съ вершиною противолежащаго угла, и часть этого угла, отсѣкаемая высотою.

Въ слѣдующихъ задачахъ отъ 485 до 514 буквы a, $\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{c}$ означаютъ стороны треуг.; A, B и C — противолежащіе имъ углы; $\mathfrak{h}_a$, $\mathfrak{h}_b$ и $\mathfrak{h}_c$ — высоты, опущенныя на стороны a, $\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{c}$ соотвѣтственно. Построить треуг., если даны:

485. a, $\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$.

486. a, $\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{b}-\mathfrak{c}$.

487. a, $\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$ и $\mathfrak{b}-\mathfrak{c}$.

488. $a-\mathfrak{b}$, $\mathfrak{b}-\mathfrak{c}$ и $\mathfrak{c}$.

489. $a+\mathfrak{b}$, $\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$ и $a+\mathfrak{c}$.

490. $a-\mathfrak{b}$, $a-\mathfrak{c}$ и $\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$.

491. $a+\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$, $a-\mathfrak{b}$ и $a-\mathfrak{c}$.

492. a, $\mathfrak{b}$ и $A+B$.

493. a, $B+C$ и $B-C$.

494. a, $A+B$ и $B-C$.

495. a, A и B—C. **496.** a, A+B—C и A+C—B.

497. b, c и h_a. **498.** B, C и h_a. **499.** a, B и h_a.

500. a, b и h_a. **501.** a, A и h_b. **502.** A, h_b и h_c.

503. a, B и длина прямой, соединяющей средину стороны a съ вершиною угла A.

504. a, h_a и уголъ, образуемый этой высотой со стороной b.

505. a, h_a и уголъ, образуемый стороной a съ прямой, соединяющей средину ея съ вершиной угла A.

506. a, h_a и длина прямой, соединяющей средину стороны a съ вершиною угла A.

507. a, h_b и равнодѣлящая угла B.

508. A, h_a и равнодѣлящая угла A.

509. h_b и отрѣзки, образуемые высотою h_a на сторонѣ a.

510. a, B и $b+c$. **511.** a, B и $b-c$.

512. a, A и $b+c$. **513.** a, A и $b-c$.

514. Въ равносторонній треугольникъ вписать другой равносторонній же треугольникъ такъ, чтобы одна изъ вершинъ послѣдняго лежала въ данной точкѣ на сторонѣ даннаго треуг.

515. На каждомъ изъ данныхъ отрѣзковъ прямыхъ AB и FG требуется построить равнобедренные треугольники такъ, чтобы эти треугольники имѣли общую вершину. (Данныя прямыя должны быть основаніями искомыхъ треугольниковъ.)

516. Чрезъ данную точку A провести прямую, проходящую между двумя другими данными точками B и C и находящуюся въ равныхъ разстояніяхъ отъ нихъ.

517. Чрезъ три точки A, B и C, не лежащія на одной прямой, провести три параллельныя прямыя, изъ которыхъ одна равно отстоитъ отъ двухъ другихъ.

518. Отъ точки P внѣ $\angle$ABC провести прямую до пересѣченія съ одной его стороной такимъ образомъ, чтобы она раздѣлилась другой стороной на двѣ равныя части.

519. Въ данномъ $\triangle$ ABC провести прямую DE параллельно AB между сторонами AC и BC такимъ образомъ, чтобы прямая DE равнялась отрѣзку AD.

520. Въ данный треуг. вписать другой равнобедренный треуг., одна сторона котораго была бы параллельна сторонѣ даннаго и равнялась данной длинѣ.

Прим. Треугольникъ наз. вписаннымъ въ данный, если его вершины лежатъ соотвѣтственно на трехъ сторонахъ даннаго $\triangle$-ка или на ихъ продолженіяхъ.

521. Въ данный треуг. вписать равнобедренный треуг., одна сторона котораго была бы параллельна сторонѣ даннаго, а высота равнялась бы данной длинѣ.

522. Даны: точка A надъ прямою MN и точка B подъ прямою MN. Требуется провести двѣ прямыя: первую черезъ точку A и вторую черезъ точку B такимъ образомъ, чтобы эти прямыя, пересѣкаясь на прямой MN, составили съ нею равные углы.

Рѣш. Изъ точки A опустить перпендикуляръ AO на MN, продолжить его на разстояніе OK=AO и провести прямую чрезъ точки B и K до пересѣченія съ MN въ точкѣ P. Прямыя AP и BP суть искомыя.

Четыреугольники. Отрѣзки параллельныхъ между параллельными.

На вычисл. 523. Опредѣлить уголъ, образуемый прямою, соединяющею средины двухъ прилежащихъ сторонъ квадрата, съ одной изъ этихъ сторонъ.

524. Периметръ квадрата ABCD равенъ 126 фут., и на отрѣзкѣ AE, составляющемъ 0,166... часть стороны AB, построенъ квадратъ AEFG. Найти периметръ квадрата AEFG.

525. Изъ вершины A квадрата проведена прямая AN подъ угломъ $\frac{d}{3}$ къ сторонѣ его AB до пересѣченія съ другою стороною BC, и длина ея равна 12 фут. Опредѣлить отрѣзокъ BN стороны BC. (Зад. 383).

526. Средина стороны прямоугольника соединена прямыми съ вершинами двухъ не прилежащихъ ей угловъ прямоугольника, и эти прямыя образуютъ между собою прямой уголъ. Длина периметра прямоугольника равна 36 фут. Вычислить стороны.

527. Периметръ прямоугольника на 102,6 дюйма больше периметра даннаго квадрата; сторона же послѣдняго въ 1,5 раза меньше одной изъ сторонъ прямоугольника и въ 2,75 раза меньше другой. Вычислить стороны прямоугольника.

528. Четыре стороны прямоугольника раздѣлены пополамъ, и точки дѣленія послѣдовательно соединены прямыми линіями: одна изъ соединяющихъ прямыхъ пересѣкаетъ сторону прямоугольника подъ угломъ въ $55^{\circ}47'$. Какъ велики углы вписаннаго четыреугольника?

529. Въ прямоугольникѣ діагональ вдвое болѣе одной изъ его сторонъ. Опредѣлить уголъ между діагоналями. (Зад. 384).

530. Діагонали прямоугольника пересѣкаются подъ угломъ въ 120^0. Разстояніе двухъ бóльшихъ противоположныхъ сторонъ $=17$ фут. 6 дюйм. Вычислить длину діагонали. (Зад. 383).

531. Изъ вершины B ромба ABCD опущенъ перпендикуляръ BN на AD, и $\angle ABN=40^0 15'$. Опредѣлить углы ромба.

532. Уголъ діагонали ромба съ его стороною равенъ $48^0 30' 45''$. Найти углы ромба.

533. Одна діагональ ромба $=13$ фут. 5 дюйм.; другая $=17$ ф. 2 дюйм.; средины его сторонъ соединены прямыми, образующими прямоугольникъ. Вычислить стороны послѣдняго. (Зад. 371).

534. Опредѣлить въ ромбѣ уголъ, составленный двумя прямыми, проведенными изъ средины одной стороны къ срединамъ двухъ прилежащихъ сторонъ.

535. Сторона ромба образуетъ съ его діагоналями углы, разность которыхъ равна $12^0 36' 24''$. Найти углы ромба.

536. Въ ромбѣ ABCD проведены діагонали AC, BD и равнодѣлящая BE угла ABD, которая пересѣкаетъ діагональ AC въ точкѣ F подъ $\angle AFB=106^0$. Опредѣлить углы ромба.

537. Периметръ ромба ABCD $=$ периметру параллелогр. $abcd$; $ab=2bc$ и $BC-bc=8{,}4$ дюйм. Сколько дюймовъ въ сторонахъ ab, bc и BC?

538. Опредѣлить углы параллелограмма ABCD, зная, что $\angle A=84^0 20' 36''$? $\angle A={}^5/_8 d$?

539. Разность двухъ угловъ параллелограмма равна $24^0 35'$. Вычислить углы его.

540. Периметръ параллелограмма равенъ a; разность двухъ прилежащихъ сторонъ равна b; найти длину сторонъ параллелограмма. $a=144$ и $b=12$; $a=146$ и $b=23$.

541. Діагональю параллелограммъ раздѣленъ на два треуг., изъ которыхъ въ каждомъ сумма двухъ угловъ, прилежащихъ къ діагонали, равняется половинѣ третьяго угла треугольника. Вычислить углы параллелограмма.

542. Периметръ параллелограмма $=76$ фут. 8 дюйм.; діагонали дѣлятъ параллелограммъ на четыре треугольника, изъ которыхъ периметръ одного на 12 фут. 6 дюйм. больше периметра смежнаго. Вычислить стороны параллелограмма.

543. Параллелограммъ дѣлится одною изъ его діагоналей на два треугольника, изъ которыхъ каждый имѣетъ периметръ въ 12,42 метр. Периметръ параллелограмма равенъ 14,25 метр. Опредѣлить эту діагональ.

544. Средина діагонали параллелограмма соединена прямыми со срединами двухъ прилежащихъ сторонъ его. Разность этихъ прямыхъ равна 12 фут., а сумма $=52$ футамъ. Вычислить стороны параллелограмма. (Зад. 371).

545. Периметръ параллелограмма $ABCD=54{,}36$ дюйма, AB болѣе половины большей діагонали AC на 4,2 дюйма, разность діагоналей $AC-BD$ равна 6 дюймамъ и $BC=8$ дюймамъ. Найти длину діагоналей AC и BD.

546. Средина одной стороны параллелограмма соединена прямыми со срединами двухъ прилежащихъ къ ней сторонъ; длина одной изъ этихъ прямыхъ $=12$ фут. 7 дюйм., а другой $=5$ фут. 3 дюйм. Вычислить діагонали параллелограмма. (Зад. 371).

547. Периметръ параллелограмма $ABCD$ болѣе периметра прямоугольника $abcd$ на 10,25 дюйм., сторона AB на 3,125 дюйм. болѣе стороны ab; $BC=1{,}666...\ bc$; $ab-bc=4$ дюйм. Найти длину AB, BC, ab и bc.

548. Внутренніе углы при одной изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи суть $A=125°19'36$ и $B=28°48'20''$. Вычислить остальные углы трапеціи.

549. Въ трапеціи $ABCD$, гдѣ $AB \parallel CD$, діагональ BD образуетъ углы: $ABD=56°12'$, $CBD=78°28'$ и $ADB=40°15'$. Опредѣлить всѣ углы трапеціи.

550. Въ трапеціи $ABCD$, гдѣ $AB \parallel CD$, проведена діагональ BD, и дано, что $\angle ABD-\angle ADB=17°20'$, $\angle DBC=\angle BDC=72°$. Опредѣлить всѣ углы трапеціи.

551. Внутренній уголъ въ равнобедренной трапеціи $=72°15'26''$; опредѣлить остальные углы этой трапеціи.

552. Въ равнобедренной трапеціи $ABCD$, въ которой $AB \parallel CD$, проведена діагональ BD, и дано, что $\angle ABD+\angle ADB=117°$. Опредѣлить углы этой трапеціи.

553. Периметръ трапеціи равенъ 40 фут.; линія, соединяющая средины непараллельныхъ сторонъ, $=12$ фут. Опредѣлить сумму параллельныхъ и сумму непараллельныхъ сторонъ трапеціи.

554. Периметръ трапеціи=48 вершк.; непараллельныя стороны равны 4 и 3 вершк. Опредѣлить длину прямой, соединяющей средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи.

555. Длина прямой, соединяющей средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи, равна 36,166... дюйм.; сумма непараллельныхъ сторонъ ея равна 20,299... дюйм. Найти периметръ трапеціи.

556. Длина одной изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи болѣе другой параллельной стороны на 4,8 дюйм.; длина прямой, соединяющей средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи,=30,6 дюйм. Найти длину каждой изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи.

557. Три параллельныя линіи, проведенныя такъ, что одна изъ нихъ равно отстоитъ отъ двухъ другихъ, пересѣкаются двумя прямыми, отсѣкающими отъ нихъ три отрѣзка, изъ которыхъ средній содержитъ 22,35 дюйм., а одинъ изъ крайнихъ вдвое больше другого крайняго. Вычислить отрѣзки.

558. Одна изъ непараллельныхъ сторонъ AD трапеціи ABCD раздѣлена на четыре равныя части, и чрезъ точки дѣленія проведены прямыя, параллельныя основанію AB, до пересѣченія съ другой непараллельной стороной BC; AB=9,75 фут., и ближайшая къ AB изъ проведенныхъ прямыхъ меньше AB на 1,25 фут. Вычислить сторону DC.

559. Въ треуг. проведены двѣ прямыя параллельно его основанію такъ, что одна изъ нихъ отстоитъ отъ основанія вдвое болѣе другой. Части же этихъ параллелей внутри треуг. соотвѣтственно равны 25 арш. 12 вершк. и 38 арш. $10^{2}/_{8}$ вершк. Вычислить основаніе треугольника.

560. Периметръ равнобедренной трапеціи равенъ 108 саженямъ; разность параллельныхъ сторонъ равна 12 саж., и бо́льшая изъ нихъ составляетъ $^{7}/_{8}$ каждой изъ непараллельныхъ сторонъ. Вычислить стороны трапеціи.

561. Опредѣлить $\angle C$ въ четыреугольникѣ ABCD, зная что $\angle A=112^{\circ}17'20''$, $\angle B=59^{\circ}23'48''$ и $\angle D=136^{\circ}20'38''$? $\angle A=\frac{13}{20}d$; $\angle B=\frac{5}{12}d$ и $\angle D=\frac{3}{4}d$.

562. Сумма двухъ внѣшнихъ острыхъ угловъ четыреугольника, не прилежащихъ къ той же сторонѣ его,$=87^{\circ}15'$. Разность двухъ внутреннихъ угловъ, прилежащихъ къ этимъ внѣшнимъ угламъ, равна $25^{\circ}12'$, а разность двухъ остальныхъ внутреннихъ угловъ $=7^{\circ}15'$. Вычислить внутренніе углы четыреугольника.

На доказ. 563. Прямыя, соединяющія средины каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонъ квадрата, образуютъ квадратъ.

564. Если чрезъ вершину квадрата проведемъ діагональ и двѣ прямыя, образующія съ діагональю углы въ 30°, и соединимъ прямою точки пересѣченія проведенныхъ двухъ прямыхъ со сторонами квадрата, то составится равноугольный треугольникъ.

565. Если отъ вершинъ квадрата на сторонахъ его отложимъ въ одномъ и томъ же направленіи равныя между собою прямыя и конечныя точки этихъ прямыхъ, лежащія на каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонахъ или ихъ продолженіяхъ, соединимъ прямыми, то составится новый квадратъ.

Откладываемыя прямыя могутъ быть болѣе стороны квадрата.

566. Если отъ вершинъ квадрата на сторонахъ его отложимъ въ одномъ и томъ же направленіи равныя между собою прямыя и каждую изъ конечныхъ точекъ этихъ прямыхъ соединимъ въ однообразномъ порядкѣ съ вершиною угла, не прилежащаго къ сторонѣ, на которой лежитъ точка, то эти прямыя, пересѣкаясь между собою, образуютъ новый квадратъ.

Откладываемыя прямыя могутъ быть болѣе стороны квадрата.

567. Равнодѣлящія всѣхъ внутреннихъ или всѣхъ внѣшнихъ угловъ прямоугольника, пересѣкаясь между собою, образуютъ квадратъ.

568. Прямыя, соединяющія средины каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонъ прямоугольника, образуютъ ромбъ, точка пересѣченія діагоналей котораго совпадаетъ съ точкою пересѣченія діагоналей прямоугольника.

569. Прямыя, соединяющія средины каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонъ ромба, образуютъ прямоугольникъ.

570. Если отъ вершинъ двухъ противоположныхъ угловъ ромба отложимъ равныя прямыя на сторонахъ его и соединимъ прямыми каждыя двѣ точки прилежащихъ сторонъ, то составится прямоугольникъ. — Точки пересѣченія діагоналей обоихъ четыреугольниковъ совпадаютъ.

571. Равнодѣлящія всѣхъ внутреннихъ или всѣхъ внѣшнихъ угловъ параллелограмма взаимнымъ пересѣченіемъ образуютъ прямоугольникъ.—Точки пересѣченія діагоналей обѣихъ фигуръ совпадаютъ.

572. Равнодѣлящія угловъ, образуемыхъ взаимнымъ пересѣченіемъ діагоналей параллелограмма, пересѣкаютъ стороны его въ четырехъ точкахъ; соединяя прямыми каждыя двѣ такія точки прилежащихъ сторонъ, получимъ ромбъ.

573. Если чрезъ какую-нибудь точку D основанія BC равнобедреннаго треугольника ABC провести прямую DE параллельно AC до пересѣченія съ AB и прямую DF параллельно BA до стороны AC, то образуется параллеллограммъ, периметръ котораго равенъ суммѣ сторонъ AB и AC.

574. Прямая, проведенная чрезъ средину одной стороны параллелограмма параллельно прилежащей ей сторонѣ, раздѣлитъ пополамъ противолежащую сторону его. Обратно: прямая, соединяющая средины двухъ противоположныхъ сторонъ параллелограмма, параллельна остальнымъ сторонамъ его.

575. Точка пересѣченія діагоналей параллелограмма находится въ равномъ разстояніи отъ двухъ противоположныхъ сторонъ его.

576. Прямая, проведенная чрезъ точку пересѣченія діагоналей параллелограмма параллельно двумъ сторонамъ его, пересѣкая двѣ другія стороны, дѣлитъ ихъ пополамъ, сама дѣлится въ этой точкѣ пополамъ и дѣлитъ параллелограммъ на двѣ равныя части.

577. Если средины двухъ противоположныхъ сторонъ параллелограмма соединимъ прямыми съ концами одной діагонали, то этими прямыми другая діагональ раздѣлится на три равныя части.

578. Во всякомъ параллелограммѣ та діагональ больше, которая лежитъ противъ большаго угла, и обратно.

579. На основаніи предыдущей задачи доказать, что въ косоугольномъ треугольникѣ прямая, соединяющая вершину тупого угла со срединою противоположной стороны, меньше половины этой стороны; а прямая, соединяющая вершину остраго угла со срединою противоположной стороны, больше половины послѣдней.

580. Прямыя, соединяющія средины каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонъ параллелограмма, образуютъ новый параллелограммъ. Оба параллелограмма имѣютъ общую точку пересѣченія діагоналей.

581. Если изъ точки пересѣченія діагоналей параллелограмма опустить перпендикуляры на всѣ стороны и каждыя двѣ точки пересѣченія ихъ съ двумя прилежащими сторонами соединить прямыми, то составится параллелограммъ.

582. Если отъ вершинъ угловъ параллелограмма на сторонахъ его отложимъ въ одномъ и томъ же направленіи произвольныя и равныя между собою прямыя и конечныя точки этихъ прямыхъ, лежащія на каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонахъ, соединимъ прямыми, то составится новый параллелограммъ. Оба параллелограмма имѣютъ общую точку пересѣченія діагоналей.

Откладываемыя части могутъ быть болѣе сторонъ параллелограмма.

583. Если отъ вершинъ параллелограмма отложимъ на сторонахъ въ одномъ и томъ же направленіи прямыя, изъ которыхъ каждыя двѣ, отложенныя на противоположныхъ сторонахъ, равны между собою, а на прилежащихъ не равны, и конечныя точки этихъ прямыхъ, находящіяся на каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонахъ, соединимъ прямыми, то составится новый параллелограммъ. Оба параллелограмма имѣютъ общую точку пересѣченія діагоналей.

Откладываемыя прямыя могутъ быть болѣе сторонъ параллелограмма.

584. Если чрезъ вершины параллелограмма проведемъ въ томъ же направленіи прямыя, образующія равные углы со сторонами параллелограмма (или всѣ внѣ, или всѣ внутри параллелограмма), то эти прямыя, пересѣкаясь между собою, составятъ новый параллелограммъ, углы котораго равны угламъ даннаго. Оба параллелограмма имѣютъ общую точку пересѣченія діагоналей.

585. Если отъ вершинъ двухъ противоположныхъ угловъ параллелограмма отложимъ на двухъ параллельныхъ сторонахъ его произвольныя равныя части и на двухъ другихъ параллельныхъ сторонахъ равныя между собою произвольныя части, потомъ соединимъ прямыми каждыя двѣ полученныя точки, на двухъ прилежащихъ сторонахъ, то составится новый параллелограммъ. Оба параллелограмма будутъ имѣть общую точку пересѣченія діагоналей.

586. Два параллелограмма равны, если діагонали и углы, между ними заключенные, порознь равны.

587. Прямыя, соединяющія средины прилежащихъ сторонъ равнобедренной трапеціи, образуютъ ромбъ.

Если же разстояніе параллельныхъ сторонъ трапеціи равняется полусуммѣ этихъ сторонъ, то ромбъ будетъ квадратомъ.

588. Въ равнобедренной трапеціи углы при каждой изъ параллельныхъ сторонъ равны.

Обратно: если въ трапеціи при одной изъ параллельныхъ сторонъ углы равны, то и при другой параллельной сторонѣ углы также равны между собою, и такая трапеція есть равнобедренная.

589. Въ равнобедренной трапеціи діагонали равны и дѣлятъ другъ друга на равные отрѣзки, прилежащіе попарно къ параллельнымъ сторонамъ, а также углы, образованные каждою изъ параллельныхъ сторонъ съ діагоналями, равны.

590. Въ равнобедренной трапеціи прямыя, соединяющія средины противоположныхъ сторонъ, пересѣкаются подъ прямымъ угломъ.

591. Въ равнобедренной трапеціи перпендикуляръ, возставленный изъ средины одной изъ параллельныхъ сторонъ, пройдетъ чрезъ точку пересѣченія діагоналей, средину другой параллельной стороны и точку пересѣченія продолженныхъ параллельныхъ сторонъ этой трапеціи.

592. Во всякой трапеціи средины діагоналей и средины непараллельныхъ сторонъ лежатъ въ прямой линіи. (Зад. 370).

Двѣ равнобедренныя трапеціи равны:

593. Когда имѣютъ по двѣ равныя прилежащія стороны и по равному углу, одинаково расположенному.

594. Когда двѣ параллельныя стороны одной соотвѣтственно равны двумъ параллельнымъ сторонамъ другой и имѣютъ по равному одинаково расположенному углу.

595. Когда имѣютъ по три разныя по величинѣ стороны соотвѣтственно равными.

Двѣ трапеціи равны:

596. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными: одну непараллельную сторону, одну параллельную и углы, прилежащіе къ этой параллельной сторонѣ.

597. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными: двѣ параллельныя стороны, одну непараллельную и уголъ, прилежащій къ этой непараллельной сторонѣ.

598. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными: двѣ параллельныя стороны, одну непараллельную сторону и діагональ.

599. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными: двѣ параллельныя стороны и два угла, прилежащіе къ одной изъ нихъ.

600. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными всѣ четыре стороны.

Указаніе. Для доказательства должно прямою, параллельною одной изъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи, отдѣлить отъ каждой трапеціи треугольникъ и доказать равенство треугольниковъ.

601. Если въ четыреугольникѣ сумма противоположныхъ угловъ равна 2d, то каждый уголъ равенъ внѣшнему углу, смежному съ противолежащимъ угломъ.

602. Сумма разстояній всякой точки, взятой внутри четыреульника отъ вершинъ угловъ его, болѣе суммы діагоналей этого четыреугольника.

603. Въ четыреугольникѣ ABCD, въ которомъ AB = AD и CB = CD, діагонали взаимно перпендикулярны, діагональ AC дѣлитъ діагональ BD пополамъ и дѣлитъ пополамъ углы BAD и BCD.

604. Средины сторонъ всякаго четыреугольника суть вершины параллелограмма, діагонали котораго суть прямыя, соединяющія средины противоположныхъ сторонъ даннаго четыреугольника.

605. Во всякомъ четыреугольникѣ три прямыя, а именно двѣ прямыя, соединяющія средины противолежащихъ сторонъ, и прямая, соединяющая средины діагоналей, пересѣкаются въ одной точкѣ и дѣлятся въ этой точкѣ пополамъ.

606. Средина двухъ противоположныхъ сторонъ четыреугольника вмѣстѣ со срединами діагоналей суть вершины параллелограмма, точка пересѣченія діагоналей котораго совпадаетъ съ точкою пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ средины противоположныхъ сторонъ даннаго четыреугольника.

607. Равнодѣлящія внутреннихъ или внѣшнихъ угловъ четыреугольника, пересѣкаясь между собою, образуютъ четыреугольникъ, въ которомъ сумма противолежащихъ угловъ равна 2d.

608. Въ четыреугольникѣ проведены равнодѣлящія какъ внутреннихъ, такъ и внѣшнихъ угловъ. Доказать, что четыреугольникъ, образованный пересѣченіемъ равнодѣлящихъ внутреннихъ угловъ, равноуголенъ съ четыреугольникомъ, составленнымъ равнодѣлящими внѣшнихъ угловъ.

Четыреугольники равны:

609. Когда имѣютъ соотвѣтственно равными всѣ стороны и по одному углу, заключенному между соотвѣтственно равными сторонами.

610. Когда имѣютъ всѣ стороны соотвѣтственно равными и по равной соотвѣтственной діагонали.

611. Когда имѣютъ по три стороны соотвѣтственно равными и по два соотвѣтственно равныхъ угла, заключенныхъ между этими сторонами.

612. Когда имѣютъ по три соотвѣтственно равныхъ угла и по двѣ соотвѣтственно равныя стороны, прилежащія къ этимъ угламъ.

На постр. 613. Найти геометрическое мѣсто точекъ, равноотстоящихъ отъ двухъ параллельныхъ прямыхъ.

614. Чрезъ данную точку A провести прямую, не проходящую между данными точками B и C, и отъ которой точки B и C находились бы въ равномъ разстояніи.

615. Пересѣчь стороны угла ABC прямою, перпендикулярною къ BC, такъ, чтобы отрѣзокъ ея, заключенный между сторонами угла, былъ данной длины a.

616. Внутри даннаго угла ABC найти точку, отстоящую отъ сторонъ этого угла на данную длину a.

617. Внутри угла ABC найти геометрическое мѣсто точекъ, разность разстояній которыхъ отъ сторонъ этого угла дана.

618. Между сторонами даннаго угла ABC найти точку, разстояніе которой отъ стороны BA равно a, а отъ стороны BC равно b.

619. Найти точку, которая была бы равно удалена отъ двухъ данныхъ точекъ и находилась бы на данномъ разстояніи отъ данной прямой.

620. Даны двѣ непараллельныя прямыя AB и CD, продолжить которыя до пересѣченія нельзя; найти геометрическое мѣсто точекъ, равноудаленныхъ отъ этихъ прямыхъ.

621. Найти на данной прямой EF такую точку, которая была бы одинаково удалена отъ двухъ непараллельныхъ прямыхъ AB и CD, продолжить которыя до взаимнаго пересѣченія нельзя.

622. Провести прямую такъ, чтобы она находилась въ раврыхъ разстояніяхъ отъ трехъ данныхъ точекъ A, B и C. Сколько такихъ прямыхъ можно провести?

623. Даны три точки A, B и C, не лежащія на одной прямой. Провести прямую такъ, чтобы она находилась въ равномъ разстояніи отъ точекъ A и B, и чтобы разстояніе ея отъ точки C было втрое менѣе разстоянія отъ каждой изъ двухъ первыхъ точекъ.

624. Построить квадратъ по діагонали его.

Въ слѣдующихъ пяти задачахъ требуется построить ромбъ, когда даны:

625. Двѣ діагонали.

626. Сторона и разность двухъ угловъ.

627. Высота и одинъ уголъ.

628. Высота и сторона.

629. Высота и діагональ.

630. Построить прямоугольникъ по данной сторонѣ и углу между діагоналями.

631. Построить прямоугольникъ по данной суммѣ діагоналей и углу между діагоналями.

Въ слѣдующихъ шести задачахъ требуется построить параллелограммъ, когда даны:

632. Стороны и высота.

633. Сторона, діагональ и уголъ между ними.

634. Сторона и двѣ діагонали.

635. Діагонали и уголъ между ними.

636. Діагонали и высота.

637. Сторона и оба разстоянія противоположныхъ сторонъ.

638. Въ треугольникъ вписать ромбъ такъ, чтобы послѣдній имѣлъ общій уголъ съ треугольникомъ.

639. Въ квадратъ вписать равносторонній треугольникъ такъ, чтобы одна вершина его лежала въ вершинѣ квадрата, а остальныя двѣ вершины — на сторонахъ квадрата.

640. Въ квадратъ вписать другой квадратъ такъ, чтобы одна изъ вершинъ его лежала въ данной точкѣ на сторонѣ даннаго квадрата.

Построить трапецію, когда даны:

641. Одна изъ параллельныхъ сторонъ, прилежащіе къ ней углы и одна изъ непараллельныхъ сторонъ.

642. Двѣ параллельныя стороны и два угла, прилежащіе къ одной изъ нихъ.

643. Одна изъ параллельныхъ сторонъ, прилежащій къ ней уголъ и двѣ непараллельныя стороны. Два рѣшенія.

644. Одна изъ параллельныхъ сторонъ, прилежащій къ ней уголъ, діагональ изъ вершины этого угла и непараллельная сторона, не проходящая чрезъ вершину даннаго угла.

645. Діагональ; углы, образуемые ею съ двумя сторонами, выходящими изъ одной вершины, и одна непараллельная сторона, проходящая чрезъ вершину, противоположную указанной вершинѣ.

646. Двѣ параллельныя стороны, разстояніе между ними и одна изъ непараллельныхъ сторонъ. Два рѣшенія.

647. Двѣ параллельныя стороны, разстояніе между ними и одна діагональ.

648. Четыре стороны.

649. Сумма двухъ параллельныхъ сторонъ; углы, прилежащіе къ одной изъ нихъ, и одна изъ непараллельныхъ сторонъ.

650. Три стороны и уголъ, прилежащій къ четвертой сторонѣ. — Разсмотрѣть случаи, когда въ числѣ данныхъ находятся обѣ параллельныя стороны и когда одна изъ нихъ.

Построить четыреугольникъ, когда даны:

651. Всѣ стороны и одна діагональ.

652. Всѣ стороны и одинъ уголъ.

653. Три стороны и обѣ діагонали.

654. Три стороны и два угла, образуемые этими сторонами.

655. Двѣ прилежащія стороны; діагональ, соединяющая концы ихъ, и два угла, не прилежащихъ къ одной изъ этихъ двухъ сторонъ.

656. Двѣ прилежащія стороны; уголъ между ними; діагональ, проходящая чрезъ вершину этого угла, и еще одна изъ остальныхъ двухъ сторонъ.

657. Двѣ прилежащія стороны; два угла, прилежащіе къ одной изъ нихъ, и діагональ, проходящая чрезъ точку пересѣченія данныхъ сторонъ.

658. Двѣ не прилежащія стороны, одинъ уголъ и обѣ діагонали.

659. Три стороны; уголъ, лежащій между двумя изъ нихъ, и одинъ изъ двухъ угловъ, прилежащихъ къ четвертой сторонѣ.

660. Сторона, діагональ и три угла.

661. Сторона, прилежащіе къ ней углы и углы, образуемые этой стороной съ діагоналями.

662. Двѣ прилежащія стороны; углы, образуемые одной изъ нихъ съ діагоналями, и діагональ, проходящая чрезъ точку пересѣченія этихъ сторонъ.

663. Три стороны и два угла, прилежащіе къ четвертой сторонѣ.

Многоугольники.

На вычисл. 664. Чему равна сумма внутреннихъ угловъ въ многоугольникѣ, имѣющемъ 18 сторонъ? 37? 42? 1003?

665. Чему равенъ каждый внутренній уголъ правильнаго многоугольника, имѣющаго 5 сторонъ? 6? 8? 10? 15? 18? 24? 3072? n?

666. Сколько сторонъ содержитъ правильный многоугольникъ, въ которомъ сумма внутреннихъ угловъ равна 42d? 1422d? 9462d? 48578d? md?

667. Сколько сторонъ содержитъ правильный многоугольникъ, если внутренній уголъ его равенъ 156^0? 165^0? 120^0? 144^0? $1\frac{1}{2}d$? $168^0 45'$? m^0?

668. Опредѣлить, чему равенъ каждый внѣшній уголъ правильнаго многоугольника, имѣющаго 12 сторонъ? 14? 16? 25? 36? 48? 72? 96? n?

669. Сколько сторонъ имѣетъ правильный многоугольникъ, внѣшній уголъ котораго равенъ $22^\circ 30'$? $7^\circ 30'$? m°?

670. На сколько треугольниковъ дѣлится правильный многоугольникъ, внѣшній уголъ котораго равенъ $\frac{4}{401}d$? m?

671. Сколько діагоналей можно провести въ многоугольникѣ, сумма внутреннихъ угловъ котораго равна 567d? 384d? 2748d? m°?

672. Сторона правильнаго многоугольника равна разстоянію его вершины отъ центра. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ?

На доказ. 673. n прямыхъ линій, между которыми нѣтъ параллельныхъ, могутъ пересѣкаться не болѣе какъ въ $\frac{n(n-1)}{2}$ точкахъ.

674. n точекъ, между которыми нѣтъ трехъ, лежащихъ на одной прямой, можно соединить $\frac{n(n-1)}{2}$ прямыми.

675. Во всякомъ n—угольникѣ можно провести $\frac{n(n-3)}{3}$ діагоналей.

676. Вершины правильнаго пятиугольника, означенныя цыфрами 1, 2, 3, 4, 5, соединены прямыми черезъ одну въ слѣдующемъ порядкѣ: 1, 3, 5, 2, 4, 1, и составленъ звѣздчатый пятиугольникъ. Доказать, что сумма угловъ послѣдняго при вершинахъ$=2d$?

677. Если вершины правильнаго шестиугольника, означенныя цыфрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, соединимъ прямыми такъ: 1, 3, 5, 1 и 2, 4, 6, 2, то составится звѣздчатый многоугольникъ. Доказать, что сумма его угловъ при вершинахъ$=4d$.

678. Вершины правильнаго семиугольника, означенныя цыфрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, соединены чрезъ одну прямыми въ такомъ порядкѣ: 1, 3, 5, 7, 2, 4, 6, 1. Доказать, что сумма угловъ при вершинахъ полученнаго звѣздчатаго многоугольника$=6d$.

679. Если правильный многоугольникъ имѣетъ n сторонъ, то, составляя звѣздчатый многоугольникъ какъ въ задачѣ 677, когда n четное, и какъ въ задачѣ 678, когда n нечетное, получимъ звѣздчатый многоугольникъ, сумма угловъ котораго при вершинахъ$=2d(n-4)$.

680. Два n—угольника равны, если имѣютъ равными n — 2 другъ за другомъ слѣдующихъ угловъ и n — 1 къ нимъ прилежащихъ и одинаково расположенныхъ сторонъ.

681. Два n—угольника равны, если n — 2 слѣдующихъ другъ за другомъ сторонъ и n — 1 угловъ, къ нимъ прилежащихъ, соотвѣтственно равны.

На постр. 682. Построить шестиугольникъ, когда извѣстны всѣ его стороны *a*, b, c, e, f, g и всѣ діагонали, проведенныя изъ вершины одного угла.

683. Построить n—угольникъ, зная всѣ его стороны и всѣ діагонали, выходящія изъ одной вершины.

684. Построить шестиугольникъ, когда извѣстны всѣ его стороны *a*, b, c, e, f, g и три угла B, C, E, прилежащіе къ сторонамъ c и e.

685. Построить многоугольникъ объ n сторонахъ, когда извѣстны всѣ его стороны и (n — 3) сряду лежащихъ угловъ.

686. Построить шестиугольникъ по пяти сторонамъ его *a*, b, c, e, f и четыремъ угламъ A, B, C, E, изъ которыхъ ни одинъ не прилежитъ къ сторонѣ f.

687. Построить многоугольникъ объ n сторонахъ, когда извѣстны (n—1) сторонъ его и (n—2) сряду лежащихъ угловъ.

688. Построить шестиугольникъ по четыремъ сряду лежащимъ сторонамъ и по пяти угламъ, лежащимъ какъ угодно.

689. Построить многоугольникъ объ n сторонахъ, когда извѣстны всѣ или (n—1) угловъ его и (n—2) сряду лежащихъ сторонъ.

690. Построить шестиугольникъ, зная одну изъ его сторонъ *a*, всѣ углы и всѣ діагонали l, m и n, выходящія изъ вершины угла, прилежащаго къ сторонѣ *a*.

691. Построить многоугольникъ объ n сторонахъ, зная всѣ n или (n—1) угловъ, одну сторону и всѣ діагонали, проведенныя изъ вершины угла, прилежащаго къ данной сторонѣ.

692. Построить шестиугольникъ, зная всѣ его углы и четыре какія угодно стороны.

Достаточно ли этихъ условій при параллельности двухъ неизвѣстныхъ сторонъ?

693. Построить n—угольникъ, зная всѣ n угловъ или только (n — 1) угловъ и (n — 2) какихъ угодно сторонъ.

Достаточно ли этихъ условій при параллельности двухъ неизвѣстныхъ сторонъ?

694. Построить семиугольникъ, зная всѣ его стороны и четыре угла, данные не сряду.

695. Построить n — угольникъ, зная всѣ его стороны и (n — 3) какихъ угодно его угловъ.

696. Построить семиугольникъ, зная всѣ діагонали, проходящія чрезъ три рядомъ лежащія вершины.

697. Построить девятиугольникъ, зная всѣ діагонали, выходящія изъ трехъ вершинъ A, D и G, лежащихъ чрезъ двѣ.

Окружности и ихъ взаимное положеніе.

На вычисл. 698. Разстояніе центровъ двухъ окружностей, касающихся извнѣ, $=15$ арш. 10 вершк., а радіусъ одной въ полтора раза болѣе радіуса другой. Найти радіусы.

699. Въ какомъ относительномъ положеніи находятся двѣ окружности, если разстояніе между ихъ центрами содержитъ 10,5 фута, радіусъ большей окружности составляетъ $\frac{9}{14}$ центральной линіи, и радіусъ меньшей окружности $=3{,}3125$ фута?

700. Въ какомъ относительномъ положеніи находятся двѣ окружности, у которыхъ радіусъ одной равенъ 12,75 дюйма, а радіусъ другой равенъ 5 дюйм. и составляетъ 0,222... часть разстоянія между центрами?

701. Въ какомъ положеніи находятся двѣ окружности, если ихъ центральная линія содержитъ $11\frac{5}{24}$ фута, и ихъ радіусы равны $8\frac{5}{6}$ фута и $2\frac{3}{8}$ фута?

702. Радіусъ большей окружности составляетъ $\frac{10}{19}$ разстоянія между центрами двухъ окружностей; меньшій радіусъ $=0{,}9$ большаго радіуса, и разность радіусовъ $=\frac{3}{4}$ дюйма. Опредѣлить разстояніе между центрами и взаимное положеніе окружностей.

703. Въ какомъ относительномъ положеніи находятся двѣ окружности, если меньшій радіусъ $=\frac{3}{7}$ большаго радіуса, большій составляетъ $\frac{7}{4}$ разстоянія между центрами?

704. Въ какомъ относительномъ положеніи находятся двѣ окружности, если меньшій радіусъ составляетъ $\frac{7}{9}$ большаго радіуса, и большій радіусъ составляетъ 0,625 разстоянія между центрами?

705. Разстояніе центровъ двухъ окружностей составляетъ $\frac{3}{8}$ радіуса большей и $\frac{5}{4}$ радіуса меньшей окружности; разность радіусовъ $= 10\frac{4}{15}$ дюйма. Опредѣлить, въ какомъ относительномъ положеніи находятся окружности.

706. Опредѣлить взаимное положеніе двухъ окружностей, радіусы которыхъ суть $8\frac{3}{7}$ и $3\frac{5}{12}$, а разстояніе между центрами равно 12,58333...

707. На доказ. Двѣ параллельныя хорды, проведенныя изъ концовъ діаметра, равны, и другія конечныя точки ихъ лежатъ на концахъ другого діаметра.

708. Если концы одной изъ двухъ параллельныхъ хордъ соединимъ съ центромъ, то этими прямыми или ихъ продолженіями отсѣчемъ на другой параллельной хордѣ равныя части отъ ея концовъ.

709. Если концы одной изъ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ хордъ соединимъ съ центромъ, то этими прямыми на другой перпендикулярной хордѣ или на ея продолженіи отсѣчемъ равныя части отъ концовъ ея.

710. Когда на двухъ равныхъ хордахъ AB и CD отложимъ равныя части BE и CF и чрезъ точки E и F проведемъ третью хорду GH, то части этой послѣдней, заключенныя между концами ея и данными хордами, равны.

711. Если изъ концовъ хорды возставимъ перпендикуляры къ этой хордѣ до пересѣченія съ какимъ-нибудь діаметромъ, то эти перпендикуляры отсѣкутъ отъ концовъ этого діаметра равныя части.

712. Если опустимъ перпендикуляры изъ концовъ діаметра на какую-нибудь хорду или ея продолженіе, то разстоянія основаній этихъ перпендикуляровъ отъ соотвѣтствующихъ концовъ хорды равны.

313. Если въ равномъ разстояніи отъ концовъ какой-нибудь хорды проведемъ перпендикулярно къ этой хордѣ двѣ другія хорды, то эти послѣднія равны. Какіе отрѣзки двухъ проведенныхъ хордъ равны?

314. Если раздѣлимъ хорду на три равныя части и чрезъ точки дѣленія проведемъ двѣ перпендикулярныя хорды, то дуга, стягиваемая данною хордою, раздѣлится проведенными хордами на три части, изъ которыхъ средняя будетъ менѣе каждой изъ двухъ равныхъ между собою крайнихъ частей.

Указаніе. Хорда, стягивающая среднюю дугу, равна $^1/_3$ данной хорды.

315. Уголъ, образуемый пересѣченіемъ двухъ касательныхъ къ окружности, вдвое болѣе угла, образуемаго хордою, соединяющею точки прикосновенія, съ радіусомъ, проведеннымъ въ одну изъ точекъ касанія.

316. Если двѣ касательныя пересѣкаются подъ угломъ въ 60^0, то прямая, соединяющая точку ихъ пересѣченія съ центромъ, равна діаметру окружности. (Зад. 383.)

317. Если двѣ касательныя пересѣкаются подъ угломъ въ 120^0, то прямая, соединяющая точку ихъ пересѣченія съ центромъ, равняется суммѣ обѣихъ касательныхъ.

318. Чрезъ точки B и C окружности проведены касательныя, пересѣкающіяся въ точкѣ A. Касательная, проведенная чрезъ точку E, лежащую на дугѣ BC, пересѣкаясь съ двумя первыми касательными, образуетъ треугольникъ, периметръ котораго равняется $AB+AC$.

319. Если на AB возьмемъ точку C, чрезъ три точки A, B и C проведемъ три касательныя къ окружности и соединимъ центръ O съ точками пересѣченія касательной, проведенной черезъ C, съ двумя другими касательными, то при центрѣ образуется уголъ, равный половинѣ $\angle AOB$.

320. Если чрезъ точку пересѣченія двухъ касательныхъ къ окружности проведемъ чрезъ центръ ея сѣкущую и потомъ опустимъ изъ точки касанія одной касательной перпендикуляръ на другую касательную, то часть этого перпендикуляра, лежащая между точкою прикосновенія первой касательной и сѣкущей, равняется радіусу окружности.

321. Двѣ равныя и параллельныя хорды пересѣкаютъ непараллельный имъ діаметръ такъ, что отрѣзки діаметра при концахъ его равны между собою, и части обѣихъ хордъ, лежащія по разнымъ сторонамъ діаметра, равны.

Это предложеніе имѣетъ девять обратныхъ, изъ которыхъ, безусловно, справедливы пять, подъ условіями — два, а остальныя два вообще невѣрны.

722. Если чрезъ данную точку A внѣ окружности и центръ O окружности проведемъ прямую, то она пересѣчетъ окружность въ двухъ точкахъ, изъ которыхъ одна, ближайшая къ A, есть B, другая, дальнѣйшая отъ A, есть C. Требуется доказать, что

1) точка B ближе къ A, чѣмъ всякая другая точка окружности;

2) точка C далѣе отъ A, чѣмъ всякая другая точка окружности.

Доказать справедливость послѣднихъ двухъ предложеній въ случаѣ, если точка A лежитъ внутри окружности.

723. Доказать, что ближайшая къ окружности точка прямой линіи, лежащей внѣ окружности, есть основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ центра на прямую.

724. Изъ всѣхъ перпендикуляровъ, которые могутъ быть опущены изъ точекъ окружности на прямую MN, лежащую внѣ окружности, — наибольшій тотъ, который проходитъ чрезъ центръ, а наименьшій тотъ, котораго продолженіе проходитъ чрезъ центръ; каждая изъ касательныхъ, перпендикулярныхъ къ прямой MN, есть средняя ариѳметическая всякихъ двухъ изъ перпендикуляровъ, которые сливаются въ одну прямую.

725. Если изъ одной и той же точки, какъ центра, опишемъ разными радіусами двѣ окружности, то наименьшее разстояніе между этими окружностями есть разность ихъ радіусовъ.

726. Если проведемъ прямую чрезъ центры O и O_1 двухъ окружностей, лежащихъ одна внѣ другой, то эта прямая пересѣчетъ первую окружность въ точкахъ A и B, а вторую въ точкахъ C и D, изъ которыхъ B и C лежатъ между центрами O и O_1. Требуется доказать, что

1) разстояніе BC короче разстоянія всякой точки одной окружности O отъ всякой точки другой окружности O_1;

2) разстояніе AD болѣе разстоянія всякой точки одной окружности O отъ всякой точки другой окружности O_1.

727. Если пересѣчемъ двѣ окружности прямою, параллельною линіи центровъ, то части этой прямой, лежащія внутри каждой изъ двухъ окружностей, равны между собою, если окружности равны; а если окружности не равны, то та часть, которая лежитъ внутри большей окружности, болѣе другой.

728. Если двѣ равныя окружности пересѣкаются, то 1) отсѣченныя дуги равны; 2) общая хорда дѣлитъ пополамъ прямую, соединяющую центры; 3) когда прямая, соединяющая центры, равна радіусу, то каждая отсѣченная дуга$=\frac{1}{3}$ окружности, т.-е. центральный уголъ, соотвѣтствующій этой дугѣ,$=120^\circ$.

729. Если двѣ равныя окружности пересѣкаются такъ, что общая ихъ хорда равна разстоянію между центрами, то радіусы, проведенные изъ центровъ обѣихъ окружностей въ точки пересѣченія ихъ, образуютъ квадратъ.

730. Если двѣ равныя окружности пересѣкаются, и чрезъ точку пересѣченія общей ихъ хорды съ прямою центровъ проведемъ какую-нибудь прямую до пересѣченія съ окружностями, то радіусы, проведенные въ конечныя точки этой прямой, параллельны.

731. Всякая прямая, проведенная въ двухъ равныхъ пересѣкающихся окружностяхъ чрезъ точку пересѣченія общей хорды съ прямою центровъ и ограниченная двумя внѣшними или двумя внутренними дугами, дѣлится въ сказанной точкѣ пополамъ.

732. Двѣ окружности не могутъ пересѣкаться такъ, чтобы отсѣченныя дуги равнялись соотвѣтствующимъ полуокружностямъ.

733. Если пересѣкаются двѣ неравныя окружности, то отсѣченныя дуги не равны, и большій центральный уголъ соотвѣтствуетъ отсѣченной дугѣ меньшей окружности.

734. Если изъ одной точки двухъ пересѣкающихся окружностей въ каждой изъ этихъ окружностей проведемъ діаметры, то другіе концы этихъ діаметровъ лежатъ въ прямой линіи со второй точкою пересѣченія окружностей.

735. Если двѣ окружности пересѣкаются подъ угломъ въ $\frac{2}{3}$d (т. е. касательныя, проведенныя къ этимъ окружностямъ въ точкѣ ихъ пересѣченія, составляютъ уголъ въ $\frac{2}{3}$d), и въ одну изъ точекъ пересѣченія этихъ окружностей проведены радіусы, то разстояніе точекъ, въ которыхъ продолженіе каждаго изъ сказанныхъ радіусовъ пересѣкаетъ другую окружность, равно разстоянію между центрами.

136. Всякая прямая, проходящая чрезъ точку касанія двухъ окружностей, отсѣкаетъ отъ этихъ окружностей дуги, на которыя опираются равные центральные углы.

137. Если прямая проходитъ чрезъ точку касанія двухъ окружностей, то радіусы, проведенные въ двѣ другія точки пересѣченія этой прямой съ окружностью, параллельны между собою.

138. Если чрезъ точку прикосновенія двухъ окружностей проведемъ двѣ прямыя до пересѣченія съ каждою изъ окружностей и соединимъ прямою каждыя двѣ точки пересѣченія той же окружности, то эти прямыя будутъ параллельны.

139. Противоположныя конечныя точки двухъ параллельныхъ діаметровъ въ двухъ касательныхъ окружностяхъ лежатъ въ прямой линіи съ точкою прикосновенія окружностей.

140. Если три окружности касаются извнѣ, и чрезъ ихъ точки касанія проведемъ общія касательныя, то эти касательныя пересѣкаются въ одной точкѣ, которая будетъ: 1) центромъ окружности, описанной около треугольника, составленнаго изъ хордъ, соединяющихъ точки прикосновенія; 2) центромъ окружности, вписанной въ треугольникъ, составленный изъ прямыхъ, соединяющихъ центры этихъ трехъ окружностей. — Справедливо ли это предложеніе, когда двѣ окружности касаются извнѣ, а третья — изнутри?

141. Отрѣзки касательныхъ, проведенныхъ къ меньшей изъ двухъ концентрическихъ окружностей, суть равныя хорды большей окружности.

142. Въ большей изъ двухъ концентрическихъ окружностей проведена хорда AB, пересѣкающая меньшую окружность въ точкахъ C и D. Требуется доказать, что отрѣзки AC и BD хорды AB равны.

143. Если двѣ окружности внутренно касаются, притомъ радіусъ одной вдвое болѣе радіуса другой, то 1) всякая хорда большей окружности, проведенная изъ точки касанія этихъ окружностей, дѣлится пополамъ въ точкѣ пересѣченія ея съ меньшей окружностью; 2) разстояніе конца радіуса большей окружности, пересѣкающаго меньшую окружность, отъ общей касательной этихъ окружностей равно разстоянію того же конца радіуса отъ точки пересѣченія этого радіуса съ меньшей окружностью.

На постр. 744. Найти геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, описанныхъ даннымъ радіусомъ и касающихся данной прямой.

745. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ данной прямой и проходящую чрезъ точку, данную внѣ этой прямой.

746. Даннымъ радіусомъ описать окружность, которая проходила бы чрезъ данную точку, и которой центръ находился бы на данной прямой.

747. Даны двѣ непараллельныя прямыя, и требуется даннымъ радіусомъ описать окружность, имѣющую центръ на одной изъ данныхъ прямыхъ и касающуюся другой данной прямой.

748. Найти геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, касающихся двухъ данныхъ параллельныхъ прямыхъ.

749. Провести окружность, касающуюся двухъ данныхъ параллельныхъ прямыхъ и проходящую чрезъ точку, между ними находящуюся.

750. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, касающихся сторонъ даннаго угла.

751. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касающуюся сторонъ даннаго угла.

752. Провести окружность, касающуюся двухъ данныхъ сходящихся прямыхъ и одной изъ нихъ — въ данной точкѣ.

753. Даны три прямыя, или всѣ непараллельныя между собою, или если между ними есть параллельныя, то не болѣе двухъ; провести окружность, центръ которой лежалъ бы на одной изъ данныхъ прямыхъ, остальныя же двѣ прямыя были бы касательными въ искомой окружности.

754. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ окружностей, касательныхъ къ данной окружности въ данной на ней точкѣ.

155. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ данной окружности въ данной на ней точкѣ.

156. Описать окружность, проходящую чрезъ данную точку и касающуюся данной окружности въ данной на ней точкѣ.

157. Найти геометрическое мѣсто центровъ окружностей радіуса r, касательныхъ къ данной окружности радіуса R.

158. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ данной окружности и проходящую чрезъ данную точку.

159. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ данной окружности и къ данной прямой.

160. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ двумъ даннымъ окружностямъ.

161. Даннымъ радіусомъ описать окружность, центръ которой находился бы на данной окружности, и которая касалась бы данной прямой.

162. Даннымъ радіусомъ описать окружность, касательную къ данной окружности, и центръ которой находился бы на данной прямой.

163. Даннымъ радіусомъ описать окружность, центръ которой находился бы на данной окружности, и которая касалась бы другой данной окружности.

164. Описать окружность, касательную къ двумъ параллельнымъ прямымъ и къ окружности, лежащей между этими прямыми.

165. Найти геометрическое мѣсто такихъ точекъ, чтобы касательныя, проведенныя изъ нихъ къ данной окружности, имѣли бы данную длину.

166. На данной прямой найти такую точку, чтобы касательныя, проведенныя изъ нея къ данной окружности, имѣли бы данную длину.

167. На одной изъ двухъ данныхъ окружностей найти такую точку, чтобы касательная, проведенная изъ нея къ другой окружности, была данной длины.

168. Найти геометрическое мѣсто срединъ хордъ, находящихся въ данномъ разстояніи отъ центра данной окружности.

169. Чрезъ точку, данную на окружности, провести хорду въ данномъ разстояніи отъ центра.

770. Чрезъ данную точку провести сѣкущую къ данной окружности такъ, чтобы часть этой сѣкущей внутри данной окружности была данной длины.

771. Провести чрезъ данную точку сѣкущую къ данной окружности такъ, чтобы она отсѣкала дугу, вмѣщающую данный уголъ.

772. Описать даннымъ радіусомъ окружность, которая пересѣкалась бы съ данной окружностью, и хорда сѣченія ихъ равнялась бы данной прямой.

773. Даннымъ радіусомъ описать окружность, которая пересѣкалась бы съ каждой изъ двухъ данныхъ окружностей въ двухъ точкахъ, разстоянія которыхъ между собою даны.

774. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ окружностей, описанныхъ даннымъ радіусомъ и дѣлящихъ данную окружность пополамъ.

775. Даннымъ радіусомъ описать окружность, пересѣкающую данную окружность въ концахъ ея діаметра.

776. Опредѣлить геометрическое мѣсто центровъ окружностей, описанныхъ даннымъ радіусомъ и дѣлящихся данною окружностью пополамъ.

777. Даннымъ радіусомъ описать окружность, которая пересѣкается данной окружностью въ концахъ діаметра.

778. Описать двѣ равныя окружности, касающіяся между собою въ данной точкѣ M и къ данной прямой AB.

779. Описать окружность, проходящую чрезъ двѣ данныя точки и пересѣкающую данную окружность такъ, чтобы хорда пересѣченія была параллельна данной прямой.

780. Центры двухъ равныхъ между собою окружностей лежатъ на третьей окружности. Провести четвертую окружность, центръ которой лежалъ бы на третьей окружности, и которая касалась бы двухъ первыхъ.

781. Провести окружность, касательную къ данной окружности въ данной на ней точкѣ и къ данной прямой.

782. Провести окружность, касательную къ данной прямой въ данной на ней точкѣ и къ данной окружности.

783. Провести окружность, касательную къ тремъ равнымъ между собою окружностямъ.

Отношеніе и пропорціональность прямыхъ линій.

На вычисл. 784. Изъ двухъ данныхъ прямыхъ AB и CD — меньшая CD уложилась въ AB — 4 раза съ остаткомъ EB, притомъ $EB < CD$: остатокъ EB уложился въ CD — 3 раза съ остаткомъ FD, гдѣ $FD < EB$; остатокъ FD уложился 5 разъ въ остаткѣ EB, и получился остатокъ NB, гдѣ $NB < FD$; остатокъ NB уложился ровно 2 раза въ остаткѣ FD. Найти отношеніе прямыхъ AB и CD.

785. Изъ двухъ данныхъ прямыхъ меньшая укладывается въ большей 3 раза съ остаткомъ; остатокъ въ меньшей — 2 раза съ новымъ остаткомъ, и послѣдній остатокъ въ предпослѣднемъ — 7 разъ. Найти, сколькимъ вершкамъ равняется каждая прямая, если въ послѣднемъ остаткѣ $^3/_4$ вершка.

786. Найти общую наибольшую мѣру аршина и фута.

787. Найти общую наибольшую мѣру метра и аршина. — Метръ = 1,4 арш.

788. Найти общую наибольшую мѣру слѣдующихъ двухъ прямыхъ: 1) $13\,^5/_7$ арш. и $2\,^3/_8$ арш.; 2) $2\,^3/_{11}$ арш. и 3 фута; 3) $^2/_{17}$ арш. и 5,7 метра; 4) 0,057 арш. и 1,07 фута.

789. Найти наименьшую кратную прямую слѣдующихъ двухъ прямыхъ: $AB = {^3/_7}$ арш. + 2 фута и $CD = 1{,}35$ арш. + + 0,57 метра.

790. Найти общую наибольшую мѣру трехъ прямыхъ: одной въ 2 аршина, другой въ 5 арш. и 3 фута и третьей въ $2\,^3/_4$ аршина.

791. Найти общую наибольшую мѣру трехъ слѣдующихъ прямыхъ: $2\,^5/_7$ арш., 3 арш. и 0,47 арш.

792. Общая наибольшая мѣра двухъ прямыхъ равна 0,48 вершка, и отношеніе ихъ равно 0,2(6). Сколько футовъ содержитъ каждая прямая?

793. Общая наибольшая мѣра двухъ прямыхъ равна 10 дюймамъ, и ихъ отношеніе равно 16,8. Сколько аршинъ содержитъ каждая прямая?

794. Найти наименьшую кратную прямыхъ: 3 вершка, 4,9 фут. и 0,27 арш.

795. Прямая несоизмѣрима съ единицею мѣры; 0,1 единицы мѣры укладывается въ этой прямой 23 раза съ остаткомъ; 0,01 укладывается въ остаткѣ 7 разъ съ остаткомъ. Опредѣлить большее и меньшее приближеніе прямой съ точностью 0,01.

796. Прямая MN въ прямой AB укладывается 5 разъ, а въ CD укладывается 3,7835321... разъ; найти отношеніе несоизмѣримыхъ прямыхъ CD къ AB съ точностью до сотыхъ долей. Найти съ такою же точностью отношеніе прямыхъ CD къ AB, если прямая MN укладывается въ CD — 6,241... разъ, а въ AB — 8 разъ? въ CD — 0,562..., а въ AB — 7 разъ? въ AB — 9 разъ, а въ CD — 2,1835... разъ?

797. Прямая MN въ прямой AB укладывается 4,5 разъ, а въ прямой CD укладывается 2,9378... разъ; найти отношеніе CD къ AB этихъ несоизмѣримыхъ прямыхъ съ точностью до сотыхъ долей. — Найти съ такой же точностью отношеніе CD къ AB, если прямая MN укладывается въ CD — 7,2569... разъ, а въ AB — 2,5 разъ? въ CD — 8,3568457... разъ, а въ AB — 3,25 разъ?

798. На прямой AB отъ ея точки A отложены послѣдовательно AC, $CD = 2AC$, $DE = AC + CD$, $EF = DE + AC$, послѣ чего получился остатокъ $FB < AC$. Опредѣлить съ возможною при такомъ построеніи точностью отношенія:

$$\frac{AB}{AF}; \frac{AB}{AC}; \frac{AB}{AD}; \frac{AB}{AE}; \frac{AB}{CD}; \frac{AB}{CE} \text{ и } \frac{AB}{CF}.$$

799. На какую длину нужно продолжить прямую въ 12 фут., чтобы вся полученная прямая относилась къ продолженію, какъ 5 : 3?

800. Въ треуг. стороны равны 5, 6 и 7 фут.; найти сторону квадрата, периметръ котораго относится къ периметру треугольника, какъ 3 : 5.

801. Сумма трехъ прямыхъ = 36 дюйм.; какъ велика каждая изъ этихъ прямыхъ, если отношеніе между ними равно 1,7 : 2,2 : 6,1?

802. Опредѣлить стороны △-ка, зная, что онѣ относятся между собою, какъ 4 : 5 : 6,2333..., и что периметръ △-ка = 914 фут.

803. Найти длину каждой изъ неравныхъ сторонъ параллелограмма, зная, что онѣ относятся между собою, какъ $^1/_6$: 0,166..., и что периметръ параллелограмма = 114 фут.

804. Периметръ треугольника = 64, и стороны его находятся въ отношеніи чиселъ 1 : 1,166... : $^1/_2$; изъ вершинъ этого треуг., какъ изъ центровъ, описаны окружности, изъ которыхъ каждая касается двухъ остальныхъ извнѣ. Найти радіусы окружностей.

805. Двѣ прямыя AB и CD, изъ которыхъ AB = 18 дюйм. и CD = 20 дюйм., измѣняются постоянно такъ, что отношеніе ихъ одновременныхъ длинъ равно отношенію первоначальныхъ данныхъ длинъ. Если CD сдѣлалась равной 24 дюймамъ, то сколькимъ дюймамъ равна соотвѣтствующая этому измѣненію длина AB? Если AB сдѣлалась равной 12 дюйм., то чему равна длина CD? Если AB = 1,6 дюйма, чему равна длина CD?

806. На прямой AB, которой длина = 6 вершк., дана точка C, которой разстояніе отъ A = 3,6 вершка; на продолженіи прямой AB за точкою B лежитъ точка D, разстояніе которой отъ A относится къ разстоянію ея отъ B, какъ AC : CB. Найти длину AD.

807. Прямая AB = 9 вершк.; на ней дана точка C, разстояніе которой отъ B = 2,6 вершка. Опредѣлить разстояніе точки D, лежащей на продолженіи прямой AB за точкою B, отъ точки B, если извѣстно, что отношеніе AB къ BD равно отношенію AC къ CB.

808. Прямая AB въ точкѣ C раздѣлена такъ, что AC : CB = = 0,3(9) : 0,(27); на продолженіи AB за точкою B дана точка D, отстоящая отъ B на 10,5 дюйма. Вычислить длину прямой AB, зная, что отношеніе AD къ BD равно отношенію AC къ CB.

809. Къ тремъ прямымъ въ 8, 9 и 10 вершковъ найти четвертую пропорціональную.

810. Между двумя параллельными прямыми MN и PQ взята точка O, и чрезъ эту точку проведены четыре прямыя Aa, Bb, Cc и Dd такъ, что точки A, B, C, D лежатъ на прямой MN, а точки a, b, c, d — на PQ; дано, что dc + + ba = 20; db = 16,25; ca = 21,25 и AO : Oa = 1,066... Вычислить отрѣзки AB, BC, и CD.

811. Между двумя параллельными прямыми MN и PQ взята точка O, и чрезъ эту точку проведены четыре прямыя Aa, Bb, Cc и Dd, такъ, что точки A, B, C, D лежатъ за MN, а точки a, b, c, d — на PQ; дано, что $da=4{,}375$; $AD=10{,}5$; $ab=0{,}5bd$ и $dc=0{,}66\ldots bc$. Вычислить отрѣзки AB, BC и CD.

812. Вычислить, на какую длину надо продолжить прямую $=2$ фут., чтобы эта послѣдняя была среднею пропорціональною между искомымъ продолженіемъ и всею полученною прямою.

На доказ. 813. Разстоянія точекъ прямой, проведенной чрезъ вершину угла отъ одной изъ его сторонъ, пропорціональны разстояніямъ отъ другой.

814. Геометрическое мѣсто точекъ, разстоянія которыхъ отъ двухъ данныхъ прямыхъ находятся въ отношеніи $m:n$, есть прямая линія.

815. Изъ данной точки къ разнымъ точкамъ данной прямой проведены прямыя линіи. Доказать, что геометрическое мѣсто точекъ, дѣлящихъ эти прямыя въ отношеніи $m:n$, есть прямая линія.

816. Стороны угла пересѣчены прямою. Если чрезъ вершину угла и точку, въ которой отрѣзокъ этой прямой между сторонами дѣлится въ отношеніи $m:n$, проведемъ другую прямую, то эта послѣдняя есть геометрическое мѣсто точекъ дѣленія въ отношеніи $m:n$ отрѣзковъ всѣхъ сѣкущихъ, параллельныхъ данной сѣкущей.

817. Геометрическое мѣсто точекъ, въ которыхъ отрѣзки сѣкущихъ двухъ параллельныхъ прямыхъ дѣлятся въ данномъ отношеніи, есть прямая линія.

На постр. 818. По данной суммѣ двухъ прямыхъ и отношенію m къ n этихъ прямыхъ построить прямыя.

819. По данной разности двухъ прямыхъ и отношенію $m:n$ этихъ прямыхъ построить прямыя.

820. Чрезъ точку P къ прямой AB провести прямую такъ, чтобы отрѣзокъ ея отъ P до прямой AB относился къ перпендикуляру, опущенному изъ P на AB, такъ же, какъ m относится къ n.

821. Въ треугольникѣ провести прямую, параллельную данной сторонѣ такъ, чтобы отрѣзокъ ея между сторонами треугольника относился къ параллельной ему сторонѣ такъ, какъ $m:n$

822. Данъ уголъ и точка P внутри или внѣ его; требуется провести прямую AB чрезъ точку P такъ, чтобы отрѣзки этой прямой между P и каждою изъ сторонъ даннаго угла относились между собою, какъ m : n. Разсмотрѣть два случая.

823. Чрезъ точку P, лежащую внутри или внѣ угла, провести прямую такъ, чтобы отрѣзокъ ея между сторонами угла относился къ отрѣзку между точкою P и одною изъ сторонъ, какъ m : n. Разсмотрѣть два случая.

824. Чрезъ точку, лежащую внутри угла, провести прямую такъ, чтобы отрѣзки, отсѣкаемые этою прямою отъ сторонъ угла, относились между собою, какъ m : n.

825. Даны двѣ параллельныя прямыя AB и CD, и даны три точки: P на AB, P' на CD и P''—гдѣ-нибудь. Требуется провести чрезъ P'' прямую, которая пересѣкла бы прямыя AB и CD соотвѣтственно въ точкахъ R и S такъ, чтобы существовала пропорція $PR : SP' = m : n$.

826. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьею прямою; чрезъ данную точку P провести прямую, часть которой, заключенная между параллельными прямыми, въ точкѣ пересѣченія съ третьею прямою дѣлилась бы въ отношеніи m къ n.

827. Между двумя параллельными касательными къ окружности провести третью касательную такъ, чтобы она въ точкѣ прикосновенія раздѣлилась въ отношеніи m къ n.

828. Даны двѣ параллельныя прямыя и точка l, лежащая между ними. Найти на одной изъ двухъ параллельныхъ прямыхъ точку, отношеніе разстоянія которой отъ другой параллели къ разстоянію ея отъ точки l было бы равно отношенію m : n. Рѣшить задачу въ случаѣ, если точка l лежитъ по одну сторону параллельныхъ прямыхъ.

829. Къ каждой изъ двухъ данныхъ прямыхъ AB и CD требуется прибавить по такой равной прямой, чтобы полученныя суммы были въ отношеніи m : n.

830. Даны двѣ прямыя AB и CD; требуется отъ каждой изъ нихъ отрѣзать поровну такъ, чтобы остатки находились въ отношеніи m : n.

831. Даны двѣ прямыя AB и CD; требуется найти такую третью прямую, что если ее прибавить къ AB и ее же вычесть изъ CD, то двѣ полученныя прямыя будутъ находиться въ отношеніи m : n.

832. На прямой AB даны двѣ точки C и D, и требуется найти на CD такую точку X, чтобы было $AX:BX=DX:CX$.

833. Въ $\triangle ABC$ провести параллельно BC прямую, которая пересѣкла бы стороны AB и AC или ихъ продолженія соотвѣтственно въ такихъ точкахъ X и У, чтобы было $AX:XY=BY:BC$.

Указ. Разстояніе BY должно быть равно сторонѣ AB.

834. По данной средней пропорціональной двухъ прямыхъ и одной изъ нихъ найти другую.

Въ слѣдующихъ 12-ти задачахъ углы треугольника означены чрезъ A, B и C, а противолежащія имъ стороны соотвѣтственно — чрезъ a, b и c. Построить треугольникъ по даннымъ:

835. a, b и отношенію $b:c$.
836. a и отношеніямъ $a:b$ и $a:c$.
837. a, B и отношенію $a:c$.
838. a, B и отношенію $a:b$.

NB. Если $a:b \ngtr 1$ — одно рѣш.; если $a:b>1$ — два рѣшенія.

839. a, A и отношенію $a:b$.

NB. Если $a:b \ngtr 1$ — два рѣш.; если $a:b>1$ — одно рѣшеніе.

840. a, $b+c$ и отношенію $b:c$.
841. a, $b-c$ и отношенію $b:c$.
842. $a+b$, $a+c$ и отношенію $b:c$.
843. $a+b$, $a-c$ и отношенію $b:c$.
844. $a-b$, $a-c$ и отношенію $b:c$.
845. $b+c$ и $a:b:c$.
846. $b-c$ и $a:b:c$.

Построить прямыя, выраженныя слѣдующими формулами, въ которыхъ a, b, c, m и n означаютъ длины данныхъ прямыхъ, а x — длину искомой прямой:

847. $x=\frac{ab}{c}$. **848.** $a=\frac{bx}{c}$. **849.** $x=\frac{a(b+c)}{m}$.

850. $x=\frac{a(b-c)}{n}$, гдѣ $b>c$.

Отношеніе угловъ и измѣреніе ихъ дугами.

На вычисл. 851. Опредѣлить смежные углы, если одинъ изъ нихъ болѣе другого въ 5 разъ; въ 8 разъ; если отношеніе ихъ равно 3; $1\frac{1}{2}$; 2,6; 3,2(6).

852. Изъ точки на плоскости проведено 5 прямыхъ, которыя образовали пять угловъ, относящихся между собою, какъ 2 : 4,2(9) : 3,6 : 1,6(9) : 0,4. Опредѣлить величины этихъ угловъ въ градусахъ.

853. Внутри $\angle AOB$ изъ вершины его проведены прямыя OC, OD, OE, OF, которыя раздѣлили $\angle AOB$ на пять угловъ, при чемъ $\angle COD = 2\angle AOC$; $\angle DOE = \angle AOD$; $\angle EOF = 4\angle AOC$ и $\angle FOB = 5\angle AOC$. Найти: 1) $\angle AOC \times 7$; 2) $\angle AOB : \angle DOC$; 3) $\angle AOE : \angle COD$; 4) $\frac{\angle AOF}{\angle DOF}$; $\frac{\angle EOF}{\angle AOB}$; $\frac{\angle COB}{\angle EOF}$; $\frac{\angle FOB}{\angle AOC}$. Обнаружить, что $\frac{\angle COE}{\angle DOE} = \frac{\angle AOB}{\angle COF}$.

854. Отношеніе острыхъ угловъ прямоугольнаго треуг. равно 4. Опредѣлить углы.

855. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треуг. на гипотенузу, дѣлитъ прямой уголъ на два угла, которые относятся между собою, какъ 4 : 5. Опредѣлить острые углы этого треугольника.

856. Опредѣлить углы $\triangle ABC$, зная, что они относятся между собою, какъ 0,25 : $\frac{5}{12}$: 0,8(3).

857. Отношеніе внѣшнихъ угловъ треугольника равно $1\frac{4}{15}$: 1,5(9) : 1,1(3). Опредѣлить внутренніе углы.

858. Въ пятиугольникѣ нѣтъ входящихъ угловъ, и углы его относятся, какъ 2 : 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{6}$. Опредѣлить углы.

859. Подъ какимъ угломъ пересѣкаются діагонали прямоугольника, раздѣляющія каждый изъ прямыхъ угловъ его въ отношеніи чиселъ 1 и 7?

860. Периметръ прямоугольника равняется 14 фут.; длина его діагонали = 5 фут. Вычислить стороны прямоугольника, если діагональ дѣлитъ уголъ его въ отношеніи 2 : 1. (Зад. 383).

861. Хорда дѣлитъ окружность на двѣ дуги въ отношеніи 8 : 17. Опредѣлить число градусовъ и минутъ каждой изъ двухъ дугъ.

862. Изъ точки А, взятой на окружности, проведены двѣ хорды АВ и АС; хорда АВ дѣлитъ окружность на двѣ дуги, изъ которыхъ одна равна $36^{\circ}27'$, а другая дуга дѣлится хордой АС на двѣ части АС и СВ такъ, что $\smile AC : \smile CB = 5 : 7$. Вычислить дугу ВС въ градус., мин. и сек.

863. Изъ точки, взятой на окружности, проведены двѣ хорды, изъ которыхъ одна дѣлитъ окружность въ отношеніи 4 : 21, а другая въ отношеніи 3 : 5. Опредѣлить, сколько град. и мин. въ дугѣ, лежащей между двумя хордами, если обѣ хорды лежатъ 1) по одну и 2) по обѣ стороны центра.

864. На діаметрѣ АВ окружности при ея центрѣ О построенъ $\angle BOC = 84^{\circ}17'26''$; точки А и С соединены прямою АС. Вычислить $\angle CAB$.

865. Вписанный уголъ опирается на дугу, равную 0,12 окружности. Опредѣлить этотъ уголъ.

866. Дуга АВС = 0,24 полуокружности. Чему равенъ $\angle ABC$, вписанный въ эту дугу?

867. Уголъ при центрѣ $= 75^{\circ}28'56''$; какъ великъ уголъ, имѣющій вершину на окружности и стоящій на той же дугѣ?

868. Центральному углу соотвѣтствуетъ $\smile AB$, составляющая восьмую часть окружности. Сколько градусовъ и минутъ содержитъ вписанный уголъ, которому принадлежитъ дуга, равная $^{3}/_{5} \smile AB$?

869. Изъ точки А, лежащей на окружности, проведены хорды АВ и АС; одна соотвѣтствуетъ дугѣ въ $126^{\circ}40'$, а другая — дугѣ въ $75^{\circ}74'$. Найти $\angle BAC$.

870. Хорда дѣлитъ окружность на части, находящіяся въ отношеніи 3 : 15. Опредѣлить величины вписанныхъ угловъ, опирающихся на эту хорду.

871. $\angle BAC$ имѣетъ вершину на окружности и опирается концами сторонъ на концы діаметра ВС. Опредѣлить углы, образуемые хордами АВ и АС съ діаметромъ, если точка А дѣлитъ полуокружность ВАС на части, относящіяся между собою, какъ 4 : 5 или какъ 0,6 : 0,12.

872. Вершины четыреугольника, вписаннаго въ окружность, раздѣляютъ окружность на 4 части, которыя по порядку относятся, какъ 5 : 9 : 6 : 7. Опредѣлить углы четыреугольника.

873. Въ окружность вписанъ треугольникъ, одна сторона котораго діаметръ, а другія двѣ стороны стягиваютъ дуги, относящіяся между собою, какъ 13 : 19. Опредѣлить острые углы треугольника.

874. Въ точкахъ A, B и C окружность дѣлится на три части, относящіяся между собою, какъ $2 : 3^2/_3 : 4^1/_3$. Вычислить углы треугольника, который получится, соединяя A, B и C прямыми.

875. Въ окружности даны два центральные угла AOE$=$$=28^\circ 42' 32''$ и DOC$=50^\circ 28' 56''$, лежащіе одинъ внѣ другого, при чемъ точка A окружности лежитъ между точками E и C. Соединимъ точки A и D хордою AD, а точки E и C хордою EC, и пусть точка пересѣченія этихъ хордъ будетъ B. Требуется вычислить уголъ DBC.

876. Центральный уголъ BOC$=17^\circ 18' 48''$; чрезъ точку B проведена касательная DBA. Вычислить уголъ этой касательной съ хордою BC.

877. Въ окружности даны два центральные угла AOC$=$$=68^\circ 19' 54''$ и EOD$=12^\circ 37' 14''$, лежащіе одинъ внѣ другого, при томъ точка E лежитъ между точками A и D. Чрезъ точки A и E проведемъ сѣкущую окружности, чрезъ точки C и D — другую сѣкущую той же окружности; пусть эти сѣкущія пересѣкутся въ точкѣ B. Вычислить $\angle$ABC.

878. Въ окружности даны два центральные угла EOC$=$$=87^\circ 47' 24''$ и AOC$=178^\circ 36' 38''$, при томъ уголъ EOC не лежитъ внутри угла AOC. Чрезъ точку C окружности проведена касательная къ этой окружности, а чрезъ точки A и E — сѣкущая до пересѣченія со сказанной касательной въ точкѣ B. Вычислить $\angle$ABC.

879. Въ окружности данъ центральный уголъ AOC$=$$=127^\circ 19' 25''$; чрезъ точки A и C проведены касательныя къ этой окружности до ихъ взаимнаго пересѣченія въ точкѣ B. Вычислить $\angle$ABC.

880. Въ точкахъ A, B и C окружность дѣлится на 3 части такъ, что $\smile$AB : $\smile$BC : $\smile$AC$=3 : 4 : 5$; касательныя, проведенныя чрезъ эти три точки, взаимнымъ пересѣченіемъ образуютъ треугольникъ. Вычислить углы этого треугольника.

881. Чрезъ вершину C вписаннаго угла ACB проведена къ окружности касательная DE, составляющая съ хордами AC и BC равные углы ACD и BCE. Сколько градусовъ и минутъ содержитъ каждая изъ дугъ AC, AB и BC, если $\angle ACB = 57^\circ 15'$?

882. Хорда дѣлитъ окружность на двѣ дуги, относящіяся, какъ 3 къ 7. Опредѣлить уголъ, образуемый касательными, проведенными чрезъ концы этой хорды.

883. Хорда AB дѣлитъ окружность въ отношеніи 7 : 8. Какіе углы образуетъ она съ касательной, проведенной въ точкѣ A или въ точкѣ B?

884. Точка окружности соединена двумя хордами съ концами діаметра; уголъ одной изъ этихъ хордъ съ діаметромъ равенъ $37^\circ 15' 20''$. Опредѣлить уголъ, составленный пересѣченіемъ касательныхъ, проведенныхъ чрезъ концы другой хорды.

885. Чрезъ точку, взятую внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія, образующія уголъ въ $18^\circ 45'$. Опредѣлить центральные углы, соотвѣтствующіе дугамъ между сѣкущими, если отношеніе этихъ угловъ равно отношенію чиселъ 8 и 5.

886. Хорды AB и CD при пересѣченіи своемъ въ точкѣ O образуютъ уголъ $AOC = a^\circ$. Опредѣлить въ градусахъ, минутахъ и секундахъ величины дугъ AD и BC, если ихъ отношеніе равно m. 1) $a = 48^\circ 15'$ и $m = 4$; 2) $a = 38^\circ 24' 15''$ и $m = 9$.

887. Подъ какими углами пересѣкаются двѣ сѣкущія, если дуги, заключенныя между ними, равны: одна — $98^\circ 56'$, другая — $72^\circ 35'$?

888. Изъ точки A внѣ окружности проведены двѣ сѣкущія ABC и ADF; точки D и C соединены хордою DC, $\angle CDF = 72^\circ$ и дуга $BD = 48^\circ$. Опредѣлить $\angle CAF$.

889. Въ окружности проведены два взаимно перпендикулярные діаметра AB и CD; одинъ изъ нихъ CD продолженъ за окружность, и изъ произвольно взятой на немъ точки P къ концамъ діаметра AB проведены прямыя PA и PB, отсѣкающія отъ окружности дуги AE и BF. Какъ велики эти дуги, если $\angle APB = 63^\circ 25' 40''$?

890. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія, которыя образуютъ между собою уголъ въ $48^\circ 20'$

и отсѣкаютъ отъ окружности дуги въ $59^\circ 15'$ и въ $87^\circ 45'$. Опредѣлить дуги, заключенныя между сторонами угла.

891. Изъ точки A, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ прямыя, составляющія уголъ въ $22^\circ 15'$; одна пересѣкаетъ окружность въ точкахъ M и N, а другая — въ точкахъ P и Q; точки M и P ближе къ A, чѣмъ точки N и Q. Опредѣлить дуги NQ и MP, если уголъ, образуемый хордами MQ и NP, равенъ $28^\circ 45'$.

892. Касательная къ окружности пересѣкается съ продолженнымъ діаметромъ подъ угломъ въ $36^\circ 24'$. Опредѣлить дуги, заключенныя между точкою касанія и концами діаметра.

893. Къ концу A діаметра AB данной окружности проведена касательная AD, которая съ сѣкущею BMD, проведенною изъ другого конца B діаметра, составляетъ $\angle ADB = 15^\circ 45' 40''$. Какъ велика меньшая изъ дугъ, заключенныхъ между касательною и сѣкущею?

894. Касательная къ окружности пересѣкается съ продолженнымъ діаметромъ подъ угломъ въ $58^\circ 46'$. Опредѣлить вписанный уголъ, образованный діаметромъ съ хордою, соединяющей продолженный конецъ діаметра съ точкою касанія касательной.

895. Опредѣлить уголъ, образуемый двумя касательными, если дуга, заключающаяся между точками прикосновенія, равна $135^\circ 45'$.

896. Изъ точки внѣ окружности проведены къ этой окружности двѣ касательныя. Какъ велика меньшая изъ двухъ дугъ, заключающихся между касательными, если уголъ, составленный касательными, равенъ $48^\circ 45'$?

На доказ. 897. Если изъ точки, взятой внѣ окружности, проведемъ касательныя, то прямая, проходящая чрезъ эту точку и центръ окружности, есть равнодѣлящая угла между касательными.

898. Уголъ, составленный хордою AB и продолженіемъ BC хорды DB, равенъ полусуммѣ центральныхъ угловъ, опирающихся на дуги AB и DB.

899. Если чрезъ точку пересѣченія окружности съ равнодѣлящей вписаннаго угла проведемъ хорду, параллельную одной сторонѣ угла, то она будетъ равна хордѣ, служащей другою стороною угла.

900. Чрезъ точку A окружности проведена касательная къ окружности; если какія-нибудь двѣ точки B и C окружности соединимъ прямыми съ точкою A, то $\angle BAC$, составленный хордами BA и CA, болѣе всякаго угла, образованнаго прямыми, соединяющими тѣ же точки B и C съ произвольною точкою проведенной касательной.

901. Если точку окружности соединимъ прямыми съ концами хорды и образуемый этими прямыми уголъ отложимъ на хордѣ при концѣ ея въ сторону, противоположную центру, то сторона этого угла будетъ касательной къ окружности.

902. Геометрическое мѣсто вершинъ прямоугольныхъ треугольниковъ, имѣющихъ основаніемъ данную гипотенузу AB, есть окружность, описанная на AB, какъ на діаметрѣ.

903. Геометрическое мѣсто techнъ хордъ, проходящихъ чрезъ точку, лежащую на окружности, внутри или внѣ нея, есть окружность, діаметръ которой есть разстояніе точки отъ центра данной окружности.

904. Геометрическое мѣсто вершинъ всѣхъ треугольниковъ, построенныхъ на одномъ основаніи и имѣющихъ при вершинахъ углы, равные данному, есть окружность, описанная около этихъ треугольниковъ.

905. Отрѣзки двухъ взаимно пересѣкающихся равныхъ хордъ попарно равны.

906. Прямая, которая дѣлитъ пополамъ уголъ, составленный изъ хорды и касательной, дѣлитъ также и дугу, стягиваемую этою хордою, пополамъ.

907. Діаметръ, проведенный чрезъ точку пересѣченія двухъ равныхъ хордъ, дѣлитъ уголъ между этими хордами пополамъ. Доказать также, что это справедливо и въ томъ случаѣ, если пересѣкаются продолженія равныхъ хордъ.

908. Изъ точки A окружности проведены въ разныя стороны двѣ неравныя хорды AB и AC; средины D и E дугъ AB и AC соединены прямою DE, которая пересѣкаетъ хорды AB и AC въ точкахъ G и F. Требуется доказать, что AG=AF.

909. Прямая, соединяющая средины двухъ дугъ, стягиваемыхъ сторонами правильнаго вписаннаго треугольника, дѣлится этими сторонами на три равныя части.

910. Даны два взаимно перпендикулярные радіуса AC и DC; чрезъ конецъ D радіуса DC проведемъ хорду DE, которая пусть пересѣчетъ радіусъ AC въ нѣкоторой точкѣ M; затѣмъ чрезъ точку E проведемъ касательную EF къ окружности до пересѣченія съ продолженнымъ радіусомъ AC въ точкѣ F. Требуется доказать, что FM=FE.

911. Если продолжимъ хорду на длину, равную радіусу окружности, и изъ конца полученной длины проведемъ сѣкущую чрезъ центръ, то дуги, заключенныя между обѣими сѣкущими, таковы, что одна втрое болѣе другой.

912. Въ окружности проведены хорды AB, AC и BC, и чрезъ средину D дуги BC проведенъ діаметръ DE и хорда DA. Требуется доказать, что $\angle ADE$ равенъ полуразности $\angle ABC$ и $\angle ACB$.

913. Если на окружности отдѣлимъ двѣ дуги AB и CD, не имѣющія общихъ точекъ, и изъ которыхъ одна вдвое болѣе другой, потомъ концы этихъ дугъ соединимъ прямыми AD, BC, AC и BD, то двѣ изъ этихъ прямыхъ пересѣкутся внутри окружности, а продолженія двухъ другихъ—внѣ ея, и внѣшнія части послѣднихъ соотвѣтственно равны двумъ первымъ.

914. Если чрезъ конецъ A хорды AB проведемъ касательную къ окружности, отложимъ на ней часть AD=AB и чрезъ точки B и D проведемъ прямую, то эта прямая пересѣчетъ окружность въ нѣкоторой точкѣ E, находящейся въ равномъ разстояніи отъ точекъ A и D касательной. Разсмотрѣть два случая.

915. Если какую-нибудь точку окружности соединить прямыми съ вершинами правильнаго вписаннаго въ эту окружность треугольника, то средняя прямая будетъ равна суммѣ двухъ крайнихъ. Если же изъ центра на эти три прямыя опустимъ перпендикуляры, то одинъ изъ нихъ будетъ равенъ суммѣ двухъ другихъ.

916. Діагонали трапеціи, вписанной въ окружность, пересѣкаются на діаметрѣ, продолженіе котораго проходитъ чрезъ точку пересѣченія продолженій непараллельныхъ сторонъ трапеціи. Этотъ діаметръ перпендикуляренъ параллельнымъ сторонамъ трапеціи.

917. Если въ четыреугольникѣ, вписанномъ въ окружность, двѣ прилежащія стороны равны, то углы между діагоналями равны угламъ, прилежащимъ къ равнымъ сторонамъ, но не заключеннымъ между ними.

На постр. 918. На определенной прямой описать дугу, вмѣщающую данный уголъ.

Рѣш. Должно взять уголъ, дополнительный до прямого къ данному углу; потомъ на данной прямой по одну сторону отъ обоихъ концовъ ея построить найденный уголъ; тогда двѣ стороны этихъ угловъ, пересѣкаясь между собою, опредѣлятъ центръ искомой дуги, а радіусъ ея есть разстояніе этого центра отъ конца данной прямой.

919. Опредѣлить мѣсто точекъ, изъ которыхъ данная прямая ВС видима подъ даннымъ угломъ.

920. Отъ данной окружности отдѣлить дугу, вмѣщающую данный уголъ.

921. Изъ точки, данной внѣ окружности, провести прямую, которая отсѣкала бы отъ окружности дугу, вмѣщающую данный уголъ.

922. На данной прямой опредѣлить точку такимъ образомъ, чтобы прямыя, проведенныя изъ нея къ конечнымъ точкамъ другой данной прямой, составляли уголъ, равный данному.

923. Опредѣлить на данной окружности точку такимъ образомъ, чтобы прямыя, проведенныя изъ нея къ двумъ даннымъ точкамъ, лежащимъ внѣ окружности, составили уголъ, равный данному.

924. Опредѣлить точку внѣ данной прямой такимъ образомъ, чтобы прямыя, проведенныя изъ нея къ тремъ другимъ даннымъ точкамъ на данной прямой, составляли два угла, равные даннымъ.

925. Опредѣлить такую точку, чтобы прямыя, проведенныя отъ нея къ тремъ даннымъ точкамъ, образовали углы, равные даннымъ.

926. Опредѣлить въ треугольникѣ такую точку, чтобы прямыя, проведенныя изъ нея къ вершинамъ треугольника, образовали три равные угла.

927. Построить треугольникъ по данной сторонѣ, противолежащему ей углу и высотѣ на данную сторону.

928. Построить треугольникъ по данной сторонѣ, противолежащему ей углу и точкѣ пересѣченія равнодѣлящей этого угла съ данною стороною.

929. Описать даннымъ радіусомъ окружность, пересѣкающую двѣ стороны даннаго угла такимъ образомъ, чтобы каждый изъ образовавшихся отрѣзковъ вмѣщалъ данный уголъ.

930. Въ данной окружности черезъ данную точку провести хорду такимъ образомъ, чтобы разность отрѣзковъ ея была данной длины m.

Рѣш. Данную точку A соединить съ центромъ O и описать окружность на AO, какъ на діаметрѣ; изъ точки A, какъ центра, описать окружность радіусомъ $\frac{m}{2}$ и чрезъ точку пересѣченія обѣихъ описанныхъ окружностей и точку A провести искомую хорду.

Подобіе прямолинейныхъ фигуръ.

На вычисл. 931. Даны три стороны a, b и c треуг. ABC и одна изъ сторонъ a_1, b_1 и c_1 другого треугольника $A_1B_1C_1$, подобнаго первому; вычислить остальныя двѣ стороны второго треугольника.

1. $a=30$; $b=44$; $c=54$ и $a_1=15$.
2. $a=26$; $b=38$; $c=46$ и $b_1=57$.
3. $a=3{,}6$; $b=4{,}8$; $c=2{,}16$ и $c_1=0{,}54$.
4. $a=100{,}8$; $b=88{,}2$; $c=71{,}4$ и $c_1=12{,}41$.
5. $a=52$; $b=39$; $c=65$ и $a_1=,004$.

932. Въ $\triangle$ABC изъ точки D, взятой на сторонѣ AB, проведена прямая DE$\|$BC, вычислить длину DE, если даны $AB=c$, $BC=a$ и $AD=m$.

1. $c=12{,}96$; $a=17{,}82$ и $m=8{,}16$.
2. $c=15\frac{2}{3}$; $a=31\frac{1}{3}$ и $m=8\frac{1}{4}$.

933. Въ $\triangle$ABC проведена параллельно BC прямая DE, которой длина$=m$; вычислить отрѣзки AD и AE, если даны всѣ три стороны треугольника a, b и c.

1. $a=43{,}2$; $b=68{,}4$; $c=39{,}6$ и $m=22{,}2$.
2. $a=130{,}5$; $b=100$; $c=101{,}5$ и $m=80{,}1$.

934. Въ подобныхъ треугольникахъ ABC и A′B′C′ даны: въ $\triangle$ABC сторона a и перпендикуляръ h на эту сторону, а въ $\triangle A'B'C'$ — сторона a_1; вычислить перпендикуляръ h_1 на сторону a_1.

1. $a=3{,}6$; $h=1{,}8$ и $a_1=3$.
2. $a=150$; $h=130$ и $a_1=45$.

935. Въ $\triangle ABC$, въ которомъ даны сторона a и перпендикуляръ h на эту сторону, вычислить прямую параллельную сторонѣ a и находящуюся на разстояніи k отъ нея.

1. $a=19{,}2$; $h=17{,}6$ и $k=7{,}7$.
2. $a=88{,}4$; $h=76{,}5$ и $k=13{,}5$.

936. Въ $\triangle ABC$ даны: $BC=a$, перпендикуляръ $AD=h$ на сторону BC и прямая $MN=m$, проведенная изъ точки M на AB параллельно BC до пересѣченія съ AC въ точкѣ N. Вычислить разстояніе MN отъ BC.

1. $a=12{,}66...$; $h=14{,}25$ и $m=8{,}5$.
2. $a=8{,}4$; $h=3{,}6$ и $m=2{,}1$.

937. Въ $\triangle ABC$, въ которомъ основаніе $BC=a$, проведена между AB и AC прямая $DE=m$ параллельно BC и на разстояніи k отъ BC; вычислить высоту AP, опущенную изъ вершины A на BC.

1. $a=18$; $m=8{,}6$ и $k=14{,}1$.
2. $a=17{,}9166...$; $m=8{,}75$ и $k=12{,}375$.

938. Тѣнь длиною $=b$ падаетъ отъ вертикальнаго шеста длиною $=a$; вычислять высоту башни, зная, что тѣнь ея равна b_1.

1. $a=5$; $b=3{,}75$ и $b_1=98{,}5$.
2. $a=8^1/_2$; $b=5^2/_3$ и $b_1=74^3/_4$.
3. $a=8^1/_4$; $b=3^3/_4$ и $b_1=19^1/_6$.
4. $a=8$; $b=5$ и $b_1=132{,}5$.
5. $a=11$; $b=5{,}5$ и $b_1=108{,}5$.

939. Въ двухъ подобныхъ прямоугольныхъ треуг. ABC и abc гипотенуза $ac=6{,}3$ дюйма, $\dfrac{AB}{ab}=1{,}333...$ и $AB=0{,}55...AC$. Сколько дюймовъ содержитъ катетъ AB?

940. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$, при томъ $AB=3{,}6$; $BC-AC=0{,}12$; $ab=0{,}6$; $bc=0{,}4$. Вычислить AC, BC и ac.

941. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$, при томъ $BC-AB=2{,}4$ и $bc-ab=0{,}6$. Вычислить отношеніе сходственныхъ сторонъ.

942. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$; $AB-AC=4{,}66...$ фут., и отношеніе сходственныхъ сторонъ $AC:ac=2{,}33...$ фут. На сколько футовъ ab болѣе ac?

943. На землѣ помощью кольевъ означенъ $\triangle ABC$, и стороны его измѣрены, при чемъ оказалось, что $\frac{BC}{AC}=\frac{0{,}833...}{0{,}166...}$; $AB-AC=12$ саж.; $BC-AC=72$ саж. Начертить на бумагѣ $\triangle abc$, подобный $\triangle ABC$, принимая въ масштабѣ 20 саженъ въ 1 дюймѣ.

944. На землѣ назначенъ помощью трехъ кольевъ $\triangle ABC$, и измѣрены его стороны, при чемъ оказалось, что $AB=1100$ саж., $\frac{BC}{AC}=0{,}166...$, $AC-AB=100$ саж. Начертить на бумагѣ $\triangle abc$, подобный $\triangle ABC$, принимая въ масштабѣ 200 саж. въ одномъ дюймѣ.

945. Периметръ равносторонняго треуг. = 78 дюймамъ; сколько дюймовъ содержитъ сторона другого равносторонняго треуг., если она составляетъ 0,299... часть стороны перваго треугольника?

946. $\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$; въ $\triangle ABC$ даны всѣ стороны a, b и c, а въ $\triangle A_1B_1C_1$ дана сумма s трехъ сторонъ его. Вычислить каждую изъ сторонъ треуг. $A_1B_1C_1$.

1. $a=4{,}5$; $b=6{,}3$; $c=4{,}2$ и $s=4{,}8$.
2. $a=7{,}25$; $b=9{,}5$; $c=11$ и $s=13{,}875$.

947. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$, при томъ периметръ $\triangle ABC$ болѣе периметра $\triangle abc$ на 75 саж.; $AB=25$ саж. и $ab=4{,}166...$ саж. Сколько саженъ содержатъ периметры этихъ треугольниковъ?

948. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$, при томъ $AB=AC$, $bc=1{,}2$, периметръ $\triangle ABC$ равенъ 18, а периметръ $\triangle abc$ равенъ 4,8. Вычислить AB.

949. $\triangle ABC \backsim \triangle abc$, при томъ $AB=AC$, $\frac{AB}{ab}=\frac{15}{8}$, $AB=\frac{3}{4}BC$ и периметръ $\triangle ABC$ равенъ 108 саж. Вычислить сторону bc.

950. Въ остроугольный треугольникъ вписанъ квадратъ такъ, что одна сторона квадрата совпадаетъ съ основаніемъ треугольника, а вершины двухъ угловъ квадрата лежатъ на двухъ сторонахъ треугольника; высота треугольника = 14 вершк., а основаніе = 35 вершк. Вычислить сторону вписаннаго квадрата.

951. Въ остроугольный треуг., основаніе котораго равно 12 дюйм., а высота = 6 дюйм., вписанъ прямоугольникъ, котораго одна сторона совпадаетъ съ основаніемъ треуг., а вершины лежатъ на сторонахъ треуг. Вычислить основаніе и высоту прямоугольника, если отношеніе ихъ равно 3.

952. Въ параллелограммѣ ABCD стор. AB = 4,2 фута и BC = 7,2 фута; разстояніе стороны BC отъ противоположной стороны AD равно 3,5 футовъ. Вычислить разстояніе сторонъ AB и CD.

953. По данному периметру 2p параллелограмма и даннымъ разстояніямъ h и h_1 противоположныхъ сторонъ вычислить стороны параллелограмма.

954. Четыре прямыя проведены изъ точки O и пересѣчены двумя параллельными прямыми, изъ которыхъ одна пересѣкаетъ данныя 4 прямыя въ точкахъ a, b, c и d, а другая — въ точкахъ A, B, C и D; дано, что AB = 2,8; BD — AC = 0,6; CD — BC = 0,2 и AO : aO = 166... Вычислить прямую ad.

955. На билліардномъ столѣ, имѣющемъ видъ прямоугольника, котораго длина = 2 арш. 13 верш., а ширина = = 1 арш. 14 вершк., поставленъ шаръ, котораго разстояніе отъ каждой изъ двухъ ближайшихъ сторонъ равно 6 вершк. Найти точку на ближайшей большей сторонѣ, ударяясь въ которую, шаръ (будучи толкнутъ по таковому направленію) отразился бы отъ этой стороны и упалъ въ вершину наиболѣе удаленнаго угла, т.-е. найти разстояніе искомой точки отъ ближайшей къ шару вершины прямоугольника.

956. Въ трапеціи ABCD, гдѣ BC ‖ AD, AB = a, BC = b и AD = d, отложимъ на AB часть AE = m и изъ точки E проведемъ EF ‖ BC до пересѣченія съ CD въ точкѣ F. Вычислить три отрѣзка, на которые EF дѣлится діагоналями трапеціи. — Какъ должно быть велико m, чтобы средній отрѣзокъ равнялся суммѣ крайнихъ? — какъ должно быть велико m, чтобы EF прошла чрезъ точку пересѣченія діагоналей?

957. Въ трапеціи ABCD, гдѣ $BC \| AD$, $AB = a$, $BC = b$ и $AD = d$, отложимъ на BC часть $BE = m$ и изъ точки E проведемъ $EF \| AB$ до пересѣченія съ AD въ точкѣ F. Вычислить три отрѣзка, на которые EF дѣлится діагоналями трапеціи. — Какъ должно быть велико m, чтобы средній отрѣзокъ равнялся суммѣ крайнихъ? — Какъ должно быть велико m, чтобы EF проходила чрезъ точку пересѣченія діагоналей?

958. Данъ многоугольникъ, стороны котораго суть: 5, 6, 7, 8 и т. д. Опредѣлить стороны подобнаго ему многоугольника, меньшая сторона котораго = 2 арш.

959. Даны два подобные пятиугольника; стороны большаго равны: 12 фут., 20 фут., 1 футу, 15 фут. и 22 фут., а периметръ меньшаго = 16 фут. Опредѣлить стороны меньшаго.

960. Одна сторона многоугольника = 2,4 арш. и периметръ его = 3 саж. Опредѣлить периметръ подобнаго ему многоугольника, сторона котораго, сходственная съ данной стороной перваго многоуг., равна 1 сажени.

961. Периметръ одного изъ двухъ подобныхъ многоугольниковъ = 84 саж., а периметръ другого = 28 фут. Сколько дюймовъ содержитъ сторона ab второго многоугольника, если соотвѣтствующая ей сторона AB перваго = $7\,^1/_2$ фут.?

962. Сумма периметровъ двухъ подобныхъ многоугольниковъ = 50 арш.; сходственныя стороны ихъ находятся въ отношеніи 6 : 5. Найти периметры.

963. Разность периметровъ двухъ подобныхъ многоугольниковъ = 27 вершк.; отношеніе сходственныхъ сторонъ = 4 : 3. Найти периметры.

964. Периметры двухъ подобныхъ многоугольниковъ съ параллельными сторонами находятся въ отношеніи чиселъ 5 : 7; разстояніе двухъ сходственныхъ вершинъ равно 36. Опредѣлить разстояніе центра подобія отъ каждой изъ этихъ вершинъ.

NB. Центромъ подобія двухъ подобныхъ многоугольниковъ называется общая точка пересѣченія прямыхъ, изъ которыхъ каждая проходитъ чрезъ двѣ сходственныя вершины подобныхъ многоугольниковъ.

На доказ. 965. Если изъ точки P, взятой на одной сторонѣ треугольника, проведемъ прямыя, параллельныя двумъ другимъ сторонамъ его, то произведеніе этихъ параллельныхъ равно произведенію отрѣзковъ двухъ упомянутыхъ сторонъ, прилежащихъ къ третьей сторонѣ.

966. Если въ треуг. ABC и DEF есть по одному равному углу, напр. $\angle A = \angle D$, и еще два угла составляютъ вмѣстѣ $2d$, то стороны, заключающія третьи углы, въ обоихъ треугольникахъ находятся въ одномъ и томъ же отношеніи, т.-е. пропорціональны.

967. Построимъ на сторонѣ BC треугольника ABC, внѣ его, квадратъ BCED; соединимъ прямыми точки D и E съ вершиной A, изъ точекъ пересѣченія F и G этихъ прямыхъ со стороной BC возставимъ перпендикуляры къ BC до пересѣченія съ двумя другими сторонами въ точкахъ K и L и проведемъ прямую KL, то фигура FGKL есть квадратъ. Какая получится фигура, если квадратъ построенъ по другую сторону BC?

968. Если въ треугольникахъ съ равными основаніями и высотами проведемъ на равномъ разстояніи отъ основаній прямыя, параллельныя этимъ основаніямъ, то отрѣзки этихъ прямыхъ между сторонами будутъ соотвѣтственно равны во всѣхъ треугольникахъ.

969. Соединимъ вершины A и C треуг. ABC прямыми AD и CE съ какими-нибудь точками D и E противолежащихъ сторонъ; чрезъ вершину B проведемъ прямую, параллельную AC, и черезъ какую-нибудь точку P этой прямой — прямыя $PQ \parallel AD$ до пересѣченія съ прямой BC въ точкѣ Q и $PR \parallel CE$ до пересѣченія съ AB въ точкѣ R, то будемъ имѣть:

$$PQ : AD = PR : CE.$$

970. Если въ $\triangle ABC$ отложимъ на сторонѣ AC, внѣ треуг., уголъ $CAF = \angle B$ и продолжимъ сторону BC до пересѣченія въ точкѣ K со стороною AF отложеннаго угла, то AK будетъ средней пропорціональной между BK и CK. Обратное предложеніе.

971. Если на продолженіяхъ основанія равнобедреннаго треуг. отложить отъ концовъ основанія боковыя стороны треуг. и полученныя точки соединить съ вершиною, то боковая сторона образовавшагося новаго треуг. будетъ средней пропорціональной между основаніемъ его и боковой стороной даннаго треуг.

972. Если изъ точки D, взятой на сторонѣ BC треуг. ABC, проведемъ прямыя DE и DF, параллельныя двумъ другимъ сторонамъ его, и продолжимъ прямую EF до пересѣченія въ G со стороною BC, то прямая GD будетъ средней пропорціональной между GC и GB.

973. Если средины сторонъ треуг. соединимъ прямыми, то получится треугольникъ, подобный данному. Перпендикуляры, возставленные изъ срединъ сторонъ даннаго треуг., совпадаютъ съ высотами полученнаго треуг.

974. Если чрезъ вершины треугольника проведемъ прямыя, параллельныя противоположнымъ сторонамъ, то эти прямыя, пересѣкаясь, образуютъ треуг., подобный данному. Стороны полученнаго треуг. дѣлятся въ вершинахъ даннаго пополамъ. Высоты даннаго треуг. совпадаютъ съ перпендикулярами, возставленными изъ срединъ сторонъ полученнаго треуг.

975. Высоты треугольника пересѣкаются въ одной общей точкѣ.

976. Во всякомъ треуг. произведенія сторонъ на соотвѣтствующія имъ высоты равны.

977. Если изъ двухъ вершинъ A и B треуг. ABC опустимъ перпендикуляры AD и BE на противоположныя стороны и основанія перпендикуляровъ соединимъ прямою DE, то, означая чрезъ O точку пересѣченія перпендикуляровъ, будемъ имѣть:

1) $\triangle BOD \backsim \triangle AOE$. 2) $\triangle AOB \backsim \triangle DOE$. 3) $\triangle EDC \backsim \triangle ABC$.

978. Если изъ двухъ вершинъ треуг. опустимъ перпендикуляры на противоположныя стороны и потомъ изъ основаній этихъ перпендикуляровъ опустимъ перпендикуляры на тѣ же стороны, то прямая, соединяющая основанія послѣднихъ двухъ перпендикуляровъ, параллельна третьей сторонѣ треугольника.

979. Если въ $\triangle$ ABC соединимъ средину D стороны AB со срединой E стороны AC прямою DE и проведемъ прямыя BE и DC, пересѣкающіяся въ точкѣ O, то $\triangle$ DOE будетъ подобенъ $\triangle$ BOC, и отношеніе сходственныхъ сторонъ этихъ треугольниковъ равно 2.

980. Прямая, соединяющая вершину треугольника со срединою противолежащей ему стороны, дѣлится прямою, соединяющею другую вершину треугольника съ срединою стороны противолежащей, въ отношеніи $1:2$.

981. Прямыя, соединяющія вершины угловъ треугольниковъ со срединами противолежащихъ имъ сторонъ, пересѣкаются въ одной точкѣ, въ которой каждая изъ этихъ прямыхъ дѣлится въ отношеніи $1:2$.

982. Точка пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ вершины треугольника со срединами противоположныхъ сторонъ, находится на $\frac{1}{3}$ высоты треугольника, считая отъ основанія высоты.

983. Если чрезъ средину стороны треуг. проведемъ прямую линію и опустимъ на нее перпендикуляръ изъ противоположной вершины треугольника и перпендикуляръ изъ точки пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ вершины треугольника съ срединами противоположныхъ сторонъ, то послѣдній будетъ равенъ $\frac{1}{3}$ перваго.

984. Если условимся въ предыдущей задачѣ считать перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ треугольника, лежащихъ по одну сторону прямой линіи съ точкою пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ вершины со срединами сторонъ, — положительными, а перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ, лежащихъ по другую сторону, — отрицательными, то перпендикуляръ изъ точки пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ вершины съ срединами сторонъ, будетъ среднею ариѳметическою перпендикуляровъ изъ трехъ вершинъ треугольника.

985. Перпендикуляръ, опущенный изъ точки пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ вершины треуг. со срединами противоположныхъ сторонъ, на произвольную прямую, есть средняя ариѳметическая перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ трехъ вершинъ треуг. на ту же прямую.

986. Если изъ вершины A треуг. ABC проведемъ двѣ прямыя, пересѣкающія противоположную сторону BC или ея продолженіе подъ углами, равными A, въ точкахъ D и E, то эти прямыя составятъ со сторонами два треуг., подобные данному. Такія прямыя AD и AE называются *прямыми подобія* угла A, при томъ AD — для стороны AC и AE — для стороны AB, потому что AD есть сторона треуг. $ADC \backsim \triangle ABC$, а AE есть сторона треуг. $ABE \backsim \triangle ABC$.

Въ какомъ треугольникѣ прямыя подобія сливаются?

Когда прямыя подобія пересѣкаютъ сторону треуг.? Когда одна изъ нихъ пересѣкаетъ сторону, другая — продолженіе стороны?. Когда обѣ пересѣкаютъ продолженіе стороны?

987. Если въ $\triangle ABC$ проведемъ прямыя подобія угла A, то квадратъ каждой стороны треуг., прилежащей къ A, равняется произведенію третьей стороны треуг. на отрѣзокъ послѣдней между упомянутой прилежащей къ углу A стороною и соотвѣтствующей ей прямою подобія угла A, т.-е.

$$AC^2 = BC \,.\, CD \text{ и } AB^2 = BC \,.\, BE.$$

На основаніи этого доказать, что въ прямоугольномъ треуг. квадратъ гипотенузы равняется суммѣ квадратовъ катетовъ.

988. Изъ соотношеній предыдущей задачи вывести соотношеніе:

$$BC \,.\, ED = AB^2 + AC^2 - BC^2.$$

Произнести это соотношеніе и доказать, что сумма квадратовъ трехъ сторонъ треуг. = суммѣ произведеній каждой изъ сторонъ на отрѣзокъ между прямыми подобія противоположнаго ей угла.

Что даетъ это предложеніе для прямоугольныхъ треугольниковъ?

989. Доказать, что въ соотношеніи предыдущей задачи $BC \,.\, ED$ равно удвоенному произведенію одной изъ остальныхъ двухъ сторонъ на проложеніе на нее другой.

Вывести изъ этого выраженіе для квадрата стороны BC противъ остраго и тупого угла.

990. Квадратъ каждой изъ двухъ прямыхъ подобія угла A въ $\triangle ABC$ равняется произведенію отрѣзковъ на сторонѣ BC между каждой изъ двухъ остальныхъ сторонъ и соотвѣтствующими имъ прямыми подобія угла A, т.-е.

$$AD^2 = AE^2 = BE \,.\, DC.$$

Какъ произнести это соотношеніе, если уголъ A прямой?

991. Если въ $\triangle ABC$ проведемъ прямыя подобія угла A, то произведеніе сторонъ, заключающихъ уголъ A, будетъ равно произведенію одной изъ прямыхъ подобія на третью сторону треуг.

Въ прямоугольномъ треуг. произведеніе катетовъ равно произведенію гипотенузы на разстояніе ея отъ вершины прямого угла.

992. Треугольники подобны, если ихъ основанія пропорціональны радіусамъ вписанныхъ окружностей, и притомъ имѣютъ по равному углу при основаніи.

993. Треугольники подобны, если ихъ основанія пропорціональны радіусамъ описанныхъ окружностей, и притомъ имѣютъ по равному углу при основаніи.

994. Треугольники подобны, если ихъ основанія пропорціональны высотамъ, и если они имѣютъ по равному углу при основаніи.

995. Треугольники подобны, если имѣютъ по равному углу, и если высоты, опущенныя на стороны разныхъ угловъ, пропорціональны.

996. Если въ параллелограммѣ проведены двѣ прямыя, параллельныя смежнымъ сторонамъ, такъ, что два полученные противоположные параллелограмма равны, то точка пересѣченія обѣихъ проведенныхъ прямыхъ находится на діагонали, которая не пересѣкаетъ оба сказанные параллелограмма.

997. Если два подобныхъ параллелограмма имѣютъ общій уголъ, и стороны, заключающія этотъ уголъ, одного параллелограмма лежатъ на сходственныхъ сторонахъ другого; или, если два подобныхъ параллелограмма расположены такъ, что уголъ одного есть вертикальный угла другого, стороны же, заключающія этотъ уголъ, перваго параллелограмма служатъ продолженіями сходственныхъ сторонъ второго, то противоположныя вершины обоихъ параллелограммовъ лежатъ на одной прямой съ ихъ общей вершиною.

998. Если чрезъ точку одной діагонали параллелограмма проведемъ прямыя, параллельныя сторонамъ параллелограмма, до пересѣченія съ ними, то получимъ параллелограммъ, подобный данному, и одна діагональ новаго параллелограмма сольется съ діагональю даннаго, а другая будетъ параллельна другой діагонали даннаго.

Если чрезъ точку O на діагонали параллелограмма проведемъ двѣ прямыя, параллельныя двумъ смежнымъ сторонамъ параллелограмма, то получимъ четыре параллелограмма: изъ нихъ два, которые не пересѣкаются діагональю, на которой находится точка O, называются *дополнительными параллелограммами*.

999. Если въ дополнительныхъ параллелограммахъ продолжимъ діагонали, не проходящія чрезъ точку O, до пересѣченія, то эта точка пересѣченія будетъ лежать на продолженіи діагонали, на которой взята точка O.

1000. Если въ дополнительныхъ параллелограммахъ продолжимъ діагонали, проходящія чрезъ общую точку O, до пересѣченія съ двумя сторонами даннаго параллелограмма или продолженіями двухъ сторонъ, то прямая, соединяющая эти точки пересѣченія, параллельна другой діагонали даннаго параллелограмма.

1001. Если чрезъ вершину A параллелограмма ABCD проведемъ прямую, которая пересѣчетъ діагональ BD, сторону CD и продолженіе стороны BC соотвѣтственно въ точкахъ E, F и G, то

$$BG : AD = AB : DF \text{ и } EF : AE = AE : EG.$$

1002. Если чрезъ какую-нибудь точку діагонали параллелограмма проведемъ прямую такъ, чтобы она пересѣкла двѣ стороны и продолженія двухъ другихъ сторонъ параллелограмма, то отрѣзки этой прямой между діагональю и двумя прилежащими сторонами относятся такъ, какъ отрѣзки между діагональю и двумя противолежащими сторонами.

1003. Въ параллелограммѣ ABCD изъ точки E на сторонѣ BC проведена прямая EF, параллельная двумъ другимъ сторонамъ, и точка E соединена съ A; пусть діагональ BD пересѣкаетъ прямыя EF и AE соотвѣтственно въ точкахъ G и H. Требуется доказать, что

$$DH : BH = BH : HG.$$

1004. Каждая діагональ трапеціи дѣлится другой діагональю ея на два отрѣзка, которые относятся между собою, какъ параллельныя стороны трапеціи, или какъ соотвѣтственные отрѣзки какой-нибудь прямой, проведенной чрезъ точки пересѣченія діагоналей между параллельными сторонами трапеціи.

1005. Прямая, соединяющая средины параллельныхъ сторонъ трапеціи, проходитъ чрезъ точку пересѣченія ея діагоналей и чрезъ точку встрѣчи продолженій непараллельныхъ сторонъ трапеціи. (Зад. 1004).

1006. Во всякой трапеціи ABCD прямая EF, параллельная основаніямъ, дѣлитъ непараллельныя стороны въ одномъ и томъ же отношеніи.

1007. Во всякой трапеціи отрѣзки прямой, параллельной основаніямъ, заключенные между діагоналями и непараллельными сторонами, попарно равны.

1008. Въ трапеціи ABCD проведена прямая параллельно основаніямъ, пересѣкающая непараллельныя стороны AB и CD трапеціи соотвѣтственно въ точкахъ E и F, и пусть EF пересѣкаетъ діагональ BD въ точкѣ G и діагональ AC въ точкѣ H. Требуется доказать, что если $AE:EB=m:n$, то

$$1)\ (m+n).EF=m.BC+n.AD.$$
$$2)\ (m+n).GH=m.BC-n.AD.$$

Какъ произнести эти выраженія въ случаѣ, если $m=n$? Чему равно отношеніе $m:n$, когда EF проходитъ чрезъ точку пересѣченія діагоналей?

1009. Непараллельныя стороны AB и CD трапеціи ABCD продолжимъ до пересѣченія въ точкѣ O и на AB возьмемъ такую точку E, чтобы существовала пропорція

$$OA:OE=OE:OB;$$

тогда EF, проведенная чрезъ точку E параллельно основаніямъ, будетъ средняя пропорціональная между основаніями AD и BC.

1010. Если въ равнобедренной трапеціи діагонали равны большему основанію, то

1) каждая параллельная сторона есть средняя пропорціональная между бо́льшимъ основаніемъ и избыткомъ сего послѣдняго надъ меньшимъ основаніемъ;

2) произведеніе основаній равно разности между квадратомъ діагонали и квадратомъ непараллельной стороны.

1011. Въ двухъ неравныхъ окружностяхъ O и O′ проведены радіусы $OS \parallel O'S'$ и $OR \parallel O'R'$, и требуется доказать, что прямыя SS′ и RR′ встрѣчаются въ точкѣ, лежащей на прямой, проходящей чрезъ центры O и O′.

1012. Двѣ окружности O и O′ касаются въ точкѣ A, и чрезъ эту точку проведена прямая, пересѣкающая окружность O въ точкѣ B, а окружность O′ въ точкѣ D. Требуется доказать, что отношеніе хордъ AB:AD равно отношенію радіусовъ окружностей O и O′, въ случаѣ внутренняго и въ случаѣ внѣшняго касанія окружностей.

1013. Двѣ окружности O и O′ касаются въ точкѣ A, и чрезъ эту точку проведены двѣ прямыя, изъ которыхъ первая пересѣкаетъ окружность O въ B и O′ въ D, а вторая — окружность O въ B′ и O′ въ D′. Требуется доказать, что прямая BB′ параллельна прямой DD′, въ случаѣ внутренняго и въ случаѣ внѣшняго касанія окружностей.

На постр. 1014. На данной прямой построить треуг., стороны котораго находятся въ отношеніи $m:n$ къ сходственнымъ сторонамъ даннаго треуг.

1015. Даны двѣ параллельныя прямыя, и требуется найти геометрическое мѣсто такихъ точекъ, чтобы прямыя, проведенныя чрезъ каждую изъ нихъ, пересѣкаясь съ параллелями, давали отрѣзки, находящіеся въ отношеніи $m:n$.

1016. Чрезъ точку A провести прямую такъ, чтобы разстоянія ея отъ двухъ данныхъ точекъ B и C были въ данномъ отношеніи $m:n$.

1017. Внутри угла ABC дана точка J, и требуется найти на сторонѣ AB точку, разстояніе которой отъ BC равнялось бы разстоянію ея отъ точки J.

Рѣшить ту же задачу для случая, когда точка J — внѣ угла ABC.

1018. Внутри угла ABC дана точка J, и требуется найти на сторонѣ AB точку, разстояніе которой отъ BC относится къ разстоянію ея отъ точки J, какъ $m:n$.

Рѣшить ту же задачу для случая, когда точка J — внѣ угла ABC.

1019. Построить треуг., подобный данному и имѣющій периметръ, равный данной длинѣ.

1020. Построить треуг., подобный одному данному треуг. и имѣющій периметръ, равный периметру другого даннаго треуг.

1021. Построить треуг., подобный данному и имѣющій периметръ, который былъ бы на данную длину болѣе или менѣе периметра даннаго треугольника.

1022. Въ окружность вписанъ треуг.; требуется описать около окружности подобный ему треуг. такъ: 1) чтобы стороны одного были параллельны сторонамъ другого; 2) чтобы стороны одного проходили чрезъ вершины другого. Обратный вопросъ.

1023. Въ данную окружность вписать треуг., подобный данному треугольнику.

1024. Около данной окружности описать треуг., подобный данному.

1025. Къ двумъ даннымъ окружностямъ провести общую касательную. Найти четыре рѣшенія.

Рѣш. Должно раздѣлить прямую, соединяющую центры окружностей, внутренно и внѣшне въ отношеніи радіусовъ окружностей; первая изъ этихъ точекъ будетъ точкою пересѣченія внутреннихъ, а вторая — внѣшнихъ касательныхъ.

1026. Въ остроугольный треуг. вписать квадратъ такъ, чтобы двѣ его вершины лежали на одной сторонѣ треуг., а двѣ другія — на двухъ остальныхъ сторонахъ его. (Зад. 967).

1027. Въ данный треуг. вписать прямоугольникъ, подобный данному прямоугольнику.

1028. Въ данный треуг. вписать прямоугольникъ, стороны котораго находились бы въ данномъ отношеніи.

1029. Въ параллелограммѣ провести прямую, параллельную сторонѣ такъ, чтобы эта прямая раздѣлилась діагоналями параллелограмма на три части, изъ которыхъ средняя относилась бы къ каждой изъ остальныхъ, какъ $m:n$.

1030. Въ ромбѣ построить прямоугольникъ такъ, чтобы его вершины лежали на сторонахъ ромба, и чтобы стороны находились въ данномъ отношеніи.

1031. Въ данномъ прямоугольникѣ построить другой прямоугольникъ, стороны котораго находились бы на равномъ разстояніи отъ сторонъ даннаго прямоуг., а периметръ относился бы къ периметру даннаго прямоуг., какъ $m:n$.

1032. Построить внутри даннаго многоугольника другой подобный ему многоугольникъ, стороны котораго были бы параллельны сторонамъ даннаго, и одна изъ сторонъ котораго находилась бы на данномъ разстояніи отъ сходственной ей стороны даннаго многоугольника.

1033. Данъ многоугольникъ и гдѣ-нибудь точка A; требуется построить другой подобный данному многоуг., стороны котораго находились бы въ данномъ отношеніи къ сторонамъ даннаго, и точка A была бы центромъ подобія этихъ многоугольниковъ.

Пропорціональныя прямыя въ окружности.

На вычисл. 1034. Въ окружности, радіусъ которой = 15 фут., возставленъ перпендикуляръ къ діаметру на разстояніи 6 фут. отъ окружности и продолженъ до пересѣченія съ окружностью въ двухъ точкахъ. Требуется опредѣлить длину полученной хорды.

1035. Проведенъ радіусъ, перпендикулярный къ хордѣ, длина которой равна 30 вершк.; часть этого радіуса между хордою и дугою равна 9 вершк. Вычислить діаметръ.

1036. Діаметръ AB = 9 дюйм. Опредѣлить, на какомъ разстояніи отъ конца A діаметра находится точка D, лежащая на немъ, если перпендикуляръ DC, возставленный изъ этой точки до встрѣчи съ окружностью, = 2,7 дюйма.

1037. Изъ точки окружности опущенъ на діаметръ ея перпендикуляръ, длина котораго = 7,2 дюйма, и отрѣзки, образуемые имъ на діаметрѣ, относятся какъ 9 : 4. Опредѣлить діаметръ.

1038. Перпендикуляръ, опущенный изъ точки окружности на радіусъ, равный 20 вершк., дѣлитъ его въ отношеніи 2 : 3, при чемъ бо́льшая часть радіуса прилежитъ къ центру. Вычислить длину перпендикуляра.

1039. Вычислить длину хорды, пересѣкающей радіусъ подъ прямымъ угломъ; при чемъ часть радіуса, ближайшая къ центру, равна 12 дюйм., а самый радіусъ болѣе этой части на 1 дюймъ.

1040. Прямая AB, содержащая 27 дюйм., раздѣлена въ точкѣ C на два отрѣзка AC и CB, обратно пропорціональные числамъ 13 и 23, и точкою D — на два отрѣзка AD и DB, прямо пропорціональные числамъ 16 и 29. Сколько дюймовъ содержитъ каждый изъ отрѣзковъ AC, CB, AD и DB?

1041. Прямая AB раздѣлена въ точкѣ C на два отрѣзка AC и CB, а въ точкѣ D — на два отрѣзка AD и DB; отрѣзокъ $CB=0{,}58(3)AB$ и $DB=AC$. Какимъ числамъ обратно пропорціональны отрѣзки AD и DB?

1042. Въ окружности пересѣкаются двѣ хорды: большіе ихъ отрѣзки равняются 36 и 75 дюйм. Опредѣлить величины меньшихъ отрѣзковъ сказанныхъ хордъ, если извѣстно, что сумма этихъ отрѣзковъ равна 46,25 дюйм.

1043. Хорда, равная 50 дюйм., пересѣкается другою хордою. На какія части раздѣлена первая, если отрѣзки второй равны $14\frac{2}{7}$ и 28 дюйм.?

1044. Въ окружности пересѣкаются двѣ хорды, изъ которыхъ одна$=21$, а другая$=24$ фут. Вычислить отрѣзки хордъ, если меньшій отрѣзокъ изъ всѣхъ отрѣзковъ равенъ 6 фут.

1045. Въ окружности пересѣкаются двѣ хорды; отношеніе меньшихъ отрѣзковъ равно отношенію чиселъ 2 и 5. Вычислить самый большій отрѣзокъ, если меньшій изъ бóльшихъ отрѣзковъ равенъ 28 фут.

1046. Двѣ хорды въ окружности пересѣкаются подъ прямымъ угломъ; отношеніе бóльшихъ отрѣзковъ равно $3:7$. Вычислить длину самаго меньшаго отрѣзка, если извѣстно, что меньшій изъ трехъ остальныхъ отрѣзковъ равенъ 56 вершкамъ.

1047. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія къ этой окружности; внутренняя часть одной сѣкущей, равная всей другой сѣкущей, равна 48 дюйм., а внѣшняя часть первой равна 12 дюйм. Вычислить внѣшній и внутренній отрѣзки второй сѣкущей.

1048. Двѣ сѣкущія, выходящія изъ одной точки, таковы, что 55 фут. одной лежатъ внутри и 15 фут. — внѣ окружности. Вычислить длину второй сѣкущей, если 3 фута ея лежатъ внѣ окружности.

1049. Изъ двухъ взаимно пересѣкающихся сѣкущихъ одна окружностью дѣлится пополамъ, а другая раздѣляется на двѣ неравныя части, изъ которыхъ 105 вершк. приходится на хорду и 15 вершк. — на продолженіе этой хорды. Вычислить длину первой сѣкущей.

1050. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія къ этой окружности, изъ которыхъ одна $=288$ фут., а другая $=216$ фут.; часть большей сѣкущей, лежащая внутри окружности, относится къ таковой же части другой сѣкущей, какъ $15:8$. Вычислить внѣшніе отрѣзки обѣихъ сѣкущихъ.

1051. Изъ точки A внѣ окружности проведены двѣ сѣкущія къ окружности; сѣкущая $AD = 42{,}8$; сѣкущая $AE = 32{,}1$; внѣшній отрѣзокъ первой сѣкущей менѣе на 1,9 внѣшняго отрѣзка второй. Вычислить внѣшніе отрѣзки обѣихъ сѣкущихъ.

1502. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія, изъ которыхъ одна $=115$ вершк., а другая $=$ $= 95$ вершк. Вычислить внѣшнія части этихъ сѣкущихъ, если извѣстно, что внѣшняя часть меньшей сѣкущей болѣе внѣшней части большей сѣкущей па 10 вершковъ.

1053. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ этой окружности сѣкущая $=a$ и касательная $=b$. Вычислить внѣшнюю часть сѣкущей. 1) $a = 76$ и $b = 38$; 2) $a = 18$ и $b = 2{,}4$.

1054. Изъ точки проведены къ окружности сѣкущая и касательная; сѣкущая длиннѣе касательной на 10 дюймовъ, а внутренняя часть сѣкущей равна касательной. Вычислить длину касательной.

1055. Изъ точки внѣ окружности проведены къ окружкости сѣкущая $=40$ саж., дѣлящаяся окружностью пополамъ, и касательная. Вычислить длину касательной.

1056. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены сѣкущая и касательная; часть сѣкущей внѣ окружности составляетъ $^1/_8$ части, лежащей внутри нея. Какая часть сѣкущей равна касательной?

На доказ. 1507. Чрезъ конецъ A діаметра AB проведена хорда AC, проложеніе которой на діаметръ есть AD; требуется доказать, что $AB^2 : AC^2 = AB : AD$.

1058. Квадраты хордъ, проведенныхъ черезъ конецъ діаметра, пропорціональны проложеніямъ этихъ хордъ на діаметръ.

1059. Если изъ какой-нибудь точки діаметра или его продолженія возставленъ перпендикуляръ, и чрезъ одинъ изъ концовъ этого діаметра проведена хорда, то произведеніе хорды на разстояніе точки пересѣченія ея съ перпендикуляромъ отъ указаннаго конца діаметра равно произведенію діаметра на отрѣзокъ діаметра отъ того же конца его до основанія перпендикуляра.

1060. Если изъ точекъ, взятыхъ на прямой центровъ двухъ касающихся изнутри окружностей, возставимъ перпендикуляры, которые пересѣкаютъ обѣ окружности, то отношенія разстояній точекъ пересѣченія каждаго перпендикуляра съ окружностями отъ точки прикосновенія окружностей равны.

1061. Если три окружности, радіусы которыхъ составляютъ непрерывную геометрическую пропорцію, касаются внутренне въ общей точкѣ M, чрезъ которую проведенъ діаметръ въ меньшей окружности, то прямыя, соединяющія точку M съ точками пересѣченія съ окружностями перпендикуляра, возставленнаго изъ какой-нибудь точки указаннаго діаметра, составляютъ тоже непрерывную геометрическую пропорцію.

1062. Въ окружности проведена хорда, равная радіусу, и перпендикулярно къ этой хордѣ проведенъ діаметръ; одинъ изъ концовъ хорды соединенъ прямыми съ концами этого діаметра. Доказать, что радіусъ есть средняя геометрическая пропорціональная между сказанными прямыми.

1063. Разстояніе между точками касанія общей касательной къ двумъ окружностямъ, касающимся извнѣ, есть среднее геометрическое пропорціональное между діаметрами обѣихъ окружностей.

Если чрезъ концы діаметра и какую-нибудь третью точку окружности проведемъ касательныя и продолжимъ третью касательную до пересѣченія съ двумя первыми, то:

1064. Радіусъ окружности будетъ средней геометрической пропорціональной между отрѣзками касательныхъ, проведенныхъ чрезъ концы діаметра.

1065. Радіусъ будетъ средней геометрической пропорціональной между отрѣзками третьей касательной.

1066. Перпендикуляръ, опущенный изъ точки касанія третьей касательной на діаметръ, дѣлится пополамъ каждой изъ діагоналей четыреугольника, образуемаго тремя касательными съ діаметромъ, и слѣдовательно этотъ перпендикуляръ проходитъ чрезъ точку пересѣченія указанныхъ діагоналей.

1067. Если изъ точки, взятой на діаметрѣ окружности, возстаивмъ перпендикуляръ къ діаметру до пересѣченія съ окружностью и чрезъ средину этого перпендикуляра и концы діаметра проведемъ прямыя до пересѣченія съ касательными, проходящими чрезъ концы діаметра, то эти точки пересѣченія и точка встрѣчи перпендикуляра съ окружностью лежатъ на одной прямой, касательной къ окружности. (Зад. 1066).

1068. Если изъ конца хорды возставимъ перпендикуляръ до пересѣченія съ какимъ-нибудь діаметромъ, то произведеніе отрѣзковъ, образуемыхъ на діаметрѣ, будетъ равно произведенію отрѣзковъ касательныхъ, проведенныхъ чрезъ концы этого діаметра до пересѣченія съ продолженіемъ хорды.

Указ. Для доказательства должно провести діагонали въ получаемыхъ двухъ четыреугольникахъ.

NB. Изъ этого предложенія вывести какъ частный случай предложеніе 1064.

1069. Если возьмемъ внѣ окружности двѣ точки P и P′, изъ которыхъ окружность видна подъ углами, дополняющими другъ друга до двухъ прямыхъ, то радіусъ будетъ средняя геометрическая пропорціональная между касательными изъ P и P′ къ окружности. Обратно.

1070. Если чрезъ точку касанія двухъ окружностей провести прямую до пересѣченія съ каждой изъ окружностей, то полученныя хорды будутъ относиться, какъ соотвѣтствующіе радіусы окружностей.

1071. Перпендикуляры, опущенные изъ двухъ вершинъ A и B треугольника ABC на противолежащія стороны, обратно пропорціональны этимъ сторонамъ.

1072. Если изъ концовъ B и C одной стороны BC треугольника ABC проведемъ прямыя, составляющія внутри треугольника равные углы съ двумя другими сторонами AB и AC, до пересѣченія съ ними, то: 1) верхніе отрѣзки этихъ прямыхъ будутъ обратно пропорціональны нижнимъ; 2) стороны AB и AC, къ которымъ проведены эти прямыя, будутъ обратно пропорціональны отрѣзкамъ этихъ сторонъ, прилежащимъ къ общей вершинѣ A. Разсмотрѣть случай, когда прямыя проведены внѣ треугольника.

1073. Перпендикуляры, опущенные изъ вершины параллелограмма на двѣ стороны его до пересѣченія съ этими сторонами или ихъ продолженіями, обратно пропорціональны указаннымъ сторонамъ.

1074. Перпендикуляры, опущенные на двѣ смежныя стороны изъ какой-нибудь точки діагонали параллелограмма, обратно пропорціональны указаннымъ сторонамъ.

1075. Если изъ точки, взятой на прямой, соединяющей вершину угла треугольника со срединою противоположной стороны, опустимъ перпендикуляры на двѣ другія стороны, то эти перпендикуляры будутъ находиться въ обратномъ отношеніи съ соотвѣтствующими сторонами.

1076. Если чрезъ какую-нибудь точку общей хорды пересѣченія двухъ окружностей проведемъ хорды въ обѣихъ окружностяхъ, то произведенія отрѣзковъ каждой изъ этихъ хордъ равны.

1077. Если чрезъ какую-нибудь точку, взятую на продолженіи общей хорды пересѣченія двухъ окружностей, проведемъ сѣкущія каждой изъ окружностей, то произведенія этихъ сѣкущихъ на ихъ внѣшнія части равны.

1078. Если чрезъ какую-нибудь точку общей касательной двухъ касающихся внутренне или внѣшне окружностей проведемъ сѣкущія каждой изъ окружностей, то произведенія этихъ сѣкущихъ на ихъ внѣшнія части равны.

1079. Если прямую AB, раздѣленную въ точкѣ C внутренне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, продолжимъ отъ B въ сторону большаго отрѣзка CB на длину послѣдняго, то вся полученная прямая будетъ въ точкѣ B опять раздѣлена въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

1080. Если меньшій отрѣзокъ прямой, раздѣленной внутренне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, отложимъ на большемъ, то большій отрѣзокъ будетъ опять раздѣленъ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

1081. Если прямая раздѣлена въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, то разность между всей прямой и большей ея частью болѣе разности между большей и меньшей частями.

1082. Въ двухъ прямыхъ, дѣленныхъ внутренне или внѣшне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, отношенія отрѣзковъ каждой равны.

На постр. 1083. Чрезъ данную внѣ окружности точку провести сѣкущую такъ, чтобы часть ея внутри окружности была средней геометрической пропорціональной между всей сѣкущей и ея внѣшней частью.

1084. Чрезъ точку окружности провести сѣкущую, длина которой была бы равна a; длина же касательной, проведенной изъ ея конца къ окружности, равнялась бы b.

1085. Чрезъ точку, данную внѣ окружности, провести сѣкущую такъ, чтобы она окружностью дѣлилась пополамъ.

1086. Чрезъ точку, данную внѣ окружности, провести сѣкущую такъ, чтобы она окружностью дѣлилась въ данномъ отношенiи.

1087. На продолженiи дiаметра окружности найти точку, разстоянiе которой отъ окружности было бы вдвое менѣе касательной, проведенной изъ этой точки къ окружности.

1088. Хорду окружности продолжить такъ, чтобы касательная, проведенная къ окружности изъ конца продолженiя, равнялась данной длинѣ.

1089. На касательной къ окружности найти такую точку, чтобы сумма касательной, проведенной изъ нея къ окружности, и внѣшней части сѣкущей черезъ центръ равнялась данной длинѣ.

1090. На касательной къ окружности найти такую точку, чтобы разность касательной, проведенной изъ нея къ окружности, и внѣшней части сѣкущей, проходящей чрезъ центръ, равнялась данной длинѣ.

1091. Изъ точки, лежащей внутри окружности на разстоянiи a отъ ея центра, провести хорду, которая въ этой точкѣ дѣлилась бы въ данномъ отношенiи, напр. $= 4:9$.

Указ. На основанiи теоремы, что въ окружности хорды дѣлятся на части обратно пропорцiональныя, найдемъ, что одинъ отрѣзокъ искомой хорды равенъ $^2/_3$ катета прямоугольнаго треугольника, у котораго гипотенуза равна радiусу этой окружности, а другой катетъ $= a$.

1092. На основанiи пропорцiональныхъ прямыхъ въ окружности по данной средней пропорцiональной двухъ прямыхъ и одной изъ нихъ найти другую.

1093. На прямой AB дана точка C, и требуется найти на BC такую точку X, чтобы было $AC:CX = CX:AB$.

Построить прямыя, выраженныя слѣдующими формулами, въ которыхъ a, b, c, m и n означаютъ длины данныхъ прямыхъ, а x — длину искомой прямой:

1094. $x^2 = ab$. **1095.** $x = \sqrt{bc}$.

1096. $x^2 = a(b-c)$, гдѣ $b > c$.

1097. $x=\sqrt{a(m+n)}$.

1098. $x=\sqrt{a(m-n)}$, гдѣ $m>n$.

1099. $x=\sqrt{\frac{abc}{n}}$.

1100. $x=\sqrt{\frac{(n-a)(n-b)(n-c)}{n}}$, гдѣ a, b и c менѣе n.

1101. $x^2=a\sqrt{\frac{bcm}{n}}$.

1102. $x=\sqrt{m\sqrt{\frac{abc}{n}}}$.

Соотношенія между сторонами треугольниковъ.

На вычисл. Въ слѣдующихъ двадцати семи задачахъ, отъ 1103 до 1130, въ прямоугольномъ треугольникѣ a означаетъ гипотенузу, b и c — катеты, h — высоту изъ вершины прямого угла на гипотенузу; p и q — отрѣзки, на которые дѣлится гипотенуза высотою h, и прилежащіе соотвѣтственно къ катетамъ c и b. Вычислить остальныя изъ вышеупомянутыхъ частей прямоугольнаго треугольника, когда даны:

1103. 1) $b=24$ и $c=45$; 2) $b=3{,}6$ и $c=4{,}8$.
1104. $a=32{,}5$ и $h=15{,}6$.
1105. $a=7{,}09$ и $b=6{,}45$.
1106. $b=126{,}3$ и $h=84{,}5$.
1107. $c=12{,}14$ и $p=8{,}13$.
1108. 1) $p=46{,}08$ и $q=35{,}28$; 2) $p=21$ и $q=336$.
1109. 1) $p=1176$ и $h=4032$; 2) $p=4{,}8$ и $h=6{,}4$.
1110. $b=24$ и $p=14$.
1111. $p:q=4:9$ и $h=10{,}8$.
1112. $p:q=1:4$ и $a=72{,}9$.
1113. $p:q=9:16$ и $b=12{,}4$.
1114. 1) $a=15$ и $b+c=20$; 2) $a=36{,}5$ и $b+c=51{,}1$.
1115. $a=40$ и $b-c=10$.
1116. $h=9$ и $b+c=40$.
1117. $h=24$ и $b-c=10$.

1118. $h=20$ и $a+b+c=100$.

1119. $h=6{,}72$ и $b+c-a=6$.

1120. $a+b=9{,}6$ и $a+c=7{,}5$.

1121. $h=\sqrt{6}$ и $p-q=5$.

1122. $a+b=147$ и $a-c=54$.

1123. $a-b=125$ и $a-c=490$.

1124. $a+b=9{,}8$ и $b+c=6{,}2$.

1125. $a+b=121$ и $b-c=49$.

1126. $a+c=10{,}4$ и $b-c=1{,}3$.

1127. $a-b=2$ и $b+c=119$.

1128. $a-b=1$ и $b-c=97$.

1129. $a-c=4{,}8$ и $b-c=4{,}2$.

1130. Человѣкъ находится на разстояніи 3,9 саж. отъ башни, высота которой$=5{,}2$ саж. Опредѣлить разстояніе отъ вершины башни до мѣста, гдѣ стоитъ человѣкъ.

1131. Человѣкъ находится на разстояніи 3,9 саж. отъ башни, и разстояніе отъ вершины башни до мѣста, гдѣ стоитъ человѣкъ,$=6{,}5$ саж. Опредѣлить высоту башни.

1132. Діаметръ окружности $=8{,}4$. Опредѣлить длину хорды, стягивающей дугу въ 90°.

1133. На діаметрѣ AB, длиною въ 14 дюйм., построенъ вписанный уголъ ACB, сторона котораго AC равна радіусу AO. Вычислить съ точностью 1,001 дюйма длину перпендикуляра CD, опущеннаго изъ точки C на діаметръ.

1134. Въ окружности на ея діаметрѣ AB, равномъ 9,6 дюйма, построенъ вписанный уголъ ACB, и отъ центра O окружности до хорды AC проведена прямая $OD = 3{,}84$ дюйма параллельно BC. Вычислить длину хорды AC.

1135. Хорда отстоитъ отъ центра на $3\frac{1}{4}$ дюйма и составляетъ 0,625 діаметра. Вычислить съ точностью $\frac{1}{10}$ дюйма длину хорды.

1136. Вычислить стороны прямоуг. треуг., когда даны длины k и l прямыхъ, соединяющихъ средины катетовъ съ вершинами противолежащихъ угловъ.

1137. Вычислить стороны ромба, если одна діагональ его равна 6 дюйм., а другая равна 8 дюйм.

1138. Вычислить діагональ ромба, если периметръ его равенъ $65\frac{1}{3}$ фута, а другая діагональ равна $26\frac{2}{3}$ фута.

1139. По данной суммѣ s діагонали и стороны квадрата вычислить периметръ его, полагая $s=10$.

1140. По данной разности d діагонали и стороны квадрата вычислить периметръ его, полагая $d=10$.

Въ слѣдующихъ 15-ти задачахъ, отъ 1141 до 1156, въ равнобедренномъ треугольникѣ a означаетъ основаніе, b — боковую сторону, h_a и h_b — высоты на a и b, опущенныя изъ противолежащихъ угловъ A и B. Вычислить остальныя изъ вышеупомянутыхъ частей равнобедреннаго треугольника, когда даны:

1141. $a=0{,}234$ и $h_a=0{,}123$.

1142. 1) $a=80$ и $b=41$; 2) $a=87{,}16$ и $b=104{,}15$.

1143. $b=44{,}37$ и $h_a=30{,}6$.

1144. $a=48{,}17$ и $h_b=32{,}44$.

1145. $h_a=1{,}06$ и $h_b=2{,}03$.

1146. $h_a=108{,}37$ и периметръ $=796{,}48$.

1147. $b=50$ и $h_b=14$.

1148. $b=25$ и $a+h_a=55$.

1149. 1) $b=14{,}8$ и $a-h_a=23{,}2$.
2) $b=14{,}5$ и $a-h_a=-9{,}5$.

1150. $h_a=160$ и $a+b=2392$.

1151. $h_a=18{,}9$ и $b-a=9{,}9$.

1152. $a+h_a=71{,}5$ и $b+h_a=41{,}6$.

1153. $a+h_a=11{,}02$ и $b-h_a=2{,}61$.

1154. $a-h_a=1$ и $b+h_a=32$.

1155. $a:h_a=1{,}5$; $h_a=2$; $c:h_b=1{,}04166...$

1156. Изъ вершины B равнобедреннаго $\triangle ABC$ опущенъ перпендикуляръ BD на основаніе AC; $BD=\frac{3}{5}AB$; $AB+BC=$ $=50$ фут. Сколько футовъ содержитъ периметръ треуг.?

1157. Хорда въ 27 фут. перпендикулярна къ радіусу и дѣлитъ послѣдній на два отрѣзка, изъ которыхъ отрѣзокъ, прилежащій къ окружности, $=4{,}5$ фута. Опредѣлить радіусъ.

1158. Въ большей изъ двухъ концентрическихъ окружностей проведена хорда длиною въ 28 дюйм., касающаяся меньшей окружности, и разность радіусовъ окружностей $=7$ дюйм. Вычислить радіусы концентрическихъ окружностей.

1159. Опредѣлить, будетъ ли данный треугольникъ ABC тупоугольный или остроугольный, если даны длины всѣхъ трехъ сторонъ его: 1) $a=0{,}75$; $b=0{,}026$; $c=0{,}784$. 2) $a=1{,}25$; $b=1{,}04$; $c=1{,}82$. 3) $a=42{,}9$; $b=72{,}8$; $c=84{,}5$. 4) $a=2{,}04$; $b=2{,}12$; $c=2{,}51$.

1160. Въ $\triangle ABC$ $a=24{,}3$ и $b=20{,}8$ или $a=0{,}461$ и $b=0{,}257$, и вообще $a>b$; найти предѣлы для стороны с: 1) когда $\triangle ABC$ будетъ остроугольнымъ или при $\angle C$, или при $\angle A$; и 2) когда — тупоугольнымъ или при $\angle C$, или при $\angle A$.

1161. Изъ вершины A треугольника ABC опущенъ перпендикуляръ AD, который противолежащую сторону BC дѣлитъ на два отрѣзка BD и DC; доказать, что $\angle A$ будетъ прямой, если $AD^2=BD \cdot DC$; $\angle A$ будетъ тупой, если $AD^2<BD \cdot DC$, и $\angle A$ будетъ острый, если $AD^2>BD \cdot DC$. — Какой будетъ треугольникъ, если

1. $BD=7{,}45$; $DC=15{,}15$; $AD=12{,}19$;
2. $BD=176{,}4$; $DC=230{,}4$; $AD=201{,}6$;
3. $BD=0{,}456$; $DC=0{,}234$; $AD=0{,}288$.

1162. Въ $\triangle ABC$ даны $BC=a$, $AC=b$ и перпендикуляръ AD изъ вершины A на BC. При какомъ условіи $\triangle ABC$ будетъ остроугольнымъ, или прямоугольнымъ, или тупоугольнымъ: 1) при $\angle B$, полагая $b>a$, или 2) при $\angle A$, полагая $b<a$?

1163. По сторонамъ a, b и c треугоульника ABC вычислить длины каждой прямой, соединяющей вершину треугольника со срединою противолежащей стороны.

$$a=13{,}5;\ b=18{,}25 \text{ и } c=28.$$

1164. На сторонѣ $BC=a$ треугольника ABC дана точка P, которой разстояніе $BP=k$; зная k, по даннымъ сторонамъ a, b и c вычислить длину AP.

1) $a=213$; $b=178$; $c=151$ и $k=150$;
2) $a=64{,}5$; $b=53{,}7$; $c=46{,}5$ и $k=29{,}2$.

1165. Вычислить стороны b и c въ $\triangle ABC$, если даны сумма s этихъ сторонъ и отрѣзки p и q стороны a, на которые она разсѣкается перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины противолежащаго угла A; при чемъ отрѣзокъ p прилежитъ къ сторонѣ c, а q — къ сторонѣ b.

1166. Вычислить стороны b и c въ $\triangle ABC$, если извѣстны разность d этихъ сторонъ и отрѣзки p и q третьей стороны

a, на которые она разсѣкается высотою, опущенною изъ вершины противолежащаго угла A; при чемъ p прилежитъ къ c, а q — къ b.

1167. Вычислить стороны b и c въ $\triangle$ ABC, если извѣстны ихъ отношеніе m : n и отрѣзки p и q третьей стороны a, отсѣкаемые высотою, опущенною на эту сторону, при чемъ p прилежитъ къ c, а q — къ b.

1168. Въ $\triangle$ ABC стороны $a = 15$; $b = 13$; $c = 14$. Вычислить высоты и отрѣзки, отсѣкаемые этими высотами на сторонахъ.

1169. Въ $\triangle$ ABC равнодѣлящая $\angle$A дѣлитъ противолежащую сторону въ отношеніи $m : n$; опредѣлить другія двѣ стороны, когда извѣстна сумма s этихъ двухъ сторонъ.

1170. Въ $\triangle$ ABC равнодѣлящая $\angle$A дѣлитъ противолежащую сторону въ отношеніи $m : n$; опредѣлить другія двѣ стороны, когда извѣстна разность d этихъ двухъ сторонъ.

1171. По сторонамъ a, b и c треуг. ABC опредѣлить отрѣзки, на которые разсѣкается каждая изъ сторонъ равнодѣлящею противолежащаго угла.

1172. По сторонамъ a, b и c треуг. ABC вычислить отрѣзки, образованные на продолженіяхъ сторонъ равнодѣлящими внѣшнихъ угловъ при противолежащихъ вершинахъ.

1173. Въ $\triangle$ ABC по сторонамъ a, b и c вычислить длину равнодѣлящей каждаго угла отъ вершины до пересѣченія съ противоположной стороной.

1174. Въ $\triangle$ ABC по сторонамъ a, b и c вычислить длину равнодѣлящей каждаго внѣшняго угла треугольника отъ вершины до пересѣченія съ продолженіемъ противолежащей стороны.

1175. Въ параллелограммѣ даны діагонали d и d' и одна сторона a; вычислить другую сторону.

1176. Въ параллелограммѣ даны непараллельныя стороны a и b и одна діагональ d; вычислить другую діагональ.

1177. По сторонамъ a, b, c и d трапеціи ABCD вычислить длины продолженій непараллельныхъ сторонъ трапеціи до ихъ взаимнаго пересѣченія.

1178. Въ трапеціи ABCD чрезъ точку пересѣченія O діагоналей проведена между непараллельными сторонами прямая EF параллельно параллельнымъ сторонамъ. По даннымъ сторонамъ a, b, c и d трапеціи ABCD вычислить: 1) длину EF;

2) отношеніе, въ какомъ EF дѣлитъ каждую изъ непараллельныхъ сторонъ.

1179. Въ трапеціи ABCD по сторонамъ a, b, c и d, изъ коихъ $b \parallel d$ и $b > d$; вычислить діагонали e и f.

1180. Въ трапеціи ABCD по параллельнымъ сторонамъ b и d и діагоналямъ e и f вычислить непараллельныя стороны a и c.

1181. Въ трапеціи ABCD по непараллельнымъ сторонамъ a и c и діагоналямъ e и f вычислить параллельныя стороны b и d.

1182. Даны въ трапеціи параллельныя стороны b и d и прямыя m и n, соединяющія средину стороны b съ концами стороны d. Найти непараллельныя стороны a и c.

На доказ. 1183. Если изъ вершины треуг. опустить перпендикуляръ на основаніе, то разность квадратовъ отрѣзковъ основанія равна разности квадратовъ двухъ другихъ сторонъ треугольника.

1184. Если въ треуг. одна сторона есть средняя пропорціональная между своей проекціей на другую сторону и этой другой стороной, то уголъ, лежащій противъ послѣдней, — прямой.

1185. Если въ треуг. высота есть средняя пропорціональная между отрѣзками основанія, то уголъ при вершинѣ — прямой.

1186. Въ прямоугольномъ треуг. отношеніе квадратовъ катетовъ равно отношенію ихъ проекцій на гипотенузу.

1187. Если въ треуг. отношеніе квадратовъ двухъ сторонъ равно отношенію ихъ проекцій на третью сторону, то уголъ, лежащій противъ третьей стороны, — прямой.

1188. Во всякомъ прямоугольномъ треуг. катетъ есть средняя геометрическая пропорціональная между суммою и разностью гипотенузы и другого катета.

1189. Квадратъ прямой, соединяющей средину катета съ вершиною противолежащаго угла, сложенный съ утроеннымъ квадратомъ половины этого катета, равняется квадрату гипотенузы.

1190. Если изъ средины катета прямоугольнаго треуг. опустимъ перпендикуляръ на гипотенузу, то разность квадратовъ отрѣзковъ гипотенузы, отсѣкаемыхъ этимъ перпендикуляромъ, равна квадрату другого катета.

1191. Если изъ концовъ гипотенузы прямоугольнаго треуг. возставимъ къ ней перпендикуляры до пересѣченія съ продолженіями катетовъ, то 1) квадратъ гипотенузы будетъ равенъ суммѣ произведеній катетовъ на ихъ продолженія; 2) произведеніе катетовъ равно произведенію ихъ продолженій.

1192. Если изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треуг., въ которомъ одинъ изъ катетовъ есть средняя пропорціональная между двумя другими сторонами, опустимъ перпендикуляръ на гипотенузу, то 1) меньшій изъ катетовъ равенъ не прилежащему къ нему отрѣзку гипотенузы, и 2) большій отрѣзокъ есть средняя пропорціональная между гипотенузою и меньшимъ отрѣзкомъ.

1193. Разность квадратовъ двухъ сторонъ треуг. равняется удвоенному произведенію третьей стороны на разстояніе отъ средины послѣдней до основанія перпендикуляра, опущеннаго на нее изъ вершины противоположнаго угла.

1194. Во всякомъ остроугольномъ треуг. отношеніе суммы двухъ сторонъ къ третьей равно отношенію разности отрѣзковъ, образуемыхъ перпендикуляромъ изъ вершины на третью сторону, къ разности двухъ первыхъ сторонъ. Какъ измѣнится предложеніе въ случаѣ, если одинъ изъ угловъ при третьей сторонѣ — тупой?

1195. Квадратъ діагонали равнобочной трапеціи равняется квадрату непараллельной стороны ея, сложенному съ произведеніемъ параллельныхъ сторонъ.

1196. Во всякомъ четыреугольникѣ сумма квадратовъ четырехъ сторонъ равна квадрату одной діагонали, сложенному съ удвоенной суммою квадратовъ прямыхъ, соединяющихъ средину этой діагонали съ вершинами не прилежащихъ къ ней угловъ четыреугольника.

1197. Сумма квадратовъ діогоналей всякой трапеціи равна суммѣ квадратовъ непараллельныхъ сторонъ ея, сложенной съ удвоеннымъ произведеніемъ параллельныхъ сторонъ.

1198. Во всякомъ четыреугольникѣ сумма квадратовъ четырехъ сторонъ равна суммѣ квадратовъ діагоналей, сложенной съ учетвереннымъ квадратомъ прямой, соединяющей средины діагоналей.

1199. Геометрическое мѣсто точекъ, сумма квадратовъ разстояній которыхъ отъ двухъ данныхъ точекъ равна квадрату разстоянія между данными точками, есть окружность.

1200. Геометрическое мѣсто точекъ, сумма квадратовъ разстояній которыхъ отъ двухъ данныхъ точекъ B и C равна квадрату длины l данной прямой, есть окружность, имѣющая центромъ средину D прямой BC и радіусомъ $\sqrt{\frac{l^2}{2} - BD^2}$.

NB. Рѣшеніе основано на извѣстномъ выраженіи суммы квадратовъ двухъ сторонъ треуг.

1201. Геометрическое мѣсто точекъ, разность квадратовъ разстояній которыхъ отъ двухъ данныхъ точекъ B и C равна квадрату разстоянія между данными точками, есть перпендикуляръ, возставленный къ BC изъ конца ея.

1202. Геометрическое мѣсто точекъ, разность квадратовъ разстояній которыхъ отъ двухъ данныхъ точекъ B и C равна квадрату длины l данной прямой, есть перпендикуляръ къ прямой BC, возставленный изъ точки E, разстояніе которой отъ средины D прямой BC равно $\frac{l^2}{2BC}$. (Зад. 1193).

На постр. 1203. Построить двѣ прямыя, которыхъ квадраты относятся какъ m : n. (Зад. 1186).

1204. Построить двѣ прямыя, которыя относились бы, какъ квадраты двухъ данныхъ прямыхъ. (Зад. 1186).

1205. Прямую AB раздѣлить на такія двѣ части, чтобы квадраты ихъ относились какъ m : n. (Зад. 1186).

1206. По данной суммѣ и средней пропорціональной двухъ прямыхъ построить прямыя.

Указ. На основаніи задачи 1188 вопросъ приводится къ построенію прямоуг. треугольника по даннымъ катету и удвоенной гипотенузѣ.

1207. По данной разности и средней пропорціональной двухъ прямыхъ построить прямыя.

Указ. На основаніи зад. 1188 вопросъ сводится къ построенію прямоуг. треуг. по катету и двойному другому катету.

1208. Прямую AB продолжить такъ, чтобы прямая MN была средней пропорціональной между продолженіемъ BC прямой AB и образовавшейся прямой AC. (Зад. 1188).

1209. На окружности даны двѣ точки A и B; требуется найти на той же окружности точку, разстоянія которой отъ двухъ данныхъ точекъ находились бы въ данномъ отношеніи m : n.

Рѣш. Соединить точки A и B хордою; провести прямую чрезъ средину дуги AB и чрезъ точку C, въ которой прямая AB дѣлится въ отношеніи m : n. Точка пересѣченія этой прямой съ окружностью будетъ искомая.

1210. Построить прямоугольный треуг. по данной гипотенузѣ и данному отношенію между катетами.

1211. Построить треуг. по данной сторонѣ, противолежащему ей углу и отношенію двухъ другихъ сторонъ.

1212. Построить треуг. по данной сторонѣ, противолежащему ей углу и отношенію отрѣзковъ, образуемыхъ на данной сторонѣ равнодѣлящею даннаго угла.

Въ слѣдующихъ восьми задачахъ требуется построить прямыя, выраженныя формулами, въ которыхъ a, b и c означаютъ длины данныхъ прямыхъ, а x — длину искомой прямой.

1213. $x=\sqrt{a^2+b^2}$. **1214.** $x=\sqrt{a^2-b^2}$, гдѣ $a>b$.

1215. $x=a+\sqrt{bc}$. **1216.** $x=a-\sqrt{bc}$, гдѣ $a>\sqrt{bc}$.

1217. $x=\frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^2}{4}+b^2}$. **1218.** $x=-\frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^2}{4}+b^2}$.

1219. $x=\frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2}$, гдѣ $a>2b$.

1220. $x=\frac{a}{2}-\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2}$, гдѣ $a>2b$.

Вписанные и описанные многоугольники.

На вычисл. 1221. Радіусъ окружности равенъ 6 фут. 2 дюйм. 5 линіямъ. Вычислить периметръ квадрата, описаннаго около этой окружности.

1222. Периметръ квадрата, описаннаго около окружности, = 3 метр. 7 децим. и 8 сант. Опредѣлить радіусъ окружности.

1223. Діаметръ окружности = 12 вершк. Опредѣлить периметръ правильнаго вписаннаго шестиугольника.

1224. Периметръ правильнаго вписаннаго шестиугольника $= 4,2$ метра. Вычислить радіусъ окружности.

1225. Въ окружность вписанъ прямоугольникъ, сторона котораго $= 17$ миллим., и уголъ его діагонали съ этой стороною $= 60^0$. Сколько вершковъ имѣетъ радіусъ? (Зад. 383).

1226. Опредѣлить углы вписанной въ окружность трапеціи, если діагональ ея стягиваетъ дугу въ $118^0 15' 30''$.

1227. Около окружности, радіусъ которой равенъ 3,4(9), описанъ правильный многоугольникъ, $\frac{5}{9}$ внѣшняго угла котораго равны $33^0 20'$. Опредѣлить периметръ вписаннаго правильнаго многоугольника, одноименнаго съ даннымъ описаннымъ. (Зад. 383).

1228. Уголъ, образуемый радіусомъ, проведеннымъ чрезъ вершину правильнаго вписаннаго многоугольника съ его стороною, $= 79^0 24' 42 \frac{6''}{17}$. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ?

На доказ. 1229. Всякій вписанный уголъ въ одинъ изъ двухъ отрѣзковъ, на которые окружность дѣлится хордою, дополняетъ до двухъ прямыхъ уголъ, вписанный въ другой отрѣзокъ.

1230. Всякій уголъ треугольника, вписаннаго въ окружность, болѣе или менѣе прямого угла на уголъ, образуемый противолежащею стороною съ діаметромъ, проведеннымъ чрезъ вершину одного изъ остальныхъ угловъ треугольника.

1231. Равнодѣлящія внѣшнихъ угловъ треугольника, пересѣкаясь взаимно, образуютъ новый треугольникъ, вершины котораго суть центры окружностей, касательныхъ извнѣ къ сторонамъ треугольника и ихъ продолженіямъ.

1232. Во всякомъ вписанномъ треугольникѣ перпендикуляръ, возставленный изъ средины стороны, пересѣкаетъ равнодѣлящую какъ противоположнаго угла, такъ и его внѣшняго, въ точкахъ, лежащихъ въ окружности.

1233. Діаметръ окружности, вписанной въ прямоугольномъ треугольникѣ, равняется избытку суммы катетовъ надъ гипотенузою.

1234. Если чрезъ вершины вписаннаго въ окружность прямоугольника проведемъ касательныя къ окружности, то онѣ образуютъ ромбъ.

1235. Если чрезъ вершины вписанной въ окружность трапеціи проведемъ касательныя къ этой окружности, то эти касательныя образуютъ описанный четыреугольникъ, у котораго стороны, проходящія чрезъ концы каждой изъ параллельныхъ сторонъ, равны.

1236. Если чрезъ вершины вписаннаго въ окружность четыреугольника, въ которомъ два противоположные угла суть прямые, проведемъ касательныя, то описанный четыреугольникъ есть трапеція.— Когда описанная трапеція будетъ равнобедренная?

1237. Если діагонали вписаннаго въ окружность четыреугольника пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, то прямая, соединяющая средины діагоналей, равна прямой, соединяющей точку пересѣченія діагоналей съ центромъ.

1238. Во всякомъ вписанномъ въ окружность многоугольникѣ съ четнымъ числомъ сторонъ сумма угловъ на мѣстахъ нечетныхъ равна суммѣ угловъ на мѣстахъ четныхъ.

1239. Данъ треугольникъ. Построить окружности: описанную, вписанную и внѣвписанную даннаго треугольника.

1240. Около даннаго треугольника описать и вписать въ него окружность. При какихъ условіяхъ возможна задача?

1241. Дана окружность. Построить вписанный квадратъ и описанный правильный восьмиугольникъ.

1242. Дана окружность. Построить правильный вписанный шестиугольникъ и правильный описанный 12-угольникъ.

1243. Дана окружность. Построить правильные вписанный и описанный треугольники.

1244. Построить равносторонній треугольникъ по данному радіусу вписанной или описанной окружности.

1245. Построить прямоугольный треугольникъ по данному острому углу и радіусу описанной окружности.

1246. Построить прямоугольный треугольникъ по данной гипотенузѣ и радіусу вписанной окружности.

Указаніе. Уголъ, подъ которымъ видна гипотенуза изъ центра вписанной окружности, $= d + \frac{d}{2} = \frac{3}{2}d$.

Въ слѣдующихъ пятнадцати задачахъ, отъ 1247 до 1261, углы треугольника названы буквами A, B и C; стороны, противолежащія этимъ угламъ, соотвѣтственно — буквами a,

$\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{c}$; перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ угловъ A, B и C на противолежащія стороны a, $\mathfrak{b}$ и $\mathfrak{c}$, соотвѣтственно — буквами h_a, h_b и h_c; прямыя, соединяющія вершины угловъ со срединами противолежащихъ сторонъ, соотвѣтственно — чрезъ l_a, l_b, l_c. Построить треуг., если даны:

1247. a, $\mathfrak{b}$ и радіусъ описанной окружности.

1248. a, B и радіусъ описанной окружности.

1249. a, h_a и радіусъ описанной окружности.

1250. a, l_a и радіусъ описанной окружности.

1251. a, h_b и радіусъ описанной окружности.

1252. A, h_b и радіусъ описанной окружности.

1253. A, B и радіусъ описанной окружности.

1254. A, B и радіусъ вписанной окружности.

1255. a, A и радіусъ вписанной окружности.

Указаніе. Уголъ, подъ которымъ видна сторона a изъ центра вписанной окружности, $= d + \frac{A}{2}$.

1256. A, равнодѣлящая этого угла и радіусъ вписанной окружности.

1257. a, B и радіусъ вписанной окружности.

1258. a, h_b и радіусъ вписанной окружности.

1259. A, h_b и радіусъ вписанной окружности.

1260. h_a, равнодѣлящая угла A и радіусъ вписанной окружности.

1261. Построить четыреугольникъ по даннымъ тремъ сторонамъ и радіусу описанной окружности.

1262. Построить четыреугольникъ по двумъ прилежащимъ сторонамъ, углу, прилежащему къ одной изъ нихъ, и радіусу описанной окружности.

1263. Построить четыреугольникъ по данной сторонѣ, прилежащимъ къ ней угламъ и радіусу описанной окружности.

1264. Построить четыреугольникъ по двумъ прилежащимъ сторонамъ, углу между ними и радіусу вписанной окружности.

Правильные вписанные и описанные многоугольники.

На вычисл. Означая сторону правильнаго описаннаго около окружности n-угольника черезъ A_n и вписаннаго — a_n, радіусъ окружности черезъ r, рѣшить слѣдующія задачи:

1265. Вычислить r по a_3.
1266. Вычислить r по a_4.
1267. Вычислить r по a_{10}.
1268. Зная a_6, вычислить a_{12} и a_{24}.
1269. Зная a_4, вычислить a_8 и a_{16}.
1270. Зная a_{10}, вычислить a_{20}.

Зная r, вычислить:

1271. A_3. **1272.** A_4. **1273.** A_6. **1274.** A_{10}.

Вычислить r, зная:

1275. A_3. **1276.** A_4. **1277.** A_6. **1278.** A_{10}.
1279. Зная a_{2n} и r, вычислить a_n.
1280. Зная r, вычислить a_5.
1281. Зная r, вычислить A_5.
1282. Зная a_n и a_{2n}, вычислить r.

Въ слѣд. 4-хъ задачахъ, принимая $r = 1/2$, посредствомъ пятизначныхъ логариѳмовъ вычислить периметры правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ

1283. двѣнадцатиугольника.
1284. двадцатичетыреугольника.
1285. восьмиугольника.
1286. шестнадцатиугольника.

1287. Вычислить сторону правильнаго двадцатиугольника, вписаннаго въ окружность, радіусъ которой равенъ

$$\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}.$$

1288. Радіусъ окружности, вписанной въ правильный десятиугольникъ, равенъ 8 дюймамъ. Чему равна сторона десятиугольника?

1289. Въ кругъ вписанъ правильный пятиугольникъ. Вычислить разстояніе центра отъ стороны этого пятиугольника, которая равна 9,404.

1290. Вычислить діагональ правильнаго пятиугольника, вписаннаго въ окружность, которой радіусъ $=4$.

На доказ. 1291. Если на діаметрѣ окружности, какъ на основаніи, построить равнобедренный треугольникъ, боковая сторона котораго равна сторонѣ правильнаго вписаннаго въ окружность треуг., то высота равнобедреннаго треуг. будетъ равна сторонѣ вписаннаго въ окружность квадрата.

1292. Сумма квадратовъ сторонъ правильныхъ вписанныхъ въ окружность треугольника, квадрата и десятиугольника на квадратъ діаметра болѣе квадрата стороны правильнаго вписаннаго въ ту же окружность пятиугольника.

1293. Если на сторонѣ правильнаго вписаннаго въ окружность треугольника построимъ внутри его равнобедренный треуг., сторона котораго равна сторонѣ вписаннаго квадрата, то радіусъ, проходящій чрезъ вершину построеннаго треуг., раздѣлится въ этой вершинѣ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

1294. Квадратъ стороны правильнаго вписаннаго въ окружность пятиугольника равняется суммѣ квадратовъ радіуса и стороны правильнаго вписаннаго десятиугольника.

1295. Апоѳема правильнаго вписаннаго въ окружность пятиугольника равняется полусуммѣ радіуса этой окружности и стороны правильнаго вписаннаго въ нее десятиугольника.

1296. Сумма квадратовъ сторонъ правильныхъ вписанныхъ въ окружность треугольника и квадрата равняется суммѣ квадратовъ стороны и діагонали правильнаго вписаннаго въ ту же окружность пятиугольника.

1297. Сумма квадратовъ діагонали и стороны правильнаго вписаннаго въ окружность пятиугольника равняется упятеренному квадрату радіуса окружности.

1298. Сумма квадратовъ діагонали правильнаго вписаннаго пятиугольника и стороны правильнаго вписаннаго въ ту же окружность десятиугольника равняется квадрату діаметра окружности.

1299. Если въ правильномъ пятиугольникѣ проведемъ двѣ пересѣкающіяся діагонали, то каждая изъ нихъ раздѣлится въ точкѣ пересѣченія въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, и большій отрѣзокъ будетъ равенъ сторонѣ пятиугольника.

Указ. Должно опредѣлить углы, образуемые діагоналями со сторонами пятиугольника и между собою.

1300. Если въ правильномъ пятиугольникѣ провести всѣ діагонали, то внутри его составится тоже правильный пятиугольникъ, сторона котораго равна меньшей части стороны даннаго, дѣленной внутренне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

1301. Если продолжить всѣ стороны правильнаго пятиугольника, то онѣ, пересѣкаясь, опредѣлятъ вершины тоже правильнаго пятиугольника, сторона котораго равна большей части стороны даннаго, дѣленной внѣшне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

1302. Учетверенная разность квадратовъ радіусовъ окружностей, описанной около правильнаго n-угольника и вписанной въ него, равняется квадрату стороны его.

1303. Если въ окружность вписанъ и около нея описанъ правильный n-угольникъ, то радіусъ окружности есть среднее геометрическое пропорціональное между апоѳемою вписаннаго многоугольника и разстояніемъ отъ центра до вершины описаннаго многоугольника.

1304. Отношеніе стороны правильнаго вписаннаго въ данную окружность n-угольника къ сторонѣ вписаннаго $2n$-угольника равно отношенію діаметра окружности, вписанной въ $2n$-угольникъ, къ радіусу данной окружности.

1305. Отношеніе стороны описаннаго около окружности правильнаго n-угольника къ сторонѣ описаннаго правильнаго $2n$-угольника равно отношенію суммы радіуса и разстоянія вершины описаннаго n-угольника отъ центра къ радіусу окружности.

1306. Отношеніе периметра правильнаго вписаннаго въ окружность n-угольника къ периметру вписаннаго правильнаго $2n$-угольника равно отношенію апоѳемы $2n$-угольника къ радіусу окружности.

1307. Отношеніе периметра описаннаго правильнаго n-угольника къ периметру описаннаго правильнаго $2n$-угольника равно отношенію суммы радіуса и разстоянія отъ вершины n-угольника до центра къ діаметру окружности.

1308. Сторона правильнаго вписаннаго въ окружность $2n$-угольника есть средняя геометрическая пропорціональная между діаметромъ и разностью радіуса и апоѳемы n-угольника, вписаннаго въ ту же окружность.

1309. Двойная апоѳема правильнаго вписаннаго въ окружность $2n$-угольника есть средняя геометрическая пропорціональная между діаметромъ и суммою радіуса и апоѳемы n-угольника, вписаннаго въ ту же окружность.

1310. Периметръ правильнаго вписаннаго въ окружность шестиугольника есть средній геометрическій пропорціональный между периметромъ правильнаго описаннаго шестиугольника и периметромъ вписаннаго въ ту же окружность равносторонняго треугольника.

1311. Периметръ правильнаго вписаннаго въ окружность восьмиугольника есть средній геометрическій пропорціональный между периметромъ правильнаго описаннаго восьмиугольника и периметромъ вписаннаго въ ту же окружность квадрата.

1312. Периметръ всякаго правильнаго вписаннаго многоугольника съ четнымъ числомъ сторонъ есть средній геометрическій пропорціональный между периметромъ одноименнаго правильнаго описаннаго многоугольника и периметромъ правильнаго вписаннаго многоугольника съ числомъ сторонъ вдвое меньшимъ.

Длина окружности и ея частей.

На вычисл. Во всѣхъ задачахъ на вычисленіе этого отдѣла должно полагать $\pi = 3{,}1415$.

1313. Вычислить длину окружности, если ея радіусъ $r = 8$; 25; 75; 1,9; $^7/_{16}$.

1314. Вычислить радіусъ r, если длина окружности $= 500$; 765; 11,775.

1315. Разность между окружностью и діаметромъ равна 12 арш. Найти діаметръ и окружность.

1316. Діаметръ круга вмѣстѣ съ окружностью равны 36 фут. Вычислить длину окружности и длину діаметра.

1317. Экипажное колесо, котораго радіусъ $= 2$ фут., сдѣлало при своемъ движеніи 864 оборота. Сколько верстъ пробѣжало это колесо?

1318. Опредѣлить діаметръ колеса, которое на разстояніи 2,272 версты сдѣлало 500 оборотовъ.

1319. Дуга, соотвѣтствующая центральному углу въ $112°$, на 4 дюйма болѣе радіуса. Вычислить длину окружности.

1320. Вычислить длину окружности, зная, что сторона вписаннаго въ нее квадрата равна 1,8 дюйма.

1321. Вычислить длину окружности, зная, что длина стороны вписаннаго въ нее восьмиугольника равна 13,5 дюйма.

1322. Сколько фут. въ секунду пробѣгаетъ точка окружности машиннаго колеса, котораго радiусъ равенъ 6 фут., если въ минуту колесо дѣлаетъ 40 оборотовъ?

1323. На сколько дюймовъ периметръ правильнаго 12-угольника менѣе описанной около него окружности, которой радiусъ $=9$ дюймамъ?

1324. Опредѣлить длину дуги въ градусахъ, мин. и сек., если она втрое длиннѣе своего радiуса.

1325. Къ окружности радiуса $=3{,}75$ дюйма проведены изъ точки двѣ касательныя подъ угломъ въ 45°. Сколько дюймовъ содержитъ меньшая дуга, заключенная между точками прикосновенiя?

1326. Окружность больше периметра вписаннаго въ нее правильнаго шестиугольника на 1,008 дюйма. Вычислить длину радiуса этой окружности.

1327. Описаны двѣ равной длины дуги, при томъ одна дуга — радiусомъ $=\,^1/_4$ фута, а другая — радiусомъ $=0{,}18$ фута. Сколько градусовъ и минутъ содержитъ вторая дуга, если первая содержитъ $16\,^1/_2{}^{\circ}$?

1328. Вычислить длину дуги σ въ частяхъ радiуса, зная радiусъ r и длину s той же дуги въ градусахъ.

1) $r=150$ и $s=38^{\circ}6'40''$; 2) $r=7$ и $s=97^{\circ}13'15''$.

1329. Вычислить дугу s въ градусахъ, если извѣстна длина σ ея въ доляхъ радiуса и радiусъ r. 1) $r=125$ и $\sigma=50$; 2) $r=16$ и $\sigma=12{,}566$; 3) $r=10{,}25$ и $\sigma=3{,}75$; 4) $r=5$ и $\sigma=7$.

1330. Сумма длинъ двухъ окружностей, которыхъ радiусы относятся между собою, какъ $7:4$, равна длинѣ окружности, содержащей 55,264 дюйма. Сколько дюймовъ содержатъ радiусы данныхъ двухъ окружностей?

1331. Изъ точки внѣ окружности проведена касательная $=14{,}4$ и сѣкущая, проходящая чрезъ центръ, внѣшняя часть которой равна 2,4. Вычислить длину окружности.

На доказ. 1332. Если дiаметръ данной окружности раздѣлить на двѣ произвольныя части и на каждой изъ этихъ частей, какъ на діаметрѣ, описать окружность, то сумма двухъ описанныхъ окружностей будетъ равна длинѣ данной окружности.

1333. Если діаметръ данной окружности раздѣлить на нѣсколько равныхъ частей и на каждой изъ этихъ частей, какъ на діаметрѣ, описать полуокружность, то сумма этихъ полуокружностей будетъ равна половинѣ длины данной окружности.

1334. Если на радіусѣ данной окружности, какъ на діаметрѣ, построимъ новую окружность, на радіусѣ послѣдней, какъ на діаметрѣ, опять построимъ окружность и т. д. безъ конца, то предѣлъ суммы всѣхъ построенныхъ окружностей есть длина данной окружности.

1335. Въ квадратъ вписана окружность, въ которую вписанъ квадратъ; въ послѣдній вписана окружность, въ которую опять вписанъ квадратъ и т. д. безъ конца.

Доказать, что предѣлъ суммы указанныхъ окружностей равенъ суммѣ окружностей: описанной около даннаго квадрата и окружности, радіусъ который равенъ сторонѣ квадрата.

1336. Окружность, построенная, какъ на діаметрѣ, на катетѣ прямоугольнаго треугольника, есть средняя пропорціональная между окружностями, построенными, какъ на діаметрахъ, на суммѣ и разности гипотенузы и другого катета.

1337. Отношеніе двухъ какихъ-нибудь дугъ двухъ неравныхъ окружностей равно произведенію отношенія соотвѣтствующихъ этимъ дугамъ угловъ на отношеніе радіусовъ окружностей.

Площади прямолинейныхъ фигуръ.

На вычисл. Въ слѣдующихъ 37 задачахъ, отъ 1338 до 1375, въ прямоугольномъ треугольникѣ a означаетъ гипотенузу; b и c — катеты; h — высоту изъ вершины прямого угла на гипотенузу; p и q — отрѣзки, на которые дѣлится гипотенуза высотою и прилежащіе соотвѣтственно къ катетамъ b и c. Вычислить площадь прямоугольнаго треугольника, когда даны:

1338. 1) $b=24$ и $c=45$; 2) $b=3{,}6$ и $c=4{,}8$; 3) $b=2{,}977$ и $c=19{,}236$.

1339. 1) $a=32{,}5$ и $b=15{,}6$; 2) $a=48$ и $h=20$.
1340. $a=7{,}09$ и $b=6{,}45$.
1341. 1) $b=5$ и $h=3$; 2) $b=126{,}3$ и $h=84{,}5$.
1342. $c=12{,}14$ и $p=8{,}13$.
1343. 1) $p=21$ и $q=336$; 2) $p=46{,}08$ и $q=35{,}28$.
1344. 1) $p=4{,}8$ и $h=6{,}4$; 2) $p=1176$ и $h=4032$.
1345. $b=24$ и $p=14$.
1346. $\frac{p}{q}={}^4/_9$ и $h=10{,}8$.
1347. $\frac{p}{q}={}^9/_4$ и $a=26$.
1348. $\frac{p}{q}={}^9/_{16}$ и $b=12{,}8$.
1349. 1) $a=15$ и $b+c=20$; 2) $a=36{,}5$ и $b+c=51{,}1$.
1350. $a=40$ и $b-c=10$.
1351. $h=9$ и $b+c=40$.
1352. $h=24$ и $b-c=10$.
1353. $h=20$ и $a+b+c=100$.
1354. $h=6{,}72$ и $b+c-a=6$.
1355. $a+b=9{,}6$ и $a+c=7{,}5$.
1356. $h=1{,}392$ и $p-q=0{,}812$.
1357. $a+b=147$ и $a-c=54$.
1358. $a-b=125$ и $a-c=490$.
1359. $a+b=9{,}8$ и $b+c=6{,}2$.
1360. $a+b=121$ и $b-c=49$.
1361. $a+c=10{,}4$ и $b-c=1{,}3$.
1362. $a-b=2$ и $b+c=119$.
1363. $a-b=1$ и $b-c=97$.
1364. $a-c=4{,}8$ и $b-c=4{,}2$.

1365. Площадь прямоугольнаго треугольника $F=68{,}04$ и $a=22{,}5$. Вычислить катеты.

1366. Площадь прямоугольнаго треугольника $F=4500$ и сумма катетовъ $b+c=245$. Вычислить стороны этого треуг.

1367. Площадь прямоуг. треуг. $F=25410$; разность катетовъ $b-c=253$. Вычислить стороны этого треуг.

1368. Площадь прямоуг. треуг. $F=3360$ и периметръ $2p=336$. Вычислить стороны этого треуг.

1369. Площадь прямоуг. треуг. $F=294$ и разность между суммою катетовъ и гипотенузою $b+c-a=14$. Вычислить стороны этого треуг.

1370. Площадь прямоуг. треуг. $F=2{,}16$ и катетъ $b=1{,}8$. Вычислить другія стороны этого треуг.

1371. По данной суммѣ s діагонали и стороны квадрата вычислить площадь его. $s=10$.

1372. По данной разности d діагонали и стороны квадрата вычислить площадь его. $d=10$.

1373. Вычислить площадь квадрата, периметръ котораго на 48 фут. болѣе діагонали.

1374. Площадь равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника$=17{,}64$ кв. фут. Вычислить гипотенузу.

Въ слѣдующихъ 16-ти задачахъ, отъ 1375 до 1391, въ равнобедренномъ треугольникѣ a означаетъ основаніе, b—боковую сторону; h_a и h_b—высоты на стороны a и b, опущенныя изъ вершинъ противолежащихъ угловъ A и B. Вычислить площадь равнобедреннаго треугольника, когда даны:

1375. $a=0{,}234$ и $h_a=0{,}123$.

1376. $b=50$ и $h_b=14$.

1377. 1) $a=80$ и $b=41$; 2) $a=87{,}16$ и $b=104{,}15$.

1378. $b=44{,}37$ и $h_a=30{,}6$.

1379. $a=48{,}17$ и $h_b=32{,}44$.

1380. $h_a=1{,}06$ и $h_b=2{,}03$.

1381. $h_a=6$ и периметръ$=180$.

1382. $b=25$ и $a+h_a=55$.

1383. $b=5$; $a-h_a=2$.

1384. $h_a=160$ и $a+b=2392$.

1385. $h_a=2{,}1$ и $b-a=1{,}1$.

1386. $a+h_a=22$ и $b+h_a=16$.

1387. $a+h_a=40$ и $b-h_a=4$.

1388. $a-h_a=2{,}5$ и $b+h_a=4$.

1389. $a-h_a=4$ и $b-h_a=2$.

1390. $b=10$ и $h_a=6$.

1391. Площадь равнобедреннаго $\triangle$ равна 1848, а основаніе его $a=66$. Вычислить боковую сторону и высоты.

1392. Площадь равнобедреннаго $\triangle$ равна $762\frac{2}{9}$, высота $h_a=21\frac{7}{9}$ на основаніе a. Вычислить стороны a и b и высоту h_b.

1393. По данной площади f равнобедреннаго треугольника и суммѣ основанія и высоты на это основаніе $a+h_a$ вычислить всѣ стороны этого треуг.

$$f=66000 \text{ и } a+h_a=820.$$

1394. По данной площади f равнобедреннаго треугольника и разности $a-h_a$ между основаніемъ a и высотою h_a на это основаніе вычислить всѣ стороны этого треуг.

1) $f=48$ и $a-h_a=4$. 2) $f=420$ и $a-h_a=-11$.

1395. Площадь равнобедреннаго треугольника $=s$ и боковая сторона $=b$. Вычислить основаніе треугольника.

1396. Вычислить площадь треугольника, если извѣстны всѣ три стороны его:

1) $a=585$; $b=488$ и $c=137$.
2) $a=196{,}23$; $b=127{,}45$ и $c=116{,}28$.
3) $a=0{,}45$; $b=0{,}36$ и $c=0{,}52$.
4) $a=36{,}09$; $b=19{,}46$ и $c=23{,}59$.

1397. Вычислить сторону квадрата, имѣющаго площадь въ n разъ большую площади квадрата, у котораго сторона $=a$.

1) $a=6{,}05$ и $n=4$.
2) $a=0{,}45$ и $n=3$.
3) $a=18$ и $n=\frac{1}{5}$.

1398. По данной сторонѣ a равносторонняго треугольника вычислить его площадь s, и обратно.

1399. По данной высотѣ h равносторонняго треугольника вычислить его площадь s, и обратно.

1400. По данной суммѣ s стороны a и высоты h равносторонняго треугольника вычислить его площадь.

1401. По данной разности d между стороною a и высотою h равносторонняго треугольника вычислить его площадь.

1402. Вычислить площадь равносторонняго треугольника, въ которомъ радіусъ вписанной окружности $=5$ дюймамъ.

1403. Вычислить площадь s квадрата по діагонали его l. Обратно: вычислить по данной площади s квадрата діагональ его l.

1404. Вычислить площадь квадрата, равномѣрнаго суммѣ трехъ квадратовъ, имѣющихъ стороны: 2,1 фута, 0,9 фута и 1,6 фута.

1405. Сумма площадей двухъ квадратовъ $=900$ кв. саж., а разность этихъ площадей $=252$ кв. саж. Вычислить стороны.

1406. Вычислить площадь квадрата по суммѣ s діагонали и стороны. $s=1+\sqrt{2}$.

1407. Вычислить площадь квадрата по разности d діагонали и стороны. $d=2(\sqrt{2}-1)$.

1408. Основаніе прямоугольника, содержащаго 46,44 кв. саж., на 3,2 саж. больше высоты. Вычислить основаніе и высоту.

1409. Вычислить стороны прямоугольника, площадь котораго $=2883$ кв. саж., а діагональ $=77\frac{1}{2}$ саж.

1410. Діагонали ромба равны 8,52 и 6,38 фута. Вычислить площадь.

1411. Площадь ромба $=473,68$ кв. фута, а высота его $=$ $=12,4$ фута. Вычислить сторону.

1412. Вычислить площадь ромба, сторона котораго $a=$ $=3,4$ фута и прилежащій къ ней уголъ $=45^0$.

1413. Вычислить площадь ромба, сторона котораго $a=$ $=3,4$ фута и прилежащій къ ней уголъ $=60^0$.

1414. Стороны параллелограмма 650 и 596 саж., а меньшая діагональ $=126$ саж. Вычислить площадь.

1415. По сторонамъ a и b и одной діагонали c параллелограмма вычислить его площадь.

1416. Стороны параллелограмма суть $6\sqrt{2}$ фут. и 17 фут. и одинъ уголъ $=45^0$. Вычислить площадь.

1417. Стороны параллелограмма ABCD раздѣлены въ одномъ направленіи въ отношеніи $\mathfrak{m}:\mathfrak{n}$, и черезъ точки дѣленія проведены прямыя, параллельныя сторонамъ. Вычислить отношеніе площади каждой изъ частей параллелограмма къ площади цѣлаго параллелограмма, полагая $\mathfrak{m}<\mathfrak{n}$.

1418. Вычислить площадь трапеціи, высота которой $=$ 5 дюйм., а параллельныя стороны 4 и $2\frac{1}{4}$ дюйм.

1419. Даны площадь F, одна изъ параллельныхъ сторонъ b и высота h трапеціи. Вычислить другую параллельную сторону d этой трапеціи.

1420. Площадь трапеціи$=188,79$ кв. дюйм.; одна изъ параллельныхъ сторонъ на 7,26 дюйм. болѣе другой и отстоитъ отъ послѣдней на 8,12 дюйм. Вычислить параллельныя стороны трапеціи.

1421. Вычислить площадь правильнаго шестиугольника по сторонѣ его $a=5$ фут. 4 дюйма.

Указ. Сторона правильнаго шестиугольника равна разстоянію его вершины отъ центра.

1422. Въ правильномъ шестиугольникѣ, сторона котораго a, вершины чрезъ одну соединены прямыми. Вычислить площадь полученнаго треугольн. $a=2\sqrt[4]{3}$.

1423. По данной сторонѣ a правильнаго n-угольника и данному разстоянію b его вершины отъ центра вычислить площадь s многоугольника.

1424. По данной площади s и сторонѣ a правильнаго n-угольника вычислить разстояніе вершины его отъ центра.

1425. Данъ правильный многоуг., сторона котораго a и площадь $s=2m^2\sqrt{3}$. Вычислить сторону многоуг., подобнаго данному и равномѣрному параллелограмму, у котораго одна сторона $c=9$, а другая сторона $d=4$, и уголъ между ними равенъ 60°.

1426. Въ треугольникъ ABC на сторонѣ его BC вписанъ прямоугольникъ DEFG. Въ какомъ отношеніи площадь прямоугольника DEFG находится къ площади $\triangle$ ABC, когда сторона FG, параллельная BC, разсѣкаетъ каждую изъ сторонъ AB и AC въ отношеніи $m:n$?—Какъ велика площадь прямоугольника сравнительно съ площадью $\triangle$ ABC, когда $m=n$? Доказать, что въ этомъ случаѣ площадь DEFG есть наибольшая. Какъ измѣнится задача, когда FG пересѣчетъ продолженія сторонъ AB и AC?

На доказ. 1427. Два равнобедренные треуг. равномѣрны, когда имѣютъ по равной боковой сторонѣ, и высота одного равна половинѣ основанія другого.

1428. Периметръ равнобедреннаго треуг. болѣе периметра прямоугольника, имѣющаго одинаковую высоту и площадь съ равнобедр. треугольникомъ.

Указ. Построить данный прямоугольникъ на половинѣ основанія треуг.

1429. Если изъ точки D, взятой на основаніи BC равнобедреннаго $\triangle$ABC, проведены къ сторонамъ AB и AC прямыя DE и DF, которыя съ основаніемъ BC составляютъ равные углы, и точки E и F соединены съ вершинами противолежащихъ угловъ, то $\triangle$BDF равномѣренъ $\triangle$DEC.

1430. Если продолжимъ въ одномъ направленіи стороны равносторонняго треуг. на длину ихъ, то прямыя, соединяющія концы этихъ продолженій, ограничатъ равносторонній треуг., площадь котораго въ 7 разъ болѣе площади даннаго треуг.

1431. Геометрическое мѣсто вершинъ треугольниковъ, равномѣрныхъ данному треуг. и имѣющихъ съ нимъ общее основаніе, есть прямая, проведенная чрезъ вершину даннаго треуг. параллельно основанію.

1432. Во всякомъ треугольникѣ прямоугольники, составленные изъ каждой стороны треугольника и высоты на эту сторону, равномѣрны между собою.

1433. Во всякомъ треуг. параллелограммъ, построенный по двумъ сторонамъ треугольника и углу, заключенному между этими сторонами, равномѣренъ прямоугольнику, построенному изъ третьей стороны треугольника и высоты на эту сторону.

1434. Два треуг., расположенные по разнымъ сторонамъ общаго ихъ основанія, равномѣрны, если прямая, соединяющая ихъ вершины, дѣлится основаніемъ пополамъ.

1435. Если въ двухъ треуг. есть по равному углу или по углу, составляющему вмѣстѣ $2d$, то треугольники относятся какъ прямоугольники, составленные изъ сторонъ, заключающихъ эти углы. Какъ должно произнести сказанное для равныхъ треуг.? Если высоты на третьи стороны равны, то эти стороны относятся какъ прямоугольники, составленные изъ остальныхъ двухъ сторонъ. Составить обратное предложеніе и доказать его.

1436. Два треуг. равномѣрны, если двѣ стороны одного порознь равны двумъ сторонамъ другого, а углы, заключенные между этими сторонами, дополняютъ другъ друга до $2d$.

1437. Если два равномѣрные треуг. имѣютъ одинъ уголъ общій или имѣютъ по одному вертикальному углу, то прямыя, соединяющія концы сторонъ, не прилежащихъ къ общей вершинѣ, параллельны.

1438. Если два треуг. имѣютъ по равному углу и если, послѣ того какъ равные углы совмѣщены или сдѣланы вертикальными другъ другу, прямыя, соединяющія концы сторонъ, не прилежащихъ къ общей вершинѣ, параллельны, то треугольники равномѣрны.

1439. Если между сторонами угла проведемъ какъ-нибудь двѣ параллельныя прямыя и концы ихъ соединимъ прямыми, то получимъ четыре пары равномѣрныхъ треугольниковъ, изъ которыхъ двѣ пары имѣютъ по равной сторонѣ, а двѣ по равному углу.

1440. Если два треуг. имѣютъ общій уголъ или уголъ одного есть вертикальный угла другого треуг., то треугольники равномѣрны, когда прямая, соединяющая общую вершину съ точкою пересѣченія противоположныхъ сторонъ, дѣлитъ пополамъ одну изъ прямыхъ, соединяющихъ двѣ изъ остальныхъ вершинъ обоихъ треугольниковъ.

1441. Изъ точки P внутри $\triangle$ ABC опущены перпендикуляры PD и PE на AB и BC, и основанія этихъ перпендикуляровъ соединены прямою DE. Доказать, что $\frac{\text{пл. } \triangle ABC}{\text{пл. } \triangle DEP} = \frac{AB}{PD} \cdot \frac{BC}{PE}$.

1442. Въ $\triangle$ ABC изъ вершины A проведены прямыя AD и AE, составляющія со сторонами AB и AC равные углы BAD и EAC, до пересѣченія съ BC въ точкахъ D и E.

Доказать, что

1) $BD : EC = AB \,.\, AD : AC \,.\, AE$.
2) $AB^2 : AC^2 = BD \,.\, BE : CD \,.\, CE$.
3) $BD \,.\, DC : BE \,.\, EC = AD^2 : AE^2$.

1443. Площади двухъ треуг. съ общимъ или равными основаніями относятся между собою какъ прямыя, выходящія изъ вершинъ треугольниковъ и составляющія съ основаніемъ равные углы.

1444. Если вершины двухъ треуг., имѣющихъ общее основаніе, соединить между собою прямою и эту прямую продолжить до пересѣченія съ продолженнымъ основаніемъ, то площади данныхъ треуг. будутъ относиться какъ разстоянія вершинъ отъ сказанной точки пересѣченія.

1445. Въ двухъ равномѣрныхъ треуг. (или параллелограммахъ) основанія обратно пропорціональны высотамъ.

1446. Площадь квадрата, описаннаго около окружности, вдвое болѣе площади квадрата, вписаннаго въ ту же окружность.

1447. Площадь треуг. равна полупериметру треугольника, умноженному на радіусъ вписанной окружности.

1448. Площадь треуг. равна произведенію его сторонъ, раздѣленному на учетверенный радіусъ описанной окружности.

1449. Два треуг. подобны, если имѣютъ по равному углу, и площади ихъ относятся, какъ квадраты сторонъ, прилежащихъ къ равнымъ угламъ.

1450. Площадь ромба равна полупроизведенію его діагоналей.

1451. Если въ △ABC соединимъ средины D и E двухъ сторонъ AB и AC прямою и изъ тѣхъ же точекъ D и E проведемъ двѣ параллельныя между собою прямыя DF и EG до пересѣченія съ третьей стороной BC, то полученный параллелограммъ составитъ половину треуг. ABC.

1452. Если изъ точки, взятой на сторонѣ треуг., проведемъ прямыя, параллельныя двумъ другимъ сторонамъ его, то площадь полученнаго параллелограмма будетъ средняя пропорціональная между удвоенными площадями двухъ отсѣченныхъ треугольниковъ.

1453. Если два равномѣрные и равноугольные параллелограмма наложимъ одинъ на другой такъ, чтобы одинъ уголъ одного совпалъ съ равнымъ ему угломъ другого, стороны, которыя не пересѣкаются, продолжимъ до пересѣченія, то общая вершина и двѣ точки пересѣченія обѣихъ паръ, не прилежащихъ этой вершинѣ сторонъ двухъ параллелограммовъ, лежатъ въ прямой линіи.

1454. Если какую-нибудь точку, взятую на одной изъ прямыхъ, соединяющихъ средины противоположныхъ сторонъ параллелограмма, соединить съ вершинами угловъ, то сумма двухъ треугольниковъ, лежащихъ по одну сторону сказанной прямой и имѣющихъ основанія на этой прямой, равна суммѣ двухъ треугольниковъ, лежащихъ по другую сторону той же прямой и имѣющихъ тѣ же основанія.

1455. Если какую-нибудь точку, взятую внутри параллелограмма, соединимъ съ вершинами угловъ, то сумма одной пары противоположныхъ треугольниковъ равна суммѣ другой пары противоположныхъ треуг. Остается ли справедливымъ это предложеніе, если взятая точка находится: 1) на сторонѣ; 2) въ вершинѣ угла; 3) внѣ параллелограмма? Произойдетъ ли въ послѣднемъ случаѣ различіе отъ того, лежитъ ли взятая точка между продолженіями противоположныхъ сторонъ, или продолженіями прилежащихъ сторонъ?

1456. Если отъ вершинъ двухъ противоположныхъ угловъ параллелограмма отложимъ произвольныя части на каждыхъ двухъ сторонахъ, выходящихъ изъ одной вершины, такъ чтобы на параллельныхъ сторонахъ лежали равныя части, и соединимъ каждыя двѣ прилежащія стороны параллелогр. прямыми, проходящими чрезъ концы отложенныхъ частей, то получимъ параллелограммъ, равномѣрный параллелограмму, который получится такимъ же построеніемъ, откладывая такія же равныя части при другой парѣ противоположныхъ угловъ, при чемъ на каждой сторонѣ параллелогр. должны лежать равныя между собою части.

1457. Прямая, соединяющая средины параллельныхъ сторонъ трапеціи, дѣлитъ трапецію пополамъ.

1458. Если каждую изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи раздѣлить на n равныхъ частей и соотвѣтствующія точки дѣленія соединить прямыми, то этими прямыми трапеція раздѣлится на n равномѣрныхъ частей.

1459. Если произвольную точку, взятую на прямой, соединяющей средины параллельныхъ сторонъ трапеціи, или на ея продолженіи, соединимъ съ вершинами трапеціи, то два треуг., имѣющіе своими сторонами непараллельныя стороны трапеціи, равномѣрны.

1460. Трапеція дѣлится діагоналями на три пары равномѣрныхъ и одну пару подобныхъ треугольниковъ.

1461. Если между непараллельными сторонами трапеціи или ихъ продолженіями проведена прямая, параллельная параллельнымъ сторонамъ, и каждый конецъ этой прямой соединенъ двумя прямыми съ концами непараллельной стороны трапеціи, то полученные два треугольника равномѣрны.

1462. Если внутри или внѣ трапеціи проведена прямая, параллельная параллельнымъ сторонамъ, и продолжена до пересѣченія съ непараллельными сторонами или ихъ продолженіями, то два треугольника, которыхъ общее основаніе —

прямая, соединяющая средины параллельныхъ сторонъ трапеціи, а вершины — концы проведенной прямой, равномѣрны.

1463. Если соединимъ средину одной изъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи съ концами противолежащей стороны, то полученный треугольникъ будетъ равномѣренъ половинѣ трапеціи.

Указ. Чрезъ сказанную средину провести прямую, параллельную противоположной сторонѣ.

1464. Площадь трапеціи равна произведенію одной изъ непараллельныхъ сторонъ на перпендикуляръ, опущенный на нее изъ средины другой непараллельной стороны. (Зад. 1463).

1465. Если въ трапеціи продолжимъ непараллельныя стороны до пересѣченія, то площадь треугольника, образованнаго этими двумя сторонами съ діагональю, есть средняя геометрическая пропорціональная между площадями двухъ треугольниковъ, у которыхъ основанія суть основанія трапеціи, а бока — продолженныя стороны.

Указ. Задача рѣшится, когда опредѣлимъ отношенія площадей треугольниковъ, имѣющихъ по равному углу.

1466. Если въ трапеціи проведемъ прямую, параллельную основаніямъ такъ, что она будетъ средняя ариѳметическая пропорціональная между основаніями, то двѣ полученныя трапеціи соотвѣтственно равномѣрны двумъ треугольникамъ, на которые дѣлится данная трапеція діагональю.

1467. Если въ трапеціи проведемъ двѣ діагонали, то получимъ четыре треугольника, изъ которыхъ площадь каждаго, прилежащаго къ непараллельной сторонѣ, есть средняя геометрическая пропорціональная между площадями двухъ треугольниковъ, стоящихъ на основаніяхъ трапеціи.

Указ. Задача рѣшится, когда опредѣлимъ отношеніе площадей треугольниковъ, имѣющихъ равныя высоты.

1468. Площадь всякаго четыреугольника равна произведенію его діагонали на полусумму перпендикуляровъ, опущенныхъ на эту діагональ изъ двухъ вершинъ, чрезъ которыя діагональ не проходитъ.

1469. Всякій четыреугольникъ дѣлится на двѣ равномѣрныя части прямыми, проведенными изъ средины одной діагонали къ вершинамъ противолежащихъ угловъ.

1470. Всякій четыреугольникъ дѣлится прямыми, соединяющими средины противоположныхъ сторонъ, на четыре четыреугольника, изъ которыхъ сумма площадей двухъ противоположныхъ четыреугольниковъ равна суммѣ площадей двухъ другихъ противоположныхъ четыреугольниковъ.

1471. Если соединить послѣдовательно средины сторонъ всякаго четыреугольника прямыми, то эти прямыя будутъ параллельны діагоналямъ четыреугольника, и получится параллелограммъ, площадь котораго равна половинѣ площади четыреугольника.

1472. Если въ четыреугольникѣ чрезъ двѣ противоположныя вершины проведемъ прямыя, параллельныя діагонали, а чрезъ двѣ другія противоположныя вершины проведемъ параллельныя прямыя въ произвольномъ направленіи, то полученный параллелограммъ будетъ вдвое болѣе даннаго четыреугольника.

1473. Всякій четыреугольникъ есть половина параллелограмма, сторонами котораго служатъ діагонали четыреугольника, а угломъ между двумя сторонами параллелограмма — уголъ, заключенный между діагоналями четыреугольника.

1474. Четыреугольникъ равномѣренъ параллелограмму, котораго діагонали и уголъ между ними соотвѣтственно равны діагонали и углу между ними четыреугольника.

1475. Если въ четыреугольникѣ ABCD средину E стороны AB соединимъ съ D, а средину F стороны CD соединимъ съ B, то четыреугольникъ EDFB будетъ равномѣренъ половинѣ четыреугольника ABCD.

1476. Если построимъ квадратъ извнѣ на каждой сторонѣ четыреугольника, и концы двухъ сторонъ, принадлежащихъ разнымъ квадратамъ и выходящихъ изъ одной вершины четыреугольника, соединимъ прямою, то полученные такимъ образомъ четыре треугольника таковы, что сумма двухъ противолежащихъ треугольниковъ равна суммѣ двухъ другихъ противолежащихъ треугольниковъ. Если же при этомъ въ данномъ четыреугольникѣ діагонали равны, то сумма квадратовъ, построенныхъ на противоположныхъ соединительныхъ прямыхъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на двухъ другихъ противоположныхъ соединительныхъ прямыхъ.

Указ. Упомянутые треугольники равномѣрны треугольникамъ, на которые данный четыреугольникъ дѣлится діагоналями. (Зад. 1436).

1477. Во всякомъ равностороннемъ многоугольникѣ сумма перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ точки, взятой внутри многоугольника, есть величина постоянная.

1478. Квадратъ, который получится, когда будутъ продолжены равнодѣлящія внутреннихъ угловъ прямоугольника до ихъ взаимнаго пересѣченія, вдвое менѣе квадрата, построеннаго на разности двухъ прилежащихъ сторонъ прямоугольника.

1479. Квадратъ, который получится, когда раздѣлимъ пополамъ внѣшніе углы прямоугольника и равнодѣлящія продолжимъ до взаимнаго пересѣченія, вдвое менѣе квадрата, построеннаго на суммѣ двухъ прилежащихъ сторонъ прямоугольника.

1480. Сумма квадратовъ, построенныхъ на разстояніяхъ какой-нибудь точки, взятой внутри прямоугольника, отъ вершинъ двухъ противоположныхъ угловъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на разстояніяхъ той же точки отъ вершинъ двухъ другихъ противоположныхъ угловъ.

1481. Если какую-нибудь точку, взятую внутри прямоугольника, соединимъ прямыми съ вершинами всѣхъ угловъ, то сумма квадратовъ, построенныхъ на этихъ четырехъ прямыхъ, равняется квадрату, построенному на діагонали прямоугольника, увеличенному на учетверенный квадратъ, построенный на прямой, соединяющей взятую точку съ точкою пересѣченія діагоналей.

1482. Если въ прямоугольникѣ ABCD изъ вершины B проведемъ произвольную прямую BE до пересѣченія со стороною CD въ точкѣ E, и изъ вершины A опустимъ перпендикуляръ AF на BE, то площадь прямоугольника, построеннаго на прямыхъ BE и AF, равна площади даннаго прямоугольника.

1483. Если въ прямоуг. треугольникѣ одинъ катетъ вдвое болѣе другого, то квадратъ, построенный на гипотенузѣ, равномѣренъ упятеренному квадрату, построенному на меньшемъ катетѣ, и равномѣренъ $\frac{5}{4}$ квадрата, построеннаго на большемъ катетѣ.

1484. Квадратъ, построенный на гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника, болѣе квадрата, построеннаго на разности катетовъ, на удвоенную площадь прямоугольника, построеннаго изъ катетовъ.

1485. Квадратъ, построенный на суммѣ катетовъ, равенъ суммѣ квадратовъ, построенныхъ на катетахъ, увеличенной на удвоенную площадь прямоугольника изъ катетовъ, т.-е.

$$(b+c)^2=b^2+2bc+c^2.$$

1486. Квадратъ, построенный на разности катетовъ, равенъ суммѣ квадратовъ, построенныхъ на катетахъ, уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника изъ катетовъ, т.-е.

$$(b-c)^2=b^2-2bc+c^2.$$

1487. Прямоугольникъ, котораго одна сторона есть сумма катетовъ, а другая — разность катетовъ прямоугольнаго треуг., равномѣренъ разности квадратовъ, построенныхъ на катетахъ, т.-е.

$$(b+c)(b-c)=b^2-c^2.$$

1488. Квадратъ, построенный на высотѣ прямоугольнаго треуг., равномѣренъ прямоугольнику, построенному изъ обоихъ отрѣзковъ гипотенузы.

1489. Сумма квадратовъ, изъ которыхъ сторона одного — сумма катетовъ, а другого — разность катетовъ прямоугольнаго треугольника, равна удвоенной площади квадрата, построеннаго на гипотенузѣ.

1490. Прямоугольникъ изъ гипотенузы и одного изъ двухъ отрѣзковъ ея, на которые высота разсѣкаетъ гипотенузу, равномѣренъ прямоугольнику изъ суммы и разности гипотенузы и катета, не прилежащаго къ взятому отрѣзку гипотенузы.

1491. Если въ прямоуг. треуг. продолжимъ каждый катетъ на его длину за вершину остраго угла и каждый конецъ продолженія соединимъ съ вершиною противолежащаго катету угла, то сумма квадратовъ, построенныхъ на двухъ такимъ образомъ полученныхъ прямыхъ, впятеро болѣе квадрата, построеннаго на гипотенузѣ треуг.

1492. Если на всѣхъ сторонахъ прямоугольнаго треуг. построить извнѣ квадраты и соединить тремя прямыми вершины квадратовъ, находящіяся внѣ треугольника, такъ, чтобы каждая изъ этихъ трехъ прямыхъ соединяла двѣ близъ лежащія вершины двухъ квадратовъ, то сумма квадратовъ, построенныхъ на трехъ указанныхъ прямыхъ, вшестеро болѣе квадрата, построеннаго на гипотенузѣ.

1493. Во всякомъ равностороннемъ треуг. тройная площадь квадрата, построеннаго на сторонѣ, равна учетверенному квадрату, построенному на высотѣ.

1494. Квадратъ, построенный на основаніи равнобедреннаго треуг., равномѣренъ двойному прямоугольнику, котораго основаніе — бокъ треугольника, а высота — проекція основанія треуг. на бокъ.

1495. Квадратъ, построенный на одной сторонѣ треуг., болѣе или менѣе суммы квадратовъ, построенныхъ на двухъ другихъ сторонахъ, смотря по тому, будетъ ли противолежащій первой сторонѣ уголъ тупой или острый.

1496. Въ косоугольномъ треуг. АВС, гдѣ $\angle C < d$, квадратъ, построенный на одной сторонѣ АВ, равномѣренъ суммѣ двухъ прямоугольниковъ, изъ которыхъ каждый составленъ одною изъ двухъ другихъ сторонъ и проекціей на эту сторону стороны АВ.

1) Справедливо ли предложеніе, если указанная сторона АВ лежитъ противъ тупого угла?

2) Какъ вывести изъ этого предложенія Пиѳагорову теорему?

3) Какъ измѣнится задача въ случаѣ, если одинъ изъ двухъ угловъ, прилежащихъ сторонѣ АВ, есть прямой или тупой уголъ?

1497. Разность квадратовъ, построенныхъ на двухъ сторонахъ треугольника, равна удвоенной площади прямоугольника изъ третьей стороны и отрѣзка третьей стороны между срединою ея и основаніемъ высоты на нее.

1498. Если въ $\triangle ABC$ уголъ $B = 60^\circ$, то квадратъ, построенный на противоположной сторонѣ АС, менѣе суммы квадратовъ, построенныхъ на двухъ другихъ сторонахъ, на площадь прямоугольника, построеннаго изъ тѣхъ же двухъ сторонъ.

1499. Если въ $\triangle ABC$ уголъ $B = 120^\circ$, то квадратъ, построенный на противоположной сторонѣ АС, болѣе суммы квадратовъ, строенныхъ на двухъ другихъ сторонахъ, на площадь прямоугольника, составленнаго изъ тѣхъ же двухъ сторонъ.

1500. Во всякомъ треугольникѣ прямоугольники, составленные изъ отрѣзковъ, на которые высота дѣлится въ точкѣ пересѣченія ея съ двумя другими высотами, равномѣрны между собою.

1501. Если въ остроугольномъ треуг. провести двѣ высоты, то: 1) два прямоугольника, построенные на двухъ сторонахъ треугольника и на отрѣзкахъ ихъ, прилежащихъ къ общему концу этихъ двухъ сторонъ, равномѣрны; 2) прямоугольникъ, построенный изъ отрѣзковъ стороны треугольника, равномѣренъ прямоугольнику, построенному изъ соотвѣтствующей этой сторонѣ высоты и нижняго ея отрѣзка; 3) прямоугольникъ изъ высоты на одну сторону и верхняго отрѣзка этой высоты равномѣренъ прямоугольнику изъ другой стороны и ея отрѣзка, прилежащаго къ верхнему отрѣзку первой высоты.

1502. Если проведемъ въ треугольникѣ равнодѣлящія всѣхъ угловъ, то сумма трехъ прямоугольниковъ, которые возможно построить изъ неприлежащихъ отрѣзковъ сторонъ, взявъ ихъ попарно, равна суммѣ трехъ прямоугольниковъ, построенныхъ подобнымъ же образомъ изъ остальныхъ трехъ неприлежащихъ отрѣзковъ сторонъ.

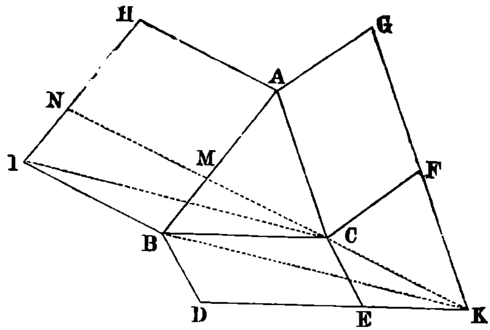
Указ. Рѣшеніе основано на извѣстномъ свойствѣ равнодѣлящей угла треуг.

1503. Если построимъ на сторонахъ $\triangle ABC$ извнѣ три квадрата и концы каждыхъ двухъ сторонъ ихъ, выходящихъ изъ одной вершины, соединимъ прямыми, то: 1) треугольники, которые образовались соединительными прямыми со сторонами квадратовъ, равномѣрны между собою и данному треугольнику ABC; 2) сумма квадратовъ, построенныхъ на соединительныхъ прямыхъ, втрое болѣе суммы квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ $\triangle ABC$.

1504. Во всякомъ треугольникѣ: 1) сумма квадратовъ, построенныхъ на трехъ прямыхъ, соединяющихъ вершины угловъ со срединами противолежащихъ сторонъ, равна тремъ четвертямъ суммы квадратовъ, построенныхъ на трехъ сторонахъ треугольника; 2) сумма квадратовъ, построенныхъ на верхнихъ отрѣзкахъ сказанныхъ линій (считая отрѣзки отъ общей точки пересѣченія этихъ трехъ прямыхъ; зад. 979), равна одной трети суммы квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ; 3) сумма квадратовъ, построенныхъ на нижнихъ отрѣзкахъ сказанныхъ линій, равна одной двѣнадцатой суммы квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ.

1505. Во всякомъ треугольникѣ: 1) разность квадратовъ, построенныхъ на двухъ прямыхъ, соединяющихъ вершины двухъ угловъ со срединами противолежащихъ сторонъ, равна $^3/_4$ разности квадратовъ, построенныхъ на этихъ двухъ сторонахъ; 2) удвоенная сумма квадратовъ, построенныхъ на сказанныхъ двухъ прямыхъ, уменьшенная на квадратъ, построенный на третьей такой же прямой, равна $^9/_4$ квадрата, построеннаго на третьей сторонѣ.

1506. Теорема Паппуса. Если на сторонахъ AC и CB (черт. 7) треуг. ABC построимъ какіе-нибудь параллелограммы



(Черт. 7).

AGFC и BDEC и, продолживъ стороны DE и GF до пересѣченія ихъ въ точкѣ K, проведемъ прямыя AH и BI, параллельныя и равныя CK, то параллелограммъ AHIB будетъ равномѣренъ суммѣ параллелограммовъ AGFC и BDEC.

Рѣш. Продолжить прямую CK до пересѣченія со сторонами AB и IH въ точкахъ M и N; соединить I и C прямою IC, а также B и K прямою BK; $\triangle IBC = {}^1/_2\, IBMN$ и $\triangle BCK = {}^1/_2\, BCED$; но IBKC есть параллелограммъ, потому что $IB = CK$ и $IB \parallel CK$, поэтому $\triangle IBC = \triangle BCK$; слѣд. $BCED = IBMN$.

NB. Если $\angle C$ прямой, то какъ изъ теоремы Паппуса вывести теорему Пиѳагора?

1507. Если какую-нибудь точку, взятую въ плоскости параллелограмма, соединимъ съ вершинами его, то сумма квадратовъ, построенныхъ на этихъ соединительныхъ линіяхъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на отрѣзкахъ діагоналей, увеличенной учетверенным квадратомъ, построеннымъ на прямой, соединяющей взятую точку съ точкою пересѣченія діагоналей.

Указ. Рѣшеніе основано на извѣстномъ выраженіи суммы квадратовъ двухъ сторонъ треугольника.

1508. Во всякой трапеціи сумма квадратовъ, построенныхъ на діагоналяхъ, равномѣрна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на непараллельныхъ сторонахъ, увеличенной на удвоенную площадь прямоугольника, составленнаго изъ параллельныхъ сторонъ.

Указ. Должно выразить разности квадрата каждой діагонали и непараллельной стороны на основаніи задачи 1497.

1509. Во всякомъ четыреугольникѣ сумма квадратовъ, построенныхъ на четырехъ сторонахъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на обѣихъ діагоналяхъ, увеличенной на учетверенный квадратъ, построенный на прямой, соединяющей средины діагоналей. Какъ измѣнится теорема для параллелограмма? Въ какомъ четыреугольникѣ при той же суммѣ квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ, сумма квадратовъ, построенныхъ на діагоналяхъ, наибольшая?

1510. Изъ всѣхъ параллелограммовъ съ равными основаніями и высотами прямоугольникъ имѣетъ наименьшій периметръ.

1511. Изъ двухъ прямоуг. треуг., имѣющихъ равныя гипотенузы и неравныя разности катетовъ, тотъ имѣетъ бóльшую сумму катетовъ, у котораго разность катетовъ меньше.

1512. Изъ двухъ прямоугольныхъ треуг., имѣющихъ равныя суммы и неравныя разности катетовъ, тотъ треугольникъ имѣетъ бóльшую гипотенузу, у котораго сказанная разность больше.

1513. Изъ двухъ прямоугольныхъ треугольниковъ, имѣющихъ равныя суммы катетовъ и неравныя гипотенузы, тотъ треугольникъ имѣетъ бóльшую разность катетовъ, у котораго гипотенуза больше.

1514. Изъ всѣхъ треуг., имѣющихъ по двѣ стороны порознь равныя, самую большую площадь имѣетъ треугольникъ, у котораго между сказанными сторонами уголъ прямой.

1515. Изъ всѣхъ прямоугольныхъ треуг., имѣющихъ одну и ту же гипотенузу, наибольшую площадь имѣетъ равнобедренный прямоугольный треугольникъ.

1516. Между всѣми треуг., имѣющими одно и то же основаніе и одинъ и тотъ же уголъ при вершинѣ, наибольшую площадь имѣетъ равнобедренный треугольникъ.

1517. Изъ всѣхъ равномѣрныхъ треуг., имѣющихъ одно и то же основаніе, равнобедренный имѣетъ наименьшій периметръ.

Рѣш. На AC построимъ равнобедренный $\triangle ABC$; чрезъ B проведемъ $MN \parallel AC$ и на MN возьмемъ точку Q, которую соединимъ съ A и C; $AQ+QC > AB+BC$, потому что, опустивъ изъ C перпендикуляръ на MN и продолживъ его до пересѣченія съ продолженіемъ AB въ точкѣ P, соединимъ P съ Q и получимъ $AQ+ + QP > AP$.

1518. Изъ всѣхъ равномѣрныхъ треугольниковъ равносторонній треугольникъ имѣетъ наименьшій периметръ.

NB. Рѣшеніе основано на предыдущей задачѣ.

На постр. 1519. Въ окружность вписать прямоугольный треуг., равномѣрный данному квадрату.

1520. По данной гипотенузѣ построить треуг., равномѣрный данному квадрату.

1521. Въ окружность вписать треуг. данной высоты, равномѣрный данному квадрату.

1522. Въ окружность вписать треуг., у котораго одинъ изъ угловъ равенъ данному углу, и который равномѣренъ данному квадрату.

1523. Построить треуг. по данной площади, сторонѣ и противолежащему ей углу.

1524. Провести между сторонами угла прямую данной длины, которая отсѣкала бы отъ угла треугольникъ, равномѣрный данному квадрату.

1525. Построить треуг. по данной площади его, сторонѣ и углу, прилежащему къ этой сторонѣ.

1526. Построить треуг., площадь котораго была бы въ 2,3,... и вообще въ n разъ болѣе площади даннаго треуг. и чтобы: 1) высота его равнялась высотѣ даннаго треуг., или 2) основаніе его равнялось бы основанію даннаго треуг.

1527. Построить треуг., основаніе котораго равно данной прямой, и который былъ бы равномѣренъ: 1) суммѣ площадей двухъ данныхъ треугольниковъ, или 2) разности площадей двухъ данныхъ треугольниковъ.

1528. Даны два треугольника одинаковой высоты, и требуется построить треуг.: 1) той же высоты и равномѣрный суммѣ двухъ данныхъ треуг.; 2) той же высоты и равномѣрный разности двухъ данныхъ треуг.

1529. Данъ треугольникъ ABC и точка D, не лежащая на прямой BC; требуется найти на сторонѣ BC или на ея продолженіи такую точку E, чтобы треугольникъ ADE былъ равномѣренъ данному треуг.

Указ. Должно принять прямую AD за основаніе треугольника, равномѣрнаго данному.

1530. Въ окружность вписанъ треугольникъ, равномѣрный данному квадрату, и въ которомъ отношеніе основанія къ высотѣ равнялось бы отношенію $m:n$.

1531. Въ $\triangle$ ABC вписать параллелограммъ, стороны котораго были бы параллельны сторонамъ AB и AC, а площадь составляла бы половину площади треуг. ABC.

1532. По данному периметру построить прямоугольникъ, равномѣрный данному квадрату.

1533. Построить двѣ такія прямыя, чтобы сумма ихъ квадратовъ равнялась k^2, и прямоугольникъ, изъ нихъ составленный, былъ бы равномѣренъ прямоугольнику, основаніе котораго a и высота h.

1534. Въ четыреугольникъ вписать параллелограммъ, площадь котораго составляла бы половину площади четыреугольника.

1535. Около четыреугольника описать параллелограммъ, площадь котораго была бы вдвое болѣе площади четыреугольника.

1536. Построить треуг., равномѣрный одному и подобный другому данному треугольнику.

1537. Построить многоугольникъ, равномѣрный суммѣ или разности двухъ данныхъ многоугольниковъ и подобный третьему данному многоугольнику.

1538. Треугольникъ раздѣлить прямою, проходящею чрезъ вершину, на такія двѣ равномѣрныя части, чтобы прямая дѣленія находилась въ равномъ разстояніи отъ другихъ двухъ вершинъ.

1539. Треугольникъ раздѣлить прямою, проходящею чрезъ его вершину, на двѣ части, площади которыхъ находятся въ данномъ отношеніи.

1540. Треугольникъ раздѣлить прямыми, проведенными чрезъ его вершину, на 2,3,... *n* равномѣрныхъ треугольниковъ.

1541. Раздѣлить треугольникъ прямыми, проходящими чрезъ его вершину, на три части, площади которыхъ находятся въ отношеніи m : n : p.

1542. Треугольникъ ABC раздѣлить на три равномѣрныя части ломаной линіей, идущей изъ A къ точкѣ на сторонѣ BC и отъ послѣдней къ точкѣ на сторонѣ AC.

1543. Треугольникъ ABC раздѣлить на n равномѣрныхъ частей ломаной линіей, идущей изъ A къ точкѣ на сторонѣ BC, изъ послѣдней точки къ точкѣ на AC, изъ послѣдней точки опять къ другой точкѣ на BC и т. д.

1544. Треугольникъ раздѣлить на двѣ равномѣрныя части прямою, параллельною одной изъ его сторонъ.

1545. Треугольникъ раздѣлить на двѣ части, площади которыхъ находятся въ данномъ отношеніи, прямою, параллельною одной изъ его сторонъ.

1546. Треугольникъ раздѣлить на n равномѣрныхъ частей прямыми, параллельными его сторонѣ.

1547. Раздѣлить треугольникъ на двѣ равномѣрныя части прямою, проведенною чрезъ точку, данную на его сторонѣ.

1548. Треугольникъ раздѣлить на 3,4,... *n* равномѣрныхъ частей прямыми, проведенными изъ точки, взятой на одной изъ его сторонъ.

1549. Внутри треугольника найти такую точку, чтобы прямыя, соединяющія ее съ вершинами треугольника, раздѣлили послѣдній на три равномѣрныхъ треугольника.

Указ. Точка пересѣченія равнодѣлящихъ сторонъ треугольника.

1550. На периметрѣ треугольника даны двѣ точки, и требуется чрезъ каждую изъ нихъ провести прямую такъ, чтобы этими прямыми треуг. раздѣлился на три равномѣрныя части.

1551. Трапецію раздѣлить на n равномѣрныхъ частей прямыми, пересѣкающими параллельныя стороны.

1552. Параллелограммъ раздѣлить прямой, параллельной сторонѣ его, на двѣ части, находящіяся въ отношеніи m : n.

1553. Превратить треугольникъ въ равномѣрный ему треуг., имѣющій ту же высоту, то же основаніе и данный уголъ при основаніи, напр. уголъ, равный $\frac{2}{3}$d.

1554. Данный треугольникъ превратить въ равномѣрный ему равнобедренный треуг. 1) такъ, чтобы сторона даннаго равнялась основанію искомаго; или 2) такъ, чтобы сторона даннаго равнялась боковой сторонѣ искомаго.

Указ. Въ послѣднемъ случаѣ должно чрезъ одну вершину даннаго треуг. провести прямую, параллельную его сторонѣ, а изъ другой вершины описать дугу радіусомъ, равнымъ той же сторонѣ; соединяя прямыми одну изъ точекъ пересѣченія дуги и параллельной прямой съ концами указанной стороны, получимъ искомый треугольникъ.

Въ слѣд. 5-ти задачахъ данный треугольникъ ABC превратить въ равномѣрный ему другой треугольникъ A′B′C′:

1555. Не измѣняя стороны a и дѣлая сторону b равною данной прямой b'.

1556. Не измѣняя a и дѣлая уголъ B равнымъ данному углу B′.

1557. Не измѣняя B и дѣлая a равною данной прямой a'.

1558. Не измѣняя a и дѣлая высоту на сторону b равною данной прямой.

1559. Не измѣняя B и дѣлая высоту на сторону a равною данной прямой.

Въ слѣд. 13-ти задачахъ данный треугольникъ ABC превратить въ другой равномѣрный ему треугольникъ A′B′C′, въ которомъ даны:

1560. a и B. **1561.** a и b. **1562.** a и высота на сторону b.

1563. a и длина прямой, соединяющей вершину A со срединою данной стороны.

1564. Отрѣзки, образуемые на основаніи перпендикуляромъ изъ вершины.

1565. Высота на сторону a и длина прямой, соединяющей вершину A со срединою противолежащей стороны.

1566. Высота на сторону a и B.

1567. $a+b$ и высота на сторону a.

1568. $a-b$ и высота на сторону a.

1569. Высота на сторону a и разность отрѣзковъ этой стороны, отсѣкаемыхъ высотою.

1570. Высота на стороны b и c. **1571.** a и A.

1572. Высота на сторону a и A.

1573. Данный треугольникъ превратить въ равномѣрный ему другой треугольникъ, въ которомъ даны радіусъ описанной окружности и 1) a; или 2) A; или 3) высота на сторону a.

1574. Треугольникъ превратить въ равномѣрный ему прямоугольный треуг., имѣющій данную гипотенузу.

1575. Треугольникъ превратить въ равномѣрный ему прямоугольный треуг., сумма сторонъ котораго дана.

Указ. Должно предварительно построить въ прямомъ углѣ окружность, вписанную въ искомый треугольникъ.

1576. Разносторонній треугольникъ ABC превратить въ равномѣрный ему равнобедренный треуг., у котораго уголъ при вершинѣ равенъ углу A даннаго треуг.

Указ. Боковая сторона искомаго треуг. есть средняя пропорціональная между сторонами даннаго, заключающими уголъ A, потому что площади двухъ треугольниковъ съ равнымъ угломъ относятся какъ произведенія сторонъ, заключающихъ этотъ уголъ.

1577. Разносторонній треугольникъ превратить въ равномѣрный ему равносторонній треугольникъ.

Рѣш. Данный треуг. превратимъ въ равномѣрный ему треуг., имѣющій то же основаніе и уголъ при основаніи въ 60^0; полученный треуг. превратимъ въ равномѣрный ему равнобедренный треуг., имѣющій уголъ при вершинѣ въ 60^0, и тогда получимъ искомый треуг.

1578. Данный треуг. превратить въ равномѣрный ему треуг., вершина котораго была бы въ данной точкѣ D, основаніе лежало бы въ одной прямой съ основаніемъ даннаго треуг., и одна сторона проходила бы чрезъ точку E, лежащую на одной изъ сторонъ даннаго треуг.

1579. Чрезъ вершину A треуг. ABC проведена прямая AE, пересѣкающая въ точкѣ E прямую BC. Найти на прямой BC точку X, чрезъ которую прямая, проведенная параллельно AE, отсѣкаетъ отъ угла ABC треугольникъ, равномѣрный $\triangle$ ABC.

Указ. Изъ отношенія площадей треуг. съ равными углами слѣдуетъ, что $BX^2 = BE \cdot BC$.

1580. Треугольникъ ABC превратить въ равномѣрный ему прямоуг. треугольникъ такъ, чтобы уголъ B при основанiи остался тотъ же.

Указ. Должно изъ вершины A даннаго треуг. опустить перпендикуляръ AE на его основанiе BC и потомъ поступить какъ въ предыдущей задачѣ.

1581. Треугольникъ превратить въ равномѣрный ему квадратъ.

Данный параллелограммъ превратить въ равномѣрный ему другой параллелограммъ:

1582. съ тѣмъ же основанiемъ, и въ которомъ сторона, прилежащая основанiю, равнялась бы данной прямой.

1583. съ тѣмъ же основанiемъ и даннымъ угломъ.

1584. съ тѣми же углами и даннымъ основанiемъ.

1585. съ тѣми же углами и данной высотой.

1586. Даны два параллелограмма одинаковой высоты, и требуется построить параллелограммъ той же высоты, имѣющiй данный уголъ и равномѣрный: 1) суммѣ двухъ данныхъ параллелограммовъ; или 2) разности двухъ данныхъ параллелограммовъ.

1587. Построить параллелограммъ, основанiе котораго равно данной прямой, и который былъ бы равномѣренъ:

1) суммѣ двухъ данныхъ параллелограммовъ;

2) разности двухъ данныхъ параллелограммовъ.

1588. Построить параллелограммъ, высота котораго равнялась бы данной прямой, и который былъ бы равномѣренъ:

1) суммѣ двухъ данныхъ параллелограммовъ;

2) разности двухъ данныхъ параллелограммовъ.

1589. Параллелограммъ превратить въ равномѣрный ему другой параллелограммъ, дiагонали котораго даны.

1590. Параллелограммъ превратить въ равномѣрный ему ромбъ, у котораго дана:

1) сторона, или 2) высота, или 3) дiагональ.

1591. Параллелограммъ превратить въ равномѣрный ему ромбъ такъ, чтобы одна изъ дiагоналей ромба равнялась сторонѣ параллелограмма.

Въ слѣдующихъ 7-ми задачахъ построить квадратъ, равномѣрный:

1592. суммѣ двухъ данныхъ квадратовъ.
1593. суммѣ трехъ данныхъ квадратовъ.
1594. двойному данному квадрату.
1595. разности двухъ данныхъ квадратовъ.
1596. половинѣ даннаго квадрата.
1597. третьей части даннаго квадрата.
1598. двумъ третямъ даннаго квадрата.

1599. Прямоугольникъ превратить въ равномѣрный ему квадратъ.

1600. Квадратъ превратить въ равномѣрный ему прямоугольникъ, діагонали котораго даны.

1601. Трапецію превратить въ равномѣрный ей параллелограммъ, основаніе котораго равняется одной изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи, и одинъ изъ угловъ — углу трапеціи.

1602. Четыреугольникъ превратить въ равномѣрный ему равнобедренный треуг. съ даннымъ основаніемъ.

1603. Четыреугольникъ превратить въ равномѣрный ему параллелограммъ, высота котораго и одинъ изъ угловъ даны.

1604. Многоугольникъ превратить въ равномѣрный ему квадратъ.

1605. Многоугольникъ превратить въ равномѣрный ему треугольникъ, основаніемъ которому служитъ одна изъ сторонъ многоугольника.

Площади правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ многоугольниковъ.

На вычисл. Означая сторону правильнаго описаннаго около окружности n-угольника черезъ A_n и вписаннаго — a_n, радіусъ окружности черезъ r, рѣшить слѣдующія задачи:

1606. Вычислить площадь правильнаго вписаннаго n-угольника, зная a_n и r.

Зная r, вычислить площадь правильнаго вписаннаго

1607. треугольника. **1608.** четыреугольника.
1609. шестиугольника. **1610.** десятиугольника.

Вычислить площадь s правильнаго вписаннаго

1611. треугольника по a_3.

1612. четыреугольника по a_4.

1613. шестиугольника по a_6.

1614. десятиугольника по a_{10}.

Вычислить r, зная площадь s правильнаго вписаннаго

1615. треугольника. **1616.** четыреугольника.

1617. шестиугольника. **1618.** десятиугольника.

По данной площади правильнаго вписаннаго

1619. треугольника вычислить a_3.

1620. четыреугольника вычислить a_4.

1621. шестиугольника вычислить a_6.

1622. десятиугольника вычислить a_{10}.

1623. Зная r, вычислить площадь правильнаго вписаннаго восьмиугольника.

1624. Зная r, вычислить площадь правильнаго вписаннаго двѣнадцатиугольника.

Зная r, вычислить площадь правильнаго описаннаго

1625. треугольника. **1626.** четыреугольника.

1627. шестиугольника. **1628.** десятиугольника.

1629. Зная r, вычислить площадь правильнаго вписаннаго пятиугольника.

1630. Зная r, вычислить площадь правильнаго описаннаго пятиугольника.

Принимая $r=1$, вычислить безъ логариѳмовъ площади правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ

1631. двѣнадцатиугольника.

1632. двадцатичетырехугольника.

1633. восьмиугольника.

1634. шестнадцатиугольника.

1635. Площадь правильнаго пятиугольника, вписаннаго въ окружность, равна 3,5 кв. саж. Вычислить площадь правильнаго описаннаго около той же окружности пятиугольника.

На доказ. 1636. Площадь правильнаго описаннаго около окружности треугольника въ четыре раза болѣе площади правильнаго вписаннаго въ ту же окружность треугольника.

1637. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность шестиугольника равна $^3/_4$ площади правильнаго описаннаго около той же окружности шестиугольника.

1638. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность восьмиугольника равномѣрна площади прямоугольника, основаніе и высота котораго суть стороны квадратовъ, вписаннаго и описаннаго около той же окружности.

1639. Произведеніе периметра всякаго правильнаго многоугольника на радіусъ вписанной окружности равняется двойной площади многоугольника.

1640. Отношеніе площади правильнаго многоугольника, вписаннаго въ окружность, къ площади правильнаго вписаннаго въ ту же окружность многоугольника съ двойнымъ числомъ сторонъ равно отношенію апоѳемы перваго правильнаго многоугольника къ радіусу окружности.

1641. Отношеніе площади правильнаго описаннаго n-угольника къ площади правильнаго описаннаго около той же окружности $2n$-угольника равно отношенію суммы радіуса и апоѳемы прав. вписаннаго n-угольника къ двойной апоѳемѣ того же вписаннаго n-угольника.

1642. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность шестиугольника есть средняя геометрическая пропорціональная между площадями правильныхъ вписаннаго и описаннаго около той же окружности треугольниковъ.

1643. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность восьмиугольника есть средняя геометрическая пропорціональная между площадями правильныхъ вписаннаго и описаннаго около той же окружности квадратовъ.

1644. Площадь всякаго правильнаго вписаннаго въ окружность многоугольника съ четнымъ числомъ сторонъ есть средняя геометрическая пропорціональная между площадями правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ многоугольниковъ съ числомъ сторонъ вдвое меньшимъ.

Площадь круга и его частей.

— **На вычисл. 1645.** Вычислить площадь круга, если $r=12$; 10; 2,5; 210.

1646. Вычислить площадь круга k, зная длину L окружности. 1) L=39,25; 2) L=7,854.

1647. Вычислить радіусъ r и длину окружности L, если извѣстна площадь круга k. 1) k=144; 2) k=201,056.

1648. Вычислить площадь круга, зная, что окружность его вмѣстѣ съ діаметромъ равны 104,04 фута.

1649. Вычислить площадь круга, зная, что длина его окружности болѣе діаметра на 8 дюйм.

1650. Съ увеличеніемъ радіуса r круга на 0,01 фута, площадь круга увеличивается на 1 кв. футъ. Вычислить r.

1651. Площадь круга k=78,5375 кв. саж. На сколько надо удлинить радіусъ круга, чтобы получить кругъ, котораго площадь была бы вдвое болѣе площади даннаго?

1652. Найти площадь круга, въ которомъ чрезъ конецъ его діаметра проведена хорда=1,443 дюйма, зная, что проложеніе этой хорды на діаметръ составляетъ $^1/_3$ его.

1653. Площадь круга O равна 94,985 кв. ф.; къ окружности этого круга изъ точки A проведены двѣ касательныя AB и AC, которыя вмѣстѣ съ радіусами OB и OC составляютъ четыреугольникъ ACOB, площадь котораго равна 45,375 кв. футовъ. Сколько футовъ содержатъ касательныя AB и AC?

1654. Внутри квадрата, котораго сторона = 8 дюйм., начерчены два круга, изъ которыхъ площадь одного болѣе площади другого на 6 кв. дюймовъ, а часть площади квадрата, лежащая внѣ этихъ круговъ, равна 20 кв. дюйм. Вычислить радіусы этихъ круговъ.

1655. Периметръ правильнаго пятиугольника, описаннаго около круга, равенъ 100 саж. Вычислить площадь этого круга.

1656. Вычислить площадь кругового кольца, если даны радіусъ R большей окружности и радіусъ r меньшей окружности.

1) R=80; r=60; 2) R=12,6; r=6,3; 3) R=11; r=9.

1657. Площадь кругового кольца равна 125,66 кв. дюйм. Вычислить радіусъ r меньшей окружности, если радіусъ R большей окружности равенъ длинѣ меньшей окружности.

1658. Вычислить часть кругового кольца, заключающуюся между дугами двухъ концентрическихъ круговъ, содержащихъ 41,866 кв. фут. и 23,55 кв. фут., если этимъ дугамъ соотвѣтствуетъ центральный уголъ въ 75°.

1659. Изъ центра круга, котораго площадь$=100$ кв. фут., описана окружность радіусомъ, равнымъ половинѣ радіуса даннаго круга. Вычислить площадь кольца и площадь меньшаго круга.

1660. Начерчены три концентрическія окружности; радіусъ большей окружности $r=50$. Вычислить радіусы r_1 и r_2 двухъ другихъ окружностей подъ тѣмъ условіемъ, чтобы эти послѣднія дѣлили первый кругъ на три равныя части.

1661. Периметръ правильнаго восьмиугольника, вписаннаго въ кругъ, равенъ 80 фут. Вычислить площадь сегмента, заключающагося между стороною восьмиугольника и соотвѣтствующею дугою.

1662. Вырѣзокъ (секторъ), имѣющій площадь$=88$ кв. фут., имѣетъ дугу, длина которой равна діаметру. Вычислить радіусъ этой окружности.

1663. Вычислить площадь сектора q, если извѣстна дуга s въ градусахъ, соотвѣтствующая этому сектору, и радіусъ r. 1) $s=40^0 20'$ и $r=18$; 2) $s=42^0$ и $r=5{,}4$; 3) $s=68^0 36'$ и $r=7{,}2$.

1664. Вычислить площадь q сектора, если извѣстны радіусъ r и дуга σ, выраженная въ доляхъ радіуса и соотвѣтствующая этому сектору. 1) $r=17{,}5$ и $\sigma=21$; 2) $r=18$ и $\sigma=99$.

1665. Вычислить дугу въ градусахъ — s и въ частяхъ радіуса — σ, если извѣстны радіусъ r и площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ. 1) $r=15$ и $q=125$; 2) $r=40$ и $q=1519{,}173$; 3) $r=18{,}4$ и $q=64{,}4$.

1666. Вычислить радіусъ r окружности и площадь q сектора, если извѣстна длина дуги въ градусахъ — s и въ доляхъ радіуса — σ. 1) $s=45^0$ и $\sigma=60$; 2) $s=200^0$ и $\sigma=80$; 3) $s=64^0$ и $\sigma=70{,}4$.

1667. Вычислить r и дугу s въ градусахъ, если извѣстна длина той же дуги σ въ доляхъ радіуса и площадь q сектора, соотвѣтствующаго дугѣ σ. 1) $\sigma=20$ и $q=576$; 2) $\sigma=6$ и $q=6$.

1668. Вычислить r и дугу σ въ доляхъ радіуса, если извѣстна длина той же дуги s въ градусахъ и площадь q сектора, соотвѣтствующаго дугѣ s. $s=50^0$ и $q=90$.

1669. Вычислить длину дуги σ въ доляхъ радіуса и площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ, если извѣстна длина той же дуги s въ градусахъ и площадь k всего круга. 1) $s=125^0$ и $k=1{,}2566$; 2) $s=15^0$ и $k=113{,}94$.

1670. Вычислить длину дуги s въ градусахъ и площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ, если извѣстны длина той же дуги σ въ доляхъ радіуса и площадь k всего круга. 1) $\sigma=20$ и $k=452{,}376$; 2) $\sigma=20$ и $k=400$; 3) $\sigma=30$ и $k=201{,}056$.

1671. Вычислить длину одной и той же дуги въ градусахъ — s и въ доляхъ радіуса — σ, если извѣстны площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ, и длина L окружности. $q=180$ и $L=560$.

1672. Вычислить длину дуги въ градусахъ — s и въ частяхъ радіуса — σ, если извѣстны площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ, и площадь k всего круга. 1) $q=$ $=450$ и $k=1256{,}6$; 2) $q=576$ и $k=1000$; 3) $q=98$ и $k=2880$.

1673. Вычислить длину дуги σ въ частяхъ радіуса и площадь q сектора, соотвѣтствующаго этой дугѣ, если извѣстны длина s той же дуги въ градусахъ и длина L окружности. $s=48^0 20'$ и $L=660$.

1674. Вычислить площадь кругового отрѣзка (сегмента), котораго дуга содержитъ 144^0, а высота или стрѣлка $=3{,}96$ фута и составляетъ 0,66 радіуса.

1675. Площадь, имѣющую форму круга радіуса $=140$ саж., должно вымостить каменными плитами, изъ которыхъ каждая имѣетъ видъ прямоугольника въ 1 арш. длины и 1 футъ 9 дюйм. ширины; каждая плита стоитъ 60 коп., а работа цѣнится по 30 коп. съ квадр. саж. Что будетъ стоитъ мощеніе этой площади?

1676. Деревянный щитъ, имѣющій видъ круга радіуса 52 саж. 2 фута 8 дюйм., надо обить съ обѣихъ сторонъ мѣдью. Сколько на это пойдетъ прямоугольныхъ листовъ въ 1 футъ 4 дюйма длиною и въ 11 дюйм. шириною?

1677. Мѣдный листъ, имѣющій видъ квадрата, сторона котораго равна 1 арш., вѣситъ 6 фунт. 18 лот.; въ этотъ квадратъ вписаны четыре круга, касающіеся между собою и къ сторонамъ квадрата, и эти круги вырѣзаны. Найти вѣсъ обрѣзковъ.

1678. Желѣзный листъ вѣсомъ въ 10,5 фунт. представляетъ квадратъ, сторона котораго равна 1,5 арш.; въ этотъ квадратъ вписываемъ кругъ и въ этотъ кругъ — новый кругъ, концентрическій съ первымъ и имѣющій радіусъ вдвое меньшій его. Опредѣлить вѣсъ желѣзнаго кольца, которое получится, если вырѣжемъ оба круга.

1679. Имѣемъ 3 круга; радіусъ одного $=7$, другого $=14$ дюйм.; окружность третьяго $=$ суммѣ окружностей первыхъ двухъ круговъ. На сколько площадь третьяго болѣе или менѣе суммы площадей двухъ первыхъ круговъ?

1680. Три окружности, которыхъ радіусы 14, 7 и 3, касаются другъ друга извнѣ. Вычислить площадь круга, проходящаго чрезъ ихъ центры.

1681. Изъ точки внѣ окружности проведены касательная $=$ $=7,5$ дюйм. и сѣкущая, проходящая чрезъ центръ, внѣшняя часть которой равна 3,75 дюйма. Вычислить площадь круга.

1682. Въ кругѣ, котораго окружность $=78,5$ фута, проведены двѣ параллельныя хорды по разнымъ сторонамъ центра; этимъ хордамъ соотвѣтствуютъ центральные углы въ 45° и 30°. Сколько кв. футовъ содержитъ часть круга, заключенная между проведенными хордами?

На доказ. 1683. Если полуокружность раздѣлить на три равныя части и точки дѣленія соединить съ однимъ концомъ діаметра, то часть круга, ограниченная двумя проведенными прямыми и дугою, лежащею между ними, составляетъ $^1/_6$ часть цѣлаго круга.

Указ. Соединить центръ съ точками дѣленія.

1684. Если въ окружность вписанъ квадратъ, на каждой сторонѣ котораго, какъ на діаметрѣ, описана внѣ этого квадрата полуокружность, то сумма площадей четырехъ образуемыхъ луночекъ (серпообразныхъ фигуръ) равняется площади вписаннаго квадрата.

1685. Въ окружность вписанъ равносторонній треуг., на сторонахъ котораго, какъ на діаметрахъ, описаны внѣ треуг. полуокружности. Требуется доказать, что сумма трехъ луночекъ (серпообразныхъ частей, лежащихъ внѣ большой окружности) на одну восьмую часть круга больше площади треугольника.

1686. Если на каждой сторонѣ правильнаго вписаннаго шестиугольника, какъ на діаметрѣ, построимъ извнѣ полуокружности, то сумма луночекъ (частей этихъ малыхъ полуокружностей, лежащихъ внѣ даннаго круга) равна избытку площади даннаго шестиугольника надъ площадью круга, котораго діаметръ есть сторона этого шестиугольника.

1687. Площадь кольца, заключеннаго между двумя концентрическими окружностями, равняется площади круга, діаметръ котораго есть хорда большей изъ двухъ окружностей, касающаяся меньшей окружности.

1688. Если въ окружности двѣ хорды пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, то сумма площадей четырехъ круговъ, въ которыхъ за діаметры взяты отрѣзки сказанныхъ хордъ, равномѣрна площади данной окружности.

1689. Если прямую раздѣлить на двѣ произвольныя части и описать въ одну и ту же сторону три полуокружности на всей прямой и на ея частяхъ, то площадь, заключенная между этими полуокружностями, равномѣрна площади круга, построеннаго на перпендикулярѣ, возставленномъ изъ точки дѣленія до встрѣчи съ большой полуокружностью, какъ на діаметрѣ.

1690. Если діаметръ AB окружности раздѣлимъ въ точкахъ m_1, m_2, m_3,... m_{n-1} на n равныхъ частей и, принимая за діаметры длины Am_1, Am_2, Am_3,... Am_{n-1}, опишемъ полуокружности по одну сторону AB, потомъ, принимая за діаметры длины Bm_{n-1}, Bm_{n-2},... Bm_2, Bm_1, опишемъ полуокружности по другую сторону AB, то образуемыми кривыми данный кругъ раздѣлится на n равномѣрныхъ частей, ограниченныхъ кривыми равной длины.

1691. Если въ окружности проведемъ два взаимно перпендикулярные радіуса OA и OB, отъ концовъ ихъ отложимъ на дугѣ AB равныя дуги AC и BD и изъ точекъ C и D опустимъ перпендикуляры CE и DF на радіусъ OA, то площадь DCEF, ограниченная этими прямыми и дугою CD, будетъ равномѣрна площади вырѣзка, соотвѣтствующаго дугѣ CD.

1692. Въ окружности проведены два взаимно перпендикулярныхъ діаметра, и на каждомъ изъ четырехъ радіусовъ, составляющихъ эти діаметры, построены, какъ на новыхъ діаметрахъ, окружности. Треб. доказ., что сумма площадей четырехъ построенныхъ круговъ, равняется суммѣ частей даннаго круга, лежащихъ внѣ построенныхъ круговъ.

1693. Если въ окружности радіуса r проведена хорда длины a, чрезъ конецъ хорды проведенъ радіусъ, на которомъ, какъ на діаметрѣ, построена окружность, то послѣдняя раздѣлитъ хорду пополамъ, отрѣзки (сегменты), отсѣкаемые отъ обоихъ круговъ хордою, будутъ подобны (подобными отрѣзками называются тѣ, которымъ соотвѣтствуютъ равные центральные углы), и ихъ площади будутъ находиться въ отношеніи $1:4$.

1694. Если діаметръ окружности раздѣлимъ внутренне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи и на полученныхъ частяхъ его построимъ, какъ на діаметрахъ, по разнымъ сторонамъ діаметра полуокружности, то получится кривая линія, которая данный кругъ раздѣлитъ внутренне въ среднемъ и крайнемъ отношеніи.

Задачи на всѣ отдѣлы плоской геометріи.

1695. Изъ точки P, лежащей внутри $\triangle ABC$, опущены перпендикуляры $PD=m$ и $PE=n$ соотвѣтственно на стороны AB и BC, и ихъ основанія D и E соединены прямою DE. Вычислить, въ какомъ отношеніи находятся площади $\triangle ABC$ и $\triangle PDE$. (Зад. 1435).

1696. Изъ точки D, въ которой сторона AB треугольника ABC дѣлится въ отношеніи $m:n$, проведены $DE \parallel BC$ и $DF \parallel AC$. Въ какомъ отношеніи находится каждая изъ отсѣченныхъ частей треуг. ABC ко всему треугольнику? — Въ какомъ отношеніи точка D должна дѣлить сторону AB, чтобы параллелограммъ DECF имѣлъ наибольшую площадь?

1697. Въ $\triangle ABC$ на сторонѣ AB отъ вершинъ A и B отложены части $AD=BE=m$, и изъ точекъ D и E проведены DF и EG параллельно BC. Вычислить отношеніе площади отсѣченной трапеціи DEGF къ площади $\triangle ABC$. — Какъ должно быть велико m, чтобы площадь трапеціи $DEGF = \frac{1}{2}\triangle ABC$? $\frac{1}{3}\triangle ABC$?

1698. На сторонахъ a, b и c треуг. ABC отъ вершинъ его послѣдовательно отложены въ одномъ и томъ же направленіи части, равныя m, и точки дѣленія D, E и F соединены прямыми. Найти отношеніе площадей $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$. (Зад. 1435). — Найти требуемое, когда m отложено на продолженіи сторонъ. — Какъ упростится задача, когда $\triangle ABC$ будетъ равносторонній?

1699. Возьмемъ на сторонахъ a, b, c и d параллелограмма ABCD по одной точкѣ E, F, G и H и соединимъ ихъ послѣдовательно между собою прямыми. Выразить отношеніе площадей EFGH къ ABCD по отрѣзкамъ на сторонахъ; $AE=a_1$; $EB=a_2$; $BF=b_1$; $FC=b_2$; и т. д. — Какъ упростится это отношеніе въ слѣдующихъ случаяхъ:

1) когда $b_1=d_1$ и $a_1=c_1$;

2) когда въ точкахъ E, F, G и H стороны дѣлятся въ отношеніи $m:n$ однообразно;

3) когда $a_1:a_2=c_1:c_2=m:n$ и $b_1:b_2=d_1:d_2=n:m$;

4) когда точки E, F, G и H суть средины сторонъ.

1700. Между двумя параллельными прямыми начерчены два параллелограмма такъ, что двѣ противоположныя стороны каждаго изъ нихъ лежатъ на этихъ параллельныхъ прямыхъ; продолженія же двухъ паръ другихъ противоположныхъ сторонъ параллелограммовъ, пересѣкаясь между собою, образуютъ новый параллелограммъ, діагонали котораго проходятъ чрезъ точки пересѣченія продолженій діагоналей данныхъ параллелограммовъ.

1701. Длины сторонъ треуг. относятся между собою, какъ числа $3:4:5$; площадь треуг. $=600$ кв. фут. Вычислить стороны.

1702. Данъ $\triangle ABC$, стороны котораго суть: $AC=203$; $BC=175$ и $AB=252$, и требуется найти на сторонѣ AB такую точку D, чтобы прямая DE, параллельная BC, отсѣкла $\triangle ADE$, равномѣрный прямоугольнику, имѣющему діагональ $=$ $=41$ и меньшую сторону $=9$.

1703. Поле имѣетъ видъ трапеціи, параллельныя стороны которой 840 и 520 саж., а высота $=16$ саж.; прямою, проведенною изъ конца меньшаго основанія параллельно одной изъ непараллельныхъ сторонъ, это поле раздѣлено на двѣ части, изъ которыхъ одна имѣетъ видъ треугольника, а другая — параллелограмма; квадратная сажень земли въ первой изъ этихъ частей стоитъ 13 рублей, а во второй — 3,5 рубля. На какомъ разстояніи отъ меньшей изъ параллельныхъ сторонъ надо провести параллель къ ней, чтобы раздѣлить трапецію на двѣ части одинаковой цѣнности?

1704. Найти радіусъ окружности, вписанной въ треуг., по тремъ даннымъ сторонамъ его a, b и c. (Основана на опредѣленіи площади $\triangle$ по периметру его и радіусу вписаннаго круга.) $a=100$; $b=96$ и $c=28$.

Вывести изъ полученнаго выраженія: 1) радіусъ окружности, вписанной въ равносторонній треуг., сторона котораго $=a$; 2) радіусъ окружности, вписанной въ равнобедренный прямоугольный треуг., гипотенуза котораго $=a$.

1705. Около треуг. ABC, стороны котораго суть a, b и c, описана окружность, радіусъ которой R. Доказать, что высота AD этого треугольника равна $\frac{bc}{2R}$, и что площадь $\triangle$ ABC равна $\frac{abc}{4R}$.

По даннымъ сторонамъ a, b и c треугольника опредѣлить радіусъ R описанной около него окружности. $a=1$; $b=3,(571428)$ и $c=3,(428571)$. Разсмотрѣть случаи: 1) когда треуг. равносторонній, и сторона его $=a$; 2) когда треуг. равнобедренный прямоугольный, и гипотенуза его $=a$.

1706. Одна изъ сторонъ треугольника на 4 дюйма болѣе другой и на 7 дюймовъ менѣе третьей стороны; если же соединимъ прямыми средины сторонъ треуг., то составится новый треугольникъ, периметръ котораго на 45 дюймовъ менѣе периметра перваго треуг. Вычислить площадь перваго треуг., радіусъ круга, вписаннаго въ него, и радіусъ круга описаннаго.

1707. Квадраты прямыхъ, соединяющихъ средины катетовъ прямоугольнаго треуг. съ вершинами противолежащихъ угловъ, суть 1035 и 1500. Около этого треуг. описана окружность, и требуется вычислить сторону правильнаго 6-угольника, описаннаго около этой окружности.

1708. По данной площади k круга, вписаннаго въ равнобедренный треуг., и данному отношенію m : n основанія этого треуг. къ высотѣ вычислить площадь треуг.

1709. Средины двухъ противоположныхъ сторонъ квадрата соединены прямыми соотвѣтственно съ вершинами неприлежащихъ угловъ. Доказать, что эти прямыя, пересѣкаясь между собою, образуютъ ромбъ, и вычислить площадь q этого ромба, если сторона даннаго квадрата равна a.

1310. Въ окружность радіуса r вписанъ правильный треугольникъ, и въ немъ проведены всѣ высоты до пересѣченія съ окружностью; точки пересѣченія этихъ высотъ съ окружностью соединены между собою прямыми, и такимъ образомъ составлена звѣздообразная фигура. Вычислить площадь части даннаго круга, лежащей внѣ этой фигуры.

1311. Данъ правильный шестиугольникъ ABCDEF; если соединимъ діагоналями вершины A, C и E между собою, а вершины B, D и F — между собою, то эти шесть діагоналей, пересѣкаясь, образуютъ правильный шестиугольникъ. Вычислить отношеніе площади даннаго шестиуг. къ полученному.

1312. Данъ шестиугольникъ ABCDEF; если соединимъ прямыми средины сторонъ AB, CD и EF между собою, а средины сторонъ BC, DE и AF — между собою, то эти шесть прямыхъ, пересѣкаясь, образуютъ правильный шестиугольникъ. Вычислить отношеніе площади даннаго шестиугольника къ полученному.

1313. Вершины правильнаго шестиугольника ABCDEF, квадратъ стороны котораго $AB^2=a^2=4\sqrt{3}$, соединены чрезъ одну тремя прямыми, напр. вершины A, C и E соединены прямыми AC, CE и AE, и проведена еще одна изъ меньшихъ діагоналей — діагональ BD, которая пересѣкла діагональ AC въ точкѣ M, а діагональ CE — въ точкѣ N. Сказанныя четыре діагонали дѣлятъ площадь даннаго шестиугольника на семь частей, а именно:

1) площадь равнобедренной трапеціи AMNE;

2) площадь равнобедреннаго треуг. AFE;

3) площади двухъ равныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ BCM и DCN;

4) площадь равносторонняго треуг. MCN;

5) площади двухъ равныхъ прямоуг. треугольниковъ ABM и EDN. — Вычислить всѣ эти части.

1314. Правильный шестиугольникъ ABCDEF, квадратъ стороны котораго $AB^2=a^2=4\sqrt{3}$, раздѣленъ діагоналями, проведенными изъ одной вершины A, на треугольники ABC, ACD, ADE и AEF; въ каждый изъ этихъ треугольниковъ вписана окружность. Вычислить: 1) площади этихъ треугольниковъ и 2) площади, ограниченныя сказанными окружностями.

1715. Одна изъ вершинъ A правильнаго шестиугольника ABCDEF, квадратъ стороны котораго $AB^2 = a^2 = 4\sqrt{3}$, соединена прямыми съ срединами K, I, H, G не прилежащихъ къ ней сторонъ BC, CD, DE, EF. Вычислить площади частей, на которыя дѣлится прав. шестиугольникъ сказанными прямыми.

1716. Въ правильномъ пятиугольникѣ, въ которомъ сторона $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, проведены изъ всѣхъ вершинъ всѣ діагонали, которыя, пересѣкаясь между собою, образуютъ новый правильный пятиугольникъ. Требуется вычислить сторону этого послѣдняго пятиугольника.

1717. Въ правильномъ пятиугольникѣ ABCDE, сторона котораго $a = \sqrt{50(5+\sqrt{5})}$, всѣ стороны AB, BC, CD, DE и EA раздѣлены пополамъ соотвѣтственно въ точкахъ G, H, K, I и F; точки F и G, H и I соединены прямыми FG и HI, а точка K съ F и G—прямыми KF и KG, которыя пересѣкаютъ прямую HI соотвѣтственно въ точкахъ L и N. Вычислить радіусъ r окружности, описанной около $\triangle$ KLN.

1718. Средины сторонъ правильнаго $\triangle$ ABC, изъ которыхъ каждая $= a = \sqrt{3\sqrt{3}}$, соединены прямыми; средины сторонъ полученнаго треуг. опять соединены прямыми и т. д., безъ конца. Найти сумму площадей всѣхъ треугольниковъ.

1719. Средины каждыхъ двухъ смежныхъ сторонъ правильнаго шестиугольника соединены прямыми линіями; средины каждыхъ двухъ смежныхъ сторонъ полученнаго вписаннаго правильнаго шестиугольника опять соединены прямыми и т. д., безъ конца. Найти сумму площадей всѣхъ такимъ образомъ составленныхъ правильныхъ шестиугольниковъ и доказать, что площадь даннаго шестиугольника равна утроенной суммѣ площадей всѣхъ вписанныхъ.

1720. Въ окружность радіуса r вписанъ квадратъ; въ этотъ квадратъ вписана другая окружность, въ которую опять вписанъ квадратъ; въ послѣдній вписана окружность и т. д., безъ конца. Требуется:

1) вычислить сумму радіусовъ всѣхъ этихъ окружностей и сумму длины тѣхъ же окружностей;

2) вычислить сумму площадей круговъ, ограниченныхъ окружностями, и показать, что площадь круга, равномѣрнаго суммѣ всѣхъ круговъ, вдвое болѣе площади даннаго круга.

1721. Данъ квадратъ, сторона котораго $=a$; средины каждыхъ двухъ прилежащихъ сторонъ этого квадрата соединены прямыми, и составленъ новый квадратъ, средины сторонъ котораго такимъ же образомъ соединены прямыми и т. д., безъ конца. Требуется:

1) найти площадь квадрата, равномѣрнаго суммѣ всѣхъ указанныхъ квадратовъ;

2) найти сумму периметровъ всѣхъ этихъ квадратовъ и показать, что если примемъ периметръ p даннаго квадрата за радіусъ r данной въ предыдущей задачѣ окружности, то сумма радіусовъ окружностей предыдущей задачи будетъ равна суммѣ периметровъ квадратовъ, о которыхъ говорится въ этой задачѣ.

1722. Стороны квадрата, изъ которыхъ каждая $=a$, раздѣлены однообразно въ отношеніи $\mathrm{m}:\mathrm{n}$, и каждыя двѣ послѣдовательныя точки дѣленія соединены прямыми, составляющими новый квадратъ. Стороны послѣдняго опять раздѣлены въ отношеніи $\mathrm{m}:\mathrm{n}$ однообразно со сторонами даннаго квадрата и т. д. Найти сумму площадей построенныхъ квадратовъ.

1723. Въ равнобедренный треугольникъ, основаніе котораго $a=198$ арш., вписанъ квадратъ, одна сторона котораго лежитъ на основаніи треуг.; площадь треугольника въ $\mathrm{n}=2{,}020202...$ разъ болѣе площади квадрата. Вычислить высоту h треугольника и сторону k квадрата. — Въ какомъ отношеніи должна находиться высота h треугольника къ основанію a, чтобы площадь треугольника равнялась двойной площади вписаннаго квадрата?

Указ. Вписанный квадратъ отдѣляетъ отъ даннаго треуг. другой равнобедренный треуг., подобный данному; пропорціональность основаній высотамъ есть алгебраическое выраженіе того, что квадратъ вписанъ въ треугольникъ.

1724. На сторонахъ a, b и c треугольника ABC даны точки D, E и F, въ которыхъ эти стороны дѣлятся на отрѣзки: $BD = a_1$, $CD = a_2$; $CE = b_1$, $AE = b_2$; $AF = c_1$ и $BF = c_2$. Выразить чрезъ эти отрѣзки отношеніе площадей $\triangle$DEF къ $\triangle$ABC, основываясь на отношеніи площадей двухъ треугольниковъ, имѣющихъ по равному углу между неравными сторонами. — Какъ упростится рѣшеніе задачи въ слѣдующихъ случаяхъ:

1) когда ED || AC;

2) когда отрѣзки каждой стороны относятся между собою, какъ m : n; при этомъ доказать, что $\triangle$DEF имѣетъ наименьшую площадь, если m = n;

3) когда D, E и F суть средины сторонъ;

4) когда D, E и F суть основанія равнодѣлящихъ противолежащихъ угловъ;

5) когда D, E и F суть основанія высотъ $\triangle$ABC;

6) когда D, E и F суть точки касанія вписанной окружности.

1725. Рѣшить предыдущую задачу (пользуясь еще отношеніемъ площадей двухъ треугольниковъ, имѣющихъ между неравными сторонами по углу, дополняющему другъ друга до двухъ прямыхъ), при слѣдующихъ условіяхъ:

1) когда D и E лежатъ на сторонахъ $\triangle$ABC, а F — на продолженіи третьей стороны;

2) когда D лежитъ на сторонѣ, а E и F — на продолженіяхъ двухъ другихъ сторонъ;

3) когда D, E и F лежатъ на продолженіяхъ сторонъ.

1726. Рѣшить предыдущую задачу въ слѣдующихъ случаяхъ:

1) когда каждая сторона раздѣлена извнѣ въ отношеніи m : n;

2) когда каждая сторона продолжена на свою длину;

3) когда точки D, E и F суть точки касанія трехъ окружностей, изъ которыхъ каждая касается извнѣ къ тремъ прямымъ, образующимъ взаимнымъ пересѣченіемъ равносторонній треугольникъ.

1727. Во всякой трапеціи разность квадратовъ діагоналей относится къ разности квадратовъ непараллельныхъ сторонъ, какъ сумма основаній къ ихъ разности.

1728. По даннымъ сторонамъ a, b, c и d трапеціи вычислить діагонали, высоту и площадь ея.

1729. По даннымъ сторонамъ a, b, c и d вписаннаго въ окружность четыреугольника вычислить діагонали e и f, площадь F этого четыреугольника и радіусъ круга, описаннаго около него.

Указ. Продолжить двѣ противоположныя стороны четыреугольника до ихъ взаимнаго пересѣченія.

1730. Если изъ точки O, взятой внутри $\triangle$ ABC, опущены перпендикуляры на всѣ три стороны, то сумма квадратовъ, построенныхъ на каждыхъ трехъ неприлежащихъ отрѣзкахъ сторонъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на другихъ трехъ неприлежащихъ отрѣзкахъ сторонъ. — Какъ измѣнится задача, когда точка O лежитъ на сторонѣ или внѣ треугольника?

1731. На всѣхъ сторонахъ треугольника построены квадраты и изъ точки, лежащей внутри треугольника, опущены перпендикуляры на всѣ три стороны; эти перпендикуляры продолжены до пересѣченія съ противоположными сторонами квадратовъ и разсѣкаютъ квадраты на прямоугольники. Требуется доказать, что сумма трехъ чрезъ одинъ лежащихъ прямоугольниковъ равна суммѣ другихъ трехъ чрезъ одинъ лежащихъ прямоугольниковъ, и что каждая изъ сказанныхъ суммъ есть половина суммы трехъ квадратовъ. — Какъ измѣнится задача, если точка лежитъ внѣ треугольника?

1732. Если изъ точки, взятой внутри четыреугольника, опустимъ перпендикуляры на всѣ четыре его стороны и на всѣхъ отрѣзкахъ сторонъ построимъ по квадрату, то сумма площадей четырехъ квадратовъ, построенныхъ на неприлежащихъ отрѣзкахъ, равна суммѣ площадей остальныхъ четырехъ квадратовъ.

1733. Если изъ какой-нибудь точки въ плоскости многоугольника на стороны многоугольника опустимъ перпендикуляры, то сумма квадратовъ, построенныхъ на неприлежащихъ отрѣзкахъ, равна суммѣ квадратовъ, построенныхъ на другихъ неприлежащихъ отрѣзкахъ.

1734. Если высоты вписаннаго остроугольнаго треугольника продолжены до пересѣченія съ окружностью, и точки пересѣченія соединены между собою прямыми, то углы новаго треугольника раздѣлятся пополамъ высотами даннаго треугольника. (Зад. 975).

1735. Во всякомъ треугольникѣ сумма площадей квадратовъ, построенныхъ на всѣхъ сторонахъ треугольника, равна удвоенной суммѣ площадей прямоугольниковъ, изъ которыхъ каждый составленъ изъ высоты треуг. и верхняго отрѣзка этой высоты, считая отъ общей точки пересѣченія трехъ высотъ. (Зад. 975).

1736. По тремъ высотамъ h_a, h_b и h_c треугольника, опущеннымъ соотвѣтственно на его стороны a, b и c, вычислить площадь q треугольника.

Рѣш. Должно вставить въ извѣстное выраженіе площади треуг. по тремъ его сторонамъ a, b и c слѣдующія выраженія этихъ сторонъ: $a=\frac{2q}{h_a}$; $b=\frac{2q}{h_b}$ и $c=\frac{2q}{h_c}$ и изъ полученнаго уравненія опредѣлить q.

1737. По тремъ прямымъ l, m и n, соединяющимъ вершины треугольника со срединами противоположныхъ сторонъ, вычислить площадь q треугольника и доказать, что

$$q=\frac{1}{3}\sqrt{2m^2n^2+2l^2m^2+2l^2n^2-m^4-n^4-l^4}=$$

$$=\frac{1}{3}\sqrt{(l+m+n)(l+m-n)(l-m+n)(-l+m+n)}.$$

Вычислить q, если $l=75$, $m=65$ и $n=70$.

Указ. Должно выразить высоту треугольника и площадь его чрезъ квадраты сторонъ и потомъ квадраты сторонъ — чрезъ квадраты l, m и n.

1738. Изъ вершинъ квадрата, какъ центровъ, радіусами, равными половинѣ стороны его, описаны окружности, и часть площади квадрата, лежащая между этими окружностями, равна 343,4 кв. арш. Вычислить радіусъ круга, вырѣзокъ (секторъ) котораго, соотвѣтствующій дугѣ, равной половинѣ радіуса, равномѣренъ указанному квадрату. Число $\pi=3,1415$.

1739. Изъ всѣхъ вершинъ правильнаго шестиугольника, какъ изъ центровъ, описаны окружности радіусами, равными половинѣ стороны a шестиугольника. Вычислить часть площади этого шестиугольника, заключенную между указанными окружностями.

1740. Въ правильномъ шестиугольникѣ проведена меньшая діагональ; и вписана окружность въ треугольникъ, отдѣленный сказанною діагональю отъ шестиугольника. По данному радіусу $r = 2\sqrt{3} - 3$ вписанной въ треугольникъ окружности вычислить площадь круга, ограниченнаго окружностью, вписанной въ шестиугольникъ.

1741. Изъ вершины правильнаго шестиугольника описана окружность радіусомъ, равнымъ меньшей діагонали шестиугольника, и часть его площади, лежащая внѣ описанной окружности, $= 64,5$ кв. фут. Вычислить сторону правильнаго шестиугольника, принимая $\pi = 3,1415$ и вычисляя $\sqrt{3}$ съ точностью $0,001$.

1742. Въ окружность вписанъ правильный треугольникъ, площадь котораго $s = 27$ квадр. единицамъ; площадь правильнаго шестиугольника, описаннаго около данной окружности, въ шесть разъ болѣе площади правильнаго треугольника, описаннаго около нѣкоторой другой окружности. Найти радіусъ послѣдней окружности.

1743. Построить окружность, вписанную въ прямоугольный треугольникъ, по данной гипотенузѣ и суммѣ катетовъ послѣдняго.

Вычислить радіусъ сказанной окружности, если сумма катетовъ прямоугольнаго треугольника $= 23$ фут., а гипотенуза $= 17$ фут.

1744. Построить квадратъ, равномѣрный прямоугольному треугольнику, по данной гипотенузѣ и разности катетовъ послѣдняго.

Вычислить діагональ сказаннаго квадрата, если разность катетовъ прямоугольнаго треуг. $= 45$ фут., а площадь квадрата, построеннаго на гипотенузѣ, $= 2417$ квадр. фут.

1745. Построить окружность, описанную около прямоугольнаго треугольника, по данному катету и по даннной суммѣ гипотенузы и другого катета этого треугольника.

Вычислить радіусъ построенной окружности, если данный катетъ $= 24$ фут., а сумма гипотенузы и другого катета $=$ 32 фут.

1746. Построить прямоугольникъ, стороны котораго находятся въ данномъ отношеніи, и который равномѣренъ прямоугольному треугольнику, по данному катету и данной разности гипотенузы и другого катета указаннаго треугольника.

Вычислить стороны построеннаго прямоугольника, если двѣ изъ нихъ находятся въ отношеніи $3,(714285):3$; данный катетъ $=13$ фут., и данная разность гипотенузы и другого катета $=1$ футу.

1747. Вычислить радіусъ окружности, вписанной въ вырѣзокъ (секторъ) круга радіуса r, если уголъ вырѣзка при центрѣ круга $=60^\circ$.

1748. Двѣ равныя окружности пересѣкаются подъ прямымъ угломъ (т.-е. касательныя въ точкѣ пересѣченія взаимно перпендикулярны). По данной площади $s=2,283$ кв. арш. части, общей кругамъ, ограниченнымъ сказанными окружностями, вычислить радіусы r окружностей, принимая $\pi=3,1415$.

1749. Внутри окружности O, на разстояніи OA отъ ея центра, равномъ сторонѣ правильнаго вписаннаго въ эту окружность десятиугольника, взята точка A; геометрическое мѣсто срединъ всѣхъ хордъ, проходящихъ чрезъ точку A, есть новая окружность, діаметръ которой OA. По данной площади $s=6-2\sqrt{5}$ круга, ограниченнаго послѣдней изъ указанныхъ окружностей, вычислить сторону квадрата, равномѣрнаго кругу, ограниченному первой окружностью.

1750. Три стороны треугольника приняты за стороны правильныхъ многоугольниковъ, а именно: пяти-, шести- и восьмиугольника; площади этихъ трехъ многоуг. относятся соотвѣтственно, какъ

$$3125:294\sqrt{15-6\sqrt{5}}:4608\sqrt{(5-2\sqrt{5})(3+2\sqrt{2})};$$

при томъ площадь круга, описаннаго около упомянутаго правильнаго шестиугольника $=154$. Вычислить площадь треугольника, принимая $\pi=\frac{22}{7}$.

1751. Дана окружность O радіуса r; изъ трехъ вершинъ равносторонняго треугольника, какъ центровъ, радіусами, равными его сторонамъ, описаны дуги, соединяющія вершины треугольника и ограничивающія взаимнымъ пересѣченіемъ нѣкоторую криволинейную фигуру, площадь которой въ шесть разъ болѣе разности: площади круга, описаннаго радіусомъ, равнымъ сторонѣ правильнаго треугольника, вписаннаго въ данную окружность O, и площади правильнаго шестиугольника, имѣющаго сторону, равную сторонѣ квадрата, вписаннаго въ окружность O. Вычислить сторону x равносторонняго треугольника.

1752. Изъ трехъ равныхъ между собою окружностей каждая касается извнѣ двухъ остальныхъ. По данной площади треугольника, образуемаго прямыми, соединяющими центры указанныхъ окружностей, вычислить:

1) площадь, заключенную между данными окружностями;

2) радіусъ окружности, описанной около трехъ данныхъ окружностей, и къ которой три данныя касаются изнутри.

1753. Вычислить площадь круга, вписаннаго въ вырѣзокъ (секторъ) даннаго круга радіуса $r=1+\sqrt{2}$, если уголъ вырѣзка при центрѣ даннаго круга $=90^{\circ}$.

1754. Изъ точки, взятой на разстояніи 1 отъ окружности, проведена къ этой окружности касательная, длина которой $=\sqrt{5+2\sqrt{3}}$. Вычислить сторону правильнаго двѣнадцатиугольника, описаннаго около сказанной окружности.

1755. На четырехъ сторонахъ квадрата, какъ на діаметрахъ, описаны внутри его полуокружности, которыя взаимнымъ пересѣченіемъ образуютъ фигуру, имѣющую видъ четырехлепестника. По данной площади $s=228{,}3$ кв. фут. одного изъ четырехъ равныхъ лепестковъ вычислить сторону квадрата и часть площади его, лежащую между двумя лепестками. Число $\pi=3{,}1415$.

1756. Въ ромбѣ, сторона котораго равна a, и уголъ одной изъ его сторонъ съ меньшей діагональю ромба $=60^{\circ}$, вписаны четыре равныя окружности такъ, что каждая изъ нихъ касается одной стороны ромба и двухъ другихъ окружностей; между четырьмя указанными окружностями вписана еще пятая окружность, касающаяся извнѣ каждой изъ остальныхъ четырехъ окружностей. Вычислить часть площади ромба, лежащую между всѣми пятью окружностями.

1757. Изъ точки, взятой внѣ окружности, проведены двѣ касательныя къ этой окружности, образующія между собою уголъ въ 120°, и часть плоскости, лежащая между касательными и окружностью, равна s. Вычислить радіусъ r окружности.

1758. Двѣ окружности, радіусы которыхъ r и $2r$, пересѣкаются такъ, что хорда пересѣченія равняется радіусу большей окружности. Вычислить площадь s, общую обоимъ кругамъ, ограниченнымъ сказанными окружностями.

1759. Концентрическими окружностями раздѣлить площадь круга радіуса r на n равномѣрныхъ частей и вычислить радіусы полученныхъ окружностей.

1760. По данной площади $s=\sqrt{3}$ круга, касающагося стороны правильнаго треугольника и продолженій двухъ другихъ сторонъ его, вычислить площадь этого треугольника.

1761. Вычислить часть площади круга радіуса $r=12$ фут., заключенную между двумя параллельными хордами, лежащими по одну сторону центра, изъ которыхъ одна есть сторона квадрата, а другая — сторона правильнаго шестиугольника, вписанныхъ въ данный кругъ, принимая $\pi=3{,}1415$ и ограничиваясь тремя десятичными знаками при извлеченіи корня изъ числа 3.

1762. Изъ точки, взятой внѣ окружности радіуса $r=3$ фут. и находящейся на разстояніи $2r$ отъ центра окружности, проведены къ этой окружности двѣ касательныя прямыя. Вычислить площадь, заключенную между окружностью и касательными, принимая $\pi=3{,}1415$ и вычисляя $\sqrt{3}$ съ тремя десятичными знаками.

1763. Стороны треугольника суть: $a=13$, $b=14$ и $c=15$; двѣ изъ нихъ a и b служатъ касательными къ окружности, центръ которой лежитъ на третьей сторонѣ c. Вычислить радіусъ r окружности.

1764. Къ двумъ равнымъ касающимся извнѣ окружностямъ радіуса r проведена общая касательная прямая по одну сторону ихъ центровъ. По данному разстоянію a между точками прикосновенія этой прямой вычислить площадь, лежащую между указанной прямой и двумя окружностями, и доказать, что опредѣляемая площадь на половину круга, ограниченнаго одной изъ данныхъ окружностей, менѣе площади вписаннаго въ эту окружность квадрата.

1765. Изъ точки, взятой на продолженіи прямой центровъ двухъ извнѣ касающихся окружностей, проведены двѣ общія касательныя къ этимъ окружностямъ, и эти касательныя образуютъ между собою уголъ въ $n^{\circ} = 60^{\circ}$. Вычислить часть площади, заключенную между одной изъ касательныхъ прямыхъ и обѣими окружностями, зная радіусы R и r послѣднихъ.

1766. Изъ трехъ равныхъ между собою окружностей радіуса $r = 3$ каждая касается извнѣ двухъ остальныхъ. Вычислить:

1) площадь круга, окружность котораго проходитъ чрезъ точки касанія данныхъ окружностей;

2) площадь, лежащую между данными окружностями.

1767. Изъ трехъ равныхъ между собою окружностей каждая касается извнѣ двухъ остальныхъ. По данной площади $s = 9\sqrt{3}$ треугольника, образуемаго прямыми, соединяющими центры указанныхъ окружностей, вычислить съ точностью 0,01 радіусъ окружности, лежащей между тремя данными и касающейся извнѣ каждой изъ нихъ.

1768. Изъ трехъ окружностей, радіусы которыхъ r, r_1 и r_2, каждая касается извнѣ двухъ остальныхъ. Вычислить радіусъ R окружности, проходящей чрезъ центры трехъ данныхъ окружностей.—Разсмотрѣть случай, когда данныя окружности равны между собою, и площадь круга, ограниченнаго каждой изъ нихъ, равна 3π квадратнымъ единицамъ.

1769. Въ равносторонній треугольникъ вписаны три равныя между собою окружности такъ, что каждая изъ нихъ прикасается къ двумъ сторонамъ треугольника и извнѣ—къ двумъ остальнымъ окружностямъ. По данному радіусу одной изъ этихъ окружностей вычислить площадь треугольника и части его, лежащія внѣ окружностей.

1770. Меньшая изъ двухъ окружностей катится по большей, находясь внѣ послѣдней, и дѣлаетъ полный оборотъ; радіусъ r меньшей окружности втрое менѣе радіуса большей; часть плоскости, описанной двигающейся окружностью, въ 1,58(3) раза болѣе площади нѣкотораго круга. Найти радіусъ x этого круга.

1771. Въ окружность радіуса $R = \sqrt{5} + 1$ вписанъ правильный пятиугольникъ. Вычислить площадь круга, вписаннаго въ треугольникъ, образованный двумя прилежащими сторонами и діагональю указаннаго правильнаго пятиугольника.

1772. Изъ точки A, взятой на окружности радіуса $R=10$ арш., описана окружность радіусомъ r, равнымъ сторонѣ вписаннаго въ окружность радіуса R правильнаго пятиугольника. Вычислить съ точностью 0,1 часть площади круга радіуса R, лежащую внѣ круга радіуса r.

1773. Изъ четырехъ окружностей каждая касается трехъ прямыхъ, образующихъ взаимнымъ пересѣченіемъ треуг. ABC, такъ, что одна изъ этихъ окружностей вписана въ $\triangle ABC$, а каждая изъ трехъ остальныхъ лежитъ внѣ треугольника, касается одной стороны его и продолженій двухъ другихъ сторонъ; три послѣднія окружности касаются сторонъ BC, AC и AB соотвѣтственно въ точкахъ D, E и F такъ, что образуются отрѣзки: $BD=AE=a_1$, $CE=BF=b_1$ и $AF=CD=c_1$.

По указаннымъ отрѣзкамъ вычислить:

1) площадь $\triangle ABC$;

2) радіусъ вписанной окружности;

3) радіусы трехъ остальныхъ окружностей;

4) доказать, что стороны треугольника, образуемаго чрезъ соединеніе центровъ трехъ окружностей, лежащихъ внѣ даннаго треугольника, проходятъ чрезъ вершины послѣдняго; вычислить стороны и площадь разсматриваемаго треугольника.

Отвѣты на числовыя задачи.

Стран. 1.

1. 5 дюйм. **2.** 84 мет. **3.** 1 верш. **4.** 14; 20,24.
5. 8. **6.** 2,226 мет. **7.** $2b$. **8.** $2a-s=23{,}4$.
9. $s-2b=23{,}4$. **10.** $2a-d=78$. **11.** $2b+d=78$.
12. $\frac{s+d}{2}=50{,}7$ и $\frac{s-d}{2}=27{,}3$. **13.** 1, 2; 7,2.
14. $\frac{10}{11}$; $3\frac{2}{11}$. **15.** 2,8; 6,4 дюйма. **16.** 5 дюйм.
17. $19\frac{7}{9}$ дюйма. **18.** $\frac{1}{4}$ мет. **19.** 8. **20.** 4,8 дюйма.
21. 7,63. **22.** 6,73. **23.** $a+\frac{b}{10}+\frac{c}{100}$.
24. $100a+10b+c+\frac{b'}{10}+\frac{c'}{100}$.

Стран. 6.

65. $36^\circ 48' 53''$. **66.** $25^\circ 35' 28''$. **67.** $172^\circ 21' 6''$.
68. $3^\circ 22' 54''$. **69.** 162. **70.** $20^\circ 9' 36''$ и $339^\circ 50' 24''$.
71. $76^\circ 40'$. **72.** $107^\circ 41' 24''$.
73. $44^\circ 14' 30''$. **74.** $163^\circ 4' 28''$. **75.** $44^\circ 4' 23''$.

Стран. 9.

102. $\frac{d}{4}$; $\frac{2d}{7}$; $\frac{5d}{6}$; 42°; $74^\circ 32'$ и $53^\circ 42' 46''$.
103. $\frac{b-a}{b}d$; $\frac{n}{m}d$; $\frac{2b}{a+b}d$ и $\frac{3b-a}{a+2b}d$.
104. $77^\circ 45' 36''$. **105.** 7°.
106. 55°. **107.** 115° или 65°.
108. $\angle EAC=\frac{22d}{17}$; $\angle EAD=\angle BAC=\frac{5d}{17}$ и $\angle DAB=\frac{12d}{17}$.

109. 30°; 90° и т. д. **110.** 20°; $138^\circ30'$ и т. д.

111. Большой уголъ$=\frac{s+d}{2}$; 45°; $81^\circ18'21''$ и меньшій уголъ$=\frac{s-d}{2}$; 33°; $26^\circ58'9''$.

112. $\frac{7d}{5}$; $\frac{d}{6}$; $1^3/_5 d$ и $0{,}74d$.

113. $\frac{2b-a}{b}d$; $\frac{m+n}{m}d$; $\frac{a+3b}{a+b}d$; $\frac{5b}{a+2b}d$.

114. $90^\circ34'$.

115. $\frac{5}{8}d$ и $\frac{11}{8}d$; $\frac{3}{5}d$ и $\frac{7}{5}d$; $\frac{13}{18}d$ и $\frac{23}{18}d$; $0{,}4d$ и $1{,}6d$; $0{,}25d$ и $1{,}75d$.

116. 75°. **117.** 45°; 36° и $\frac{180^\circ}{n}$. **118.** 108°.

119. 20° **120.** 30°; 60° и 90°. **121.** 90°.

122. Меньшій уголъ$=4^\circ30'$. **123.** d.

124. $\frac{11}{16}d$ и $\frac{21}{16}d$. **125.** $\frac{d}{2}$ и $1^1/_2 d$. **126.** $17^\circ42$.

127. 9°; 10° и 24°. **128.** 32 и 9. **129.** $0{,}3d$.

130. 24°; 72°; 96° и 168°. **131.** $\frac{19}{11}d$; $\frac{3}{11}d$ и $\frac{19}{11}d$.

132. 72° и 108°; 150° и 30°; 126° и 54°.

133. $59^\circ45'$.

Стран. 13.

148. Паралл. **149.** Другой внутр. одност. уг.$=0{,}87d$.

150. $0{,}15d$. **151.** 72°.

152. Смежный внѣшн.$=\frac{11}{6}d$. **153.** d.

154. $\frac{a+b}{n}=\frac{2d}{n}$, или $\frac{a-b}{n}=\frac{2(d-b)}{n}$.

155. $\frac{2d(n-1)-a(n-2)}{n}$. **156.** $\angle$BML увеличить на 11°.

157. $\angle$CNL увелич. на 39°.

Стран. 15.

168. 2,7 дюйм. **169.** 9,75 дюйм.
170. $32^{\circ}26'54''$. **171.** $64^{\circ}26'35''$.
172. $\frac{d}{3}$. **173.** $133^{\circ}42'24''$ или $46^{\circ}17'36''$.
174. $64^{\circ}43'$ или $115^{\circ}17'$.

Стран. 18.

195. 8 дюйм. **196.** $\frac{3}{8}$ окружн. **197.** $\frac{7}{30}$.
198. $74^{\circ}46'53''$. **199.** Не проходитъ. **200.** $34^{\circ}2'18''$.
201. $2\frac{1}{4}$ дюйма. **202.** $54^{\circ}42'35''$. **203.** $19^{\circ}8'43''$.
204. $56^{\circ}31'30''$. **205.** $97^{\circ}30'50''$.

Стран. 23.

265. 1-я можетъ; 2-я и 3-я — нѣтъ.
266. 2; равноб. $\triangle$-къ.
267. 1 арш. **268.** 53 и 9. **269.** 8 вершк.
270. 4 или 5... или 14; 4 или 5, или 6.
271. Основ. $=1,3$; бок. стор. $=1,56$.
272. 13,32 и 11,88.
273. Основ. $=10\frac{5}{6}$ и бок. стор. $=14\frac{1}{12}$ или основ. $=15\frac{1}{6}$ и бок. ст. $=11\frac{11}{12}$.
274. $AB=5,6875$; $BC=5,875$.
275. $AB=24,89$; $BC=17,97$ и $AC=20,1$.
276. $12\frac{5}{12}$; $17\frac{11}{12}$; $21\frac{5}{12}$.
277. 72 саж.; треуг. нельзя построить.
278. 1) $\frac{5}{6}d$; 2) $112^{\circ}58'7''$; 3) $\frac{d}{3}$.
279. 1) и 3) — не можетъ; 2) и 4) — можетъ.
280. Прямоуг.; тупоуг.; остроуг.
281. $\angle A=80^{\circ}27'48''$; $\angle B=55^{\circ}50'52''$ и $\angle C=43^{\circ}41'20''$.
282. $\angle A=68^{\circ}48'$; $\angle B=40^{\circ}16'$ и $\angle C=70^{\circ}56'$.
283. $\angle A=75^{\circ}58'$; $\angle B=60^{\circ}39'$ и $\angle C=43^{\circ}23'$.
284. $\angle A=120^{\circ}$; $\angle B=45^{\circ}$ и $\angle C=15^{\circ}$.
285. 1) $\angle B=65^{\circ}33'61''$ и 2) $\angle A=141^{\circ}8'28''$.

286. $\angle$ при верш. $=51^\circ 44'$ и при основ. $=64^\circ 8'$.
287. $\angle$ при верш. $=12^\circ$ и при основ. $=84^\circ$.
288. $\angle$ при верш. $=63^\circ 32' 32''$ и при основ. $=58^\circ 13' 44''$.
289. Прямоуг.; тупоуг.; остроуг. **290.** $0{,}25d$ и $0{,}75d$.
291. $72^\circ 32'$ и $34^\circ 56'$.
292. Остальн. внутрен. углы: $101^\circ 50'$ и $59^\circ 50'$.
293. Внутрен. углы: 81°; $64^\circ 20'$ и $34^\circ 40'$. **294.** $142^\circ 25'$.
295. $\frac{37}{32}d$. **296.** $84^\circ 50'$; $47^\circ 35'$ и $47^\circ 35'$.
297. $\angle A=107^\circ 25'$; $\angle B=30^\circ 5'$ и $\angle C=42^\circ 30'$.
298. 60°. **299.** 120°; $\frac{n-1}{n+1}2d$.
300. $\angle A=79^\circ 15'$; $\angle B=63^\circ 24'$; $\angle C=37^\circ 21'$.
301. 45°; 120°; $\frac{2d}{n-1}$.
302. $\angle B=70^\circ 11' 20''$; $\angle C=37^\circ 30' 4''$.
303. 45°. **304.** 45°. **305.** 62°. **306.** 68°.
307. d. **308.** $\angle A=103^\circ 23'$ и $\angle C=18^\circ 9' 24''$.
309. $\angle B=48^\circ 18' 19''$ и $\angle C=84^\circ 52' 51''$.

Стран. 43.

523. 45°. **524.** 21 футъ. **525.** 6 фут. **526.** 6 и 12.
527. 34,2 и 62,7. **528.** $68^\circ 26'$ и $111^\circ 34'$. **529.** 60°.
530. 35 фут. **531.** $49^\circ 45'$ и $130^\circ 15'$.
532. $97^\circ 1' 30''$ и $82^\circ 58' 30''$.
533. 6 фут. 8 дюйм. 5 лин. и 8 фут. 7 дюйм. **534.** 90°.
535. $102^\circ 36' 24''$ и $77^\circ 23' 36''$. **536.** 64° и 116°.
537. $ab=33{,}6$; $bc=16{,}8$ и $BC=25{,}2$.
538. $95^\circ 39' 24''$; $1\frac{3}{8}$d.
539. $102^\circ 17' 30''$ и $77^\circ 42' 30''$. **540.** $\frac{a+2b}{4}$ и $\frac{a-2b}{4}$; 42 и 30; 48 и 25.
541. 120° и 60°. **542.** 25 фут. 5 дюйм. и 12 фут. 11 дюйм.
543. 5,3 мет. **544.** 64 фут. и 40 фут.
545. $AC=29{,}96$ дюйм. и $BD=23{,}96$ дюйм.
546. 25 фут. 2 дюйма и 10 фут. 6 дюйм.

547. $AB=10{,}125$ дюйм.; $BC=5$ дюйм.; $ab=7$ дюйм. и $bc=3$ дюйм.

548. $54^\circ 40' 24''$ и $151^\circ 11' 40''$.

549. $\angle A=83^\circ 33'$; $\angle B=134^\circ 40'$; $\angle C=45^\circ 20'$ и $\angle D=96^\circ 27'$.

550. $\angle A=53^\circ 20'$; $\angle B=144^\circ$; $\angle C=36^6$ и $\angle D==126^\circ 40'$.

551. $107^\circ 44' 34''$.

552. $\angle A=\angle B=63^\circ$; $\angle C=\angle D=117^\circ$.

553. 24 и 16 ф. **554.** 20,5 вершк. **555.** $112\frac{19}{30}$ дюйма.

556. 33 дюйма и 28, 2 дюйма. **557.** 14,9 дюйм. и 29,8 дюйма.

558. $4\frac{3}{4}$ фута. **559.** $51\frac{7}{12}$ арш.

560. Параллельныя стороны: 28 и 16; непарал. стор. $=32$.

561. $51^\circ 58' 14''$; $2\frac{11}{60}$d. **562.** $123^\circ 46' 30''$; $148^\circ 58' 30''$; 40° и $47^\circ 15'$.

Стран. 55.

664. 32d; 70d; 80d и 2002d.

665. $\frac{6}{5}$d; $\frac{4}{3}$d; $\frac{3}{2}$d; 1,6d; $\frac{26}{15}$d; $\frac{16}{9}$d; $\frac{11}{6}$d; $\frac{1535}{768}$d; $\frac{2d(n-2)}{n}$.

666. 23; 713; 4733; 24291; $\frac{m+4}{2}$.

667. 15; 24; 6; 10; 8; 32 и $\frac{360}{180-m}$.

668. $\frac{d}{3}$; $\frac{2}{7}$d; $\frac{d}{4}$; $\frac{4}{25}$d; $\frac{d}{9}$; $\frac{d}{12}$; $\frac{d}{18}$; $\frac{d}{24}$ и $\frac{4d}{n}$.

669. 16; 48; $\frac{360}{m}$. **670.** 399; $\frac{2(180-m)}{m}$.

671. 287; 191; 1373; $\frac{m}{180}-1$. **672.** 6.

Стран. 58.

698. 6 ар. 4 вершка и 9 ар. 6 вер. **699.** Одна внѣ другой.

700. Одна внѣ другой. **701.** Касаются извнѣ.

702. 14,25 дюйм. Касаются извнѣ. **703.** Касаются изнутри.

704. Пересѣкаются. **705.** Одна внутри другой.

706. Одна внѣ другой.

Стран. 67.

784. $\frac{151}{35}$. **785.** 2 арш. 7 вер. и 11,25 вер. **786.** 4 дюйм.
787. 3,2 верш. **788.** $\frac{1}{35}$ ар.; $\frac{1}{77}$ ар.; $\frac{1}{850}$ ар.; 0,001 фута.
789. 1611 арш. **790.** $\frac{1}{28}$ арш.
791. $\frac{1}{700}$ арш. **792.** 0,28 фут. и 1,05 фут.
793. 30 ар. и $\frac{25}{14}$ ар. **794.** 94 ар. 8 вер. **795.** 2,38 и 2,37.
796. 0,75; 0,78; 0,08 и 0,24. **797.** 0,65; 2,9 и 2,57.
798. $\frac{AB}{AF} > 1$ и $< 1,1$; $\frac{AB}{AC} > 10$ и < 11; $\frac{AB}{AD} > 3^1/_3$ и $< 3^2/_3$; $\frac{AB}{AE} > \frac{5}{3}$ и $< \frac{11}{6}$; $\frac{AB}{CD} > 5$ и $< 5,5$; $\frac{AB}{CE} > 2$ и $> 2,2$; $\frac{AB}{CF} > \frac{10}{9}$ и $< \frac{11}{}$.
799. 18 фут. **800.** 2,7 фут. **801.** 6,12; 7,92 и 21,96.
802. 240; 300 и 374 фута. **803.** 45 фут. и 12 фут.
804. 4; 20; 8. **805.** 21,6; $13^1/_3$ и $1^7/_9$.
806. 18 вершк. **807.** 3,65625. **808.** 4,9.
809. 7,2 или $\frac{80}{9}$. **810.** $13^1/_3$; $9^1/_3$ и 8.
811. 3,5; 4,2 и 2,8. **812.** $\sqrt{5}-1$ фут.

Стран. 73.

851. $\begin{cases} 30^0 \text{ и } 150^0;\ 20^0 \text{ и } 160^0;\ 45^0 \text{ и } 135^0;\ 72^0 \text{ и } 108^0; \\ 50^0 \text{ и } 130^0;\ 42^0 11' 15'' \text{ и } 137^0 48' 45''. \end{cases}$
852. 60^0; 129^0; 108^0; 51^0; 12^0.
853. 1) $\angle DOF$; 2) 7,5; 3) 3; 4) $\frac{10}{3}$; $\frac{4}{15}$; $3\frac{1}{2}$; 5.
854. 18^0 и 72^0. **855.** 40^0 и 50^0. **856.** 30^0; 50^0 и 100^0.
857. 66^0; 36^0 и 78^0.
858. 270^0; 135^0; $67^0 30'$; 45^0 и $22^0 30'$.
859. $22^0 30'$ и $157^0 30'$. **860.** 4,5 и 2,5.
861. $115^0 12'$ и $244^0 48'$. **862.** $188^0 44' 15''$.
863. $9^0 54'$ и $234^0 54'$. **864.** $42^0 8' 43''$. **865.** $21^0 36'$.
866. $158^0 24'$. **867.** $37^0 44' 28''$. **868.** $13^0 30'$.
869. $78^0 58'$ или $25^0 38'$. **870.** 30^0 и 150^0.
871. 40^0 и 50^0; 15^0 и 75^0.
872. $93^0 20'$; 100^0; $81^0 40'$ и 80^0.

873. $53^\circ 26' 15''$ и $36^\circ 33' 45''$.
874. 36°; 66°; 78°. **875.** $39^\circ 35' 44''$. **876.** $8^\circ 39' 24''$.
877. $27^\circ 51' 20''$. **878.** $45^\circ 24' 37''$. **879.** $52^\circ 40' 35''$.
880. 90°; 60° и 30°.
881. $\smile AB = 114^\circ 30'$ и $\smile AC = \smile BC = 122^\circ 45'$.
882. 72°. **883.** 96° и 84°.
884. $105^\circ 29' 20''$. **885.** 100° и $62^\circ 30'$.
886. $77^\circ 12'$ и $19^\circ 18'$; $69^\circ 7' 39''$ и $7^\circ 40' 51''$.
887. $13^\circ 10' 30''$ и $166^\circ 49' 30''$. **888.** 48°.
889. $63^\circ 25' 40''$. **890.** $154^\circ 50'$ и $58^\circ 10'$.
891. 51° и $6^\circ 30'$. **892.** $126^\circ 24'$ и $53^\circ 36'$.
893. $148^\circ 28' 40''$. **894.** $74^\circ 23'$.
895. $44^\circ 15'$. **896.** $131^\circ 15'$.

Стран. 81.

931. 1) $b_1 = 22$ и $c_1 = 27$; 2) $a_1 = 39$ и $c_1 = 69$; 3) $a_1 = 0{,}9$ и $b_1 = 1{,}2$; 4) $a_1 = 17{,}52$ и $b_1 = 15{,}33$; 5) $b_1 = 0{,}03$ и $c_1 = 0{,}05$.

932. 1) 11,22; 2) 16,5.

933. 1) 20,35 и 35,15; 2) 62,3 и 61,38.

934. 1) 1,5; 2) 39.

935. 1) 10,8; 2) 72,8. **936.** 1) $4^{11}/_{16}$; 2) 2,7.

937. 1) 27; 2) $24^{3}/_{16}$.

938. 1) $131^{1}/_{3}$; 2) $112^{1}/_{8}$; 3) $42^{1}/_{6}$; 4) 212; 5) 217.

939. $4^{2}/_{3}$ дюйм. **940.** $AC = 2{,}28$; $BC = 2{,}4$; $ac = 0{,}38$.

941. 4. **942.** 2 фута. **943.** $ac = 9$ лин.; $ab = 15$ лин. и $bc = 45$ лин.

944. $ab = 5{,}5$ д.; $ac = 6$ д. и $bc = 1$ д. **945.** 7,8 дюйма.

946. 1) 1,44; 2,016 и 1,344; 2) 3,625, 4,75 и 5,5.

947. 90 саж. и 15 с. **948.** $AB = 6{,}75$. **949.** 23,04 саж.

950. 10 вершк. **951.** Основ. $= 7{,}2$ д.; высота $= 2{,}4$ дюйм.

952. 6 фут. **953.** $\dfrac{ph_1}{h + h_1}$ и $\dfrac{ph}{h + h_1}$.

954. 5,64. **955.** 12,5 вершка.

956. Если точка пересѣченія діагоналей лежитъ между EF и AD, то каждый крайній отрѣзокъ $= d \cdot \dfrac{a - m}{a}$; средній $= \dfrac{(b + d)m}{a} - d$. Когда $m = \dfrac{3ad}{b + 3d}$. Когда $m = \dfrac{ad}{b + d}$.

957. Если точка пересѣченія діагоналей лежитъ между EF и CD, то отрѣзки суть: $\frac{am}{b}$; $\left(1-\frac{m}{b}-\frac{m}{d}\right)$; $\frac{am}{d}$.

Когда $m=\frac{bd}{2(b+d)}$. Когда $m=\frac{bd}{b+d}$.

958. 2,4; 2,8; 3,2; 3,6;...

959. 2,4; 4; 2,2; 3 и 4,4 фута. **960.** 3,75 саж.

961. $4^2/_7$ дюйма. **962.** $22^8/_{11}$ и $27^2/_{11}$.

963. 6 арш. 12 вершк. и 5 арш. 1 верш. **964.** 90 и 126.

Стран. 95.

1034. 24 фута. **1035.** 34 вершка. **1036.** 8,1 и 0,9 дюйма.

1037. 15,6 дюйма. **1038.** 16 вершк. **1039.** 10 дюйм.

1040. AC=17,25; CB=9,75; AD=9,6 и DB=17,4 дюйма.

1041. 5 и 7.

1042. 15 дюйм. и 31,25 д. **1043.** 40 и 10.

1044. 9; 12 и 18 фут. **1045.** 70 фут. **1046.** 24 вершка.

1047. 15 и 33 дюйма. **1048.** 350 фут.

1049. 60 вершк.

1050. 78 фут. и 104 фута. **1051.** 7,6 и 5,7.

1052. 57,5 и 47,5. **1053.** 1) 19; 2) 0,32.

1054. Почти 16,18 дюйма. **1055.** Почти 28,28 дюйма.

1056. $\frac{1}{3}$.

Стран. 102.

1103. 1) $a=51$; $p=30^{12}/_{17}$; $q=11^5/_{17}$ и $h=21^3/_{17}$.
2) $a=6$; $p=3,84$; $q=2,16$ и $h=2,88$.

1104. $p=11,7$; $q=20,8$.

1105. $c=2,94$; $p=1,22$; $q=5,87$; $h=2,67$.

1106. $a=170,05$; $c=113,77$; $p=76,12$; $q=93,8$.

1107. $a=18,12$; $b=13,45$; $q=9,99$; $h=9,01$.

1108. 1) $b=53,57$; $c=61,23$; $h=40,32$.
2) $h=84$; $b=84\sqrt{17}$; $c=21\sqrt{17}$.

1109. 1) $a=15000$; $b=14400$; $c=4200$; $q=13824$.
2) $a=13^1/_3$; $b=10^2/_3$; $c=8$; $q=8^8/_{15}$.

1110. $a=32$; $c=21,16$; $q=18$. **1111.** $a=23,4$.

1112. $h=29,16$. **1113.** $c=9,3$; $a=15,5$.

1114. 1) $b=13,535$; $c=6,465$. 2) $b=29,2$; $c=21,9$.

1115. $b=32,835$; $c=22,835$.
1116. $a=32$; $b=30,58$; $c=9,42$.
1117. $a=50$; $b=40$; $c=30$.
1118. $a=41,66$; $b=33,33$; $c=25$.
1119. $a=25$; $b=24$; $c=7$. **1120.** $a=5,1$; $b=4,5$; $c=2,4$.
1121. $a=7$; $p=6$; $b=\sqrt{7}$ и $c=\sqrt{42}$.
1122. $a=75$; $b=72$; $c=21$.
1123. $a=965$; $b=840$; $c=475$.
1124. $a=5$; $b=4,8$; $c=1,4$.
1125. $a=61$; $b=60$; $c=11$.
1126. $a=6,5$; $b=5,2$; $c=3,9$.
1127. $a=101$; $b=99$; $c=20$.
1128. $a=113$; $b=112$; $c=15$.
1129. $a=7,8$; $b=7,2$; $c=3$.
1130. 6,5 саж. **1131.** 5,2 саж. **1132.** Почти 5,94.
1133. 6,062. **1134.** AC$=5,76$ дюйма. **1135.** 5,2 дюйма.
1136. Катеты суть: $2\sqrt{\dfrac{4l^2-k^2}{15}}$ и $2\sqrt{\dfrac{4k^2-l^2}{15}}$; гипотенуза $=0,4\sqrt{5(k^2+l^2)}$.
1137. 5 дюйм. **1138.** $2\sqrt{89}=18,86$ фут.
1139. $40(\sqrt{2}-1)=16,56$. **1140.** $40(\sqrt{2}+1)=96,56$.
1141. $b=0,169$; $h_b=0,17$.
1142. 1) $h_a=9$; $h_b=17,5$. 2) $h_a=94,59$; $h_b=79,1$.
1143. $a=64,26$; $h_b=44,32$.
1144. $b=32,5$; $h_a=21,9$. **1145.** $a=7,05$; $b=3,68$.
1146. $a=368,75$; $b=213,86$; $h_b=186,8$.
1147. $a_1=99$ или $a_2=14,13$.
1148. $a_1=48$ и $h_1=7$ или $a_2=40$ и $h_2=15$.
1149. 1) $a=28$; $h_a=4,8$. 2) $a=4,8$; $h_a=14,3$.
1150. $a=1584$; $b=808$. **1151.** $a=9,6$; $b=19,5$.
1152. $a=62,4$; $b=32,5$; $h_a=9,1$.
1153. $a=8,7$; $b=4,93$; $h_a=2,32$.
1154. $a=33$; $b=17$; $h_a=15$.
1155. $a=3$; $b=2,5$; $h_b=2,4$.
1156. 90 фут. **1157.** 22,5. **1158.** 17,5 и 10,5.
1159. 1) A$>d$; 2) C$>d$; 3) C$=d$; 4) остроуг.
1160. 1) c$\lesseqgtr 31,8$ или c$\gtreqless 12,5$; 2) c$\lesseqgtr 0,527$ или c$\gtreqless 0,382$.

1161. 1) $A<d$; 2) $A=d$; 3) $A>d$.

1162. 1) $b \lesseqgtr \sqrt{\frac{a^2}{4}+h_a^2}$; 2) $h_a \gtreqless \frac{b}{a}\sqrt{a^2-b^2}$.

1163. 22,64; 19,995 и 7,85.

1164. 1) 140; 2) 38,2.

1165. $b=\frac{s^2-p^2+q^2}{2s}$; $c=\frac{s^2+p^2-q^2}{2s}$.

1166. $b=\frac{d^2-p^2+q^2}{2d}$; $c=\frac{d^2+p^2-q^2}{2d}$.

1167. $b=m\sqrt{\frac{q^2-p^2}{m^2-n^2}}$; $c=n\sqrt{\frac{q^2-p^2}{m^2-n^2}}$.

1168. Высота изъ вершины A равна
$\frac{\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}}{2a}=11{,}2$; отрѣзки на сторонѣ a суть: $\frac{a^2+b^2-c^2}{2a}=6{,}6$ и $\frac{a^2-b^2+c^2}{2a}=8{,}4$.

1169. $c=\frac{ms}{m+n}$ и $b=\frac{ns}{m+n}$.

1170. $c=\frac{md}{m-n}$ и $b=\frac{nd}{m-n}$.

1171. Отрѣзки на сторонѣ a суть: $\frac{ab}{b+c}$ и $\frac{ac}{b+c}$.

1172. Равнодѣлящая внѣшняго угла при вершинѣ A, образованнаго стороною AB и продолженіемъ стороны CA, пересѣкаетъ продолженіе стороны CB въ нѣкоторой точкѣ K и образуетъ отрѣзки: $CK=\frac{ab}{b-c}$ и $BK=\frac{ac}{b-c}$.

1173. Длина равнодѣлящей угла $A=\frac{\sqrt{bc[(b+c)^2-a^2]}}{b+c}$.

1174. Равнодѣлящая внѣшняго угла при вершинѣ A, образованнаго стороною AB и продолженіемъ стороны CA, имѣетъ длину $AK=\frac{\sqrt{bc[a^2-(b-c)^2]}}{b-c}$.

1175. $\sqrt{\frac{d^2+d'^2}{2}-a^2}$.

1176. $\sqrt{2(a^2+b^2)-d^2}$.

1177. Если a и c суть параллельныя стороны, то искомыя длины будутъ: $\frac{bc}{a-c}$ и $\frac{dc}{a-c}$.

1178. Если b и d суть параллельныя стороны, то 1) EF$=$ $=\frac{2bd}{b+d}$ и 2) $\frac{d}{b}$.

1179. $e=\sqrt{\frac{b(a^2-d^2)+d(b^2-c^2)}{b-d}}$ и

$f=\sqrt{\frac{d(b^2-a^2)+b(c^2-d^2)}{b-d}}$.

1180. $a=\sqrt{\frac{b(e^2-d^2)+d(f^2-b^2)}{b+d}}$ и

$c=\sqrt{\frac{b(f^2-d^2)+d(e^2-b^2)}{b+d}}$.

1181. $b=\sqrt{\frac{(e^2+f^2-a^2-c^2)(e^2-f^2+a^2-c^2)}{2(e^2-f^2-a^2+c^2)}}$ и

$d=\sqrt{\frac{(e^2+f^2-a^2-c^2)(e^2-f^2+c^2-a^2)}{2(e^2-f^2+a^2-c^2)}}$.

1182. $a=\sqrt{\frac{b^2}{4}+m^2-b\sqrt{m^2-h^2}}$ и

$c=\sqrt{\frac{b^2}{4}+n^2-b\sqrt{n^2-h^2}}$,

гдѣ $h=\frac{2}{d}\sqrt{p(p-d)(p-m)(p-n)}$ и $2p=m+n+d$.

Стран. 110.

1221. 49 фут. 8 дюйм. **1222.** 4 децим. 7 сант. $2\frac{1}{2}$ милл.
1223. 36 вершк. **1224.** 0,7 метра. **1225.** 0,3825 вершка.
1226. $59^\circ 7' 45''$ и $120^\circ 52' 15''$.
1227. 21. **1228.** 17.

Стран. 114.

1265. $r=\frac{a_3\sqrt{3}}{3}$. **1266.** $r=\frac{a_4\sqrt{2}}{2}$. **1267.** $r=\frac{a_{10}(1+\sqrt{5})}{2}$.

1268. $a_{12}=a_6\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $a_{24}=a_6\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

1269. $a_8=a_4\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$ и $a_{16}=a_4\sqrt{\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$.

1270. $a_{20}=a_{10}\sqrt{3+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{2}}}$.

1271. $2r\sqrt{3}$. **1272.** $2r$. **1273.** $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$.

1274. $\frac{2r}{5}\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}$.

1275. $\frac{A_8\sqrt{3}}{5}$. **1276.** $\frac{A_4}{2}$. **1277.** $\frac{A_6\sqrt{3}}{2}$.

1278. $\frac{A_{10}}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

1279. $a_n=a_{2n}\frac{\sqrt{4r_2-a_{2n}^2}}{r}$. **1280.** $\frac{r}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.

1281. $2r\sqrt{5-2\sqrt{5}}$. **1282.** $\frac{a_{2n}^2}{\sqrt{4a_{2n}^2-a_n^2}}$.

1283. $p_{12}=6\sqrt{2-\sqrt{3}}=3(\sqrt{6}-\sqrt{2})—3{,}10581$ и
$P_{12}=12(2-\sqrt{3})=3{,}21552$.

1284. $p_{24}=12\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}=$
$=6\sqrt{2(4-\sqrt{6}-\sqrt{2})}=3{,}13236$ и
$P_{24}=24\sqrt{2+\sqrt{3}}\left\{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right\}=$
$=24\{\sqrt{6}+\sqrt{2}-2-\sqrt{3}\}=3{,}16062$.

1285. $p_8=\sqrt{2-\sqrt{2}}=3{,}06147$ и $P_8=8(\sqrt{2}-1)=$
$=3{,}31385$.

1286. $p_{16}=8\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}=3{,}12129$ и

$$P_{16}=8\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\left\{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right\}=$$
$$=16\left\{\sqrt{4+2\sqrt{2}}-\sqrt{2}-1\right\}=3{,}18236.$$

Въ 4-хъ слѣдующихъ задачахъ даны точныя десятичныя цыфры, получаемыя при вычисленіи радикаловъ съ 7-ю десятичными знаками. Для полученія результатовъ съ точностью 0,01 достаточно въ окончательныхъ формулахъ вычислить радикалы съ 3-мя десятичными знаками, за исключеніемъ № 1287, въ которомъ достаточно вычислить $\sqrt{5}$ съ 2-мя десят. знаками.

1287. $a_{20}=a_{10}\sqrt{3+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{2}}}=$

$$=\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}.\frac{\sqrt{5}-1}{2}.\sqrt{3+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{2}}}=$$
$$=\sqrt{5}-1=1{,}2360679.$$

1288. $A_{10}=3{,}2\sqrt{25-10\sqrt{5}}=5{,}198716.$

1289. Иском. разст.$=0{,}9404\sqrt{25+10\sqrt{5}}=6{,}471747.$

1290. Діаг.$=2\sqrt{10+2\sqrt{5}}=7{,}608452.$

Стран. 117.

1313. 50,264; 157,075; 471,225; 11,937; 2,748.
1314. 79,58; 121,75; 1,87.
1315. Окружн.$=17{,}592$ саж. и діам.$=5{,}6$ саж.
1316. Окружн.$=27{,}30$ фут. и діам.$=8{,}69$ фут.
1317. 3,1 версты. **1318.** 5,064 фут. **1319.** 8,193 д.
1320. 7,997 дюйм.
1321. 107,99 дюйм. **1322.** 25,12 фут.
1323. 0,642 дюйм. **1324.** $171^{0}53'33''$.
1325. 8,835 дюйм. **1326.** 3,6 дюйм.
1327. $22^{0}55'$. **1328.** 1) $\sigma=99{,}771$; 2) $\sigma=11{,}877$.
1329. 1) $s=22^{0}55'8{,}3''$; 2) $s=45^{0}$; 3) $s=20^{0}57'45''$; 4) $s=80^{0}12'59''$.
1330. 5,6 дюйм. и 3,2 дюйм. **1331.** 263,886.

Стран. 119.

1338. 1) 540; 2) 8,64; 3) 28,6328.

1339. 1) 253,5; 2) 480. **1340.** 9, 4815.

1341. 1) 9,375; 2) 7185,05. **1342.** 81,63.

1343. 1) 14994; 2) 1640,21. **1344.** 1) $42^2/_8$; 2) 30240000.

1345. 253,98. **1346.** 126,36. **1347.** 156. **1348.** 61,44.

1349. 1) 43,75; 2) 319,74. **1350.** 375. **1351.** 144.

1352. 600. **1353.** 416,66. **1354.** 84. **1355.** 5,4.

1356. 2,0184. **1357.** 756. **1358.** 199500. **1359.** 3,36.

1360. 330. **1361.** 10,14. **1362.** 990. **1363.** 840.

1364. 10,8. **1365.** $b=21,6$ и $c=6,3$.

1366. $a=205$; $b=200$ и $c=45$.

1367. $a=407$; $b=385$ и $c=132$.

1368. $a=148$; $b=140$ и $c=48$.

1369. $a=35$; $b=28$ и $c=21$.

1370. $a=3$ и $c=2,4$.

1371. 17,158. **1372.** 582,75. **1373.** $\frac{1152(9+4\sqrt{2})}{49}$

1374. $a=8,4$ **1375.** 0,014391. **1376.** 350.

1377. 1) 360; 2) 4122,23. **1378.** 983,178.

1379. 528,593. **1380.** 3,7. **1381.** 268,8.

1382. 168 или 300. **1383.** 14,4.

1384. 126720.

1385. 1,12. **1386.** 48. **1387.** 192.

1388. 3. **1389.** 48. **1390.** 48.

1391. $b=65$; $h_a=56$ и $h_b=56\frac{56}{65}$.

1392. $a=70$; $b=41^2/_9$ и $h_b=37$.

1393. $a=600$ или 220; $b=372,02$ или 610 и $h_a=220$ или 600.

1394. 1) $a=12$; $b=10$ и $h_a=8$;
2) $a=24$; $b=37$ и $h_a=35$.

1395. $a=\sqrt{2(b^2\pm\sqrt{b^4-4s^2})}$.

1396. 1) 25740; 2) 7080,339; 3) 0,0795; 4) 210,36.

1397. 1) 12,1; 2) $0,45\sqrt{3}=0,7794$; 3) $18\sqrt{0,2}=8,049$.

1398. $s=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$ и $a=\frac{2}{3}\sqrt[4]{27s^2}$.

1399. $s=\frac{h^2}{3}\sqrt{3}$ и $h=\sqrt[4]{3s^2}$.

1400. $s^2(7\sqrt{3}-12)=0{,}11s^2$.

1401. $d^2(7\sqrt{3}+12)=24{,}11d^2$.

1402. $75\sqrt{3}=129{,}9$. **1403.** $s=\frac{l^2}{2}$ и $l=\sqrt{2s}$.

1404. 7,78 кв. фут. **1405.** 24 саж. и 18 саж.

1406. $s^2(3-2\sqrt{2})=1$. **1407.** $d^2(3+2\sqrt{2})=4$.

1408. Основ. $=8{,}6$ саж. и выс. $=5{,}4$ саж.

1409. 62 и 46,5 саж.

1410. 27,1788 кв. фут.

1411. 38,2 фута. **1412.** $\frac{a^2}{2}\sqrt{2}=8{,}17\ldots$ фута.

1413. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=$ почти 10. **1414.** 70560 кв. саж.

1415. $\frac{1}{2}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(c+b-a)}$.

1416. 102 кв. фута.

1417. $\frac{mn}{(m+n)^2}$; $\frac{m(n-m)}{(m+n)^2}$ и $\left(\frac{n-m}{m+n}\right)^2$.

1418. 15,625 кв. дюйма.

1419. $d=\frac{2F}{h}-b$. **1420.** 19,62 дюйма и 26,88 дюйма.

1421. $\frac{3}{2}a^2\sqrt{3}=73{,}899$ кв. фут.

1422. $\frac{3}{4}a^2\sqrt{3}=9$. **1423.** $s=\frac{na}{2}\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}$.

1424. $\frac{\sqrt{16s^2+n^2a^2}}{2an}$. **1425.** $\frac{3a}{m}$.

1426. $\frac{DEFG}{\triangle ABC}=\frac{2mn}{(m+n)^2}$. Если EF пересѣкаетъ продолженія сторонъ, то отношеніе будетъ $\frac{2mn}{(m-n)^2}$.

Стран. 143.

1606. $\frac{na_n\sqrt{4r^2-a_n^2}}{4}$.

1607. $\frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$. **1608.** $2r^2$. **1609.** $\frac{3r^2\sqrt{3}}{2}$.

1610. $\frac{5r^2\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$. **1611.** $\frac{a_3^2\sqrt{3}}{4}$. **1612.** a_4^2.

1613. $\frac{3a_6^2\sqrt{3}}{2}$. **1614.** $\frac{5a_{10}^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$.

1615. $\sqrt{\frac{4s}{3\sqrt{3}}}$. **1616.** $\sqrt{\frac{s}{2}}$. **1617.** $\frac{\sqrt{2a\sqrt{3}}}{3}$.

1618. $\frac{\sqrt{s\sqrt{50+10\sqrt{5}}}}{5}$.

1619. $2\sqrt{\frac{s}{\sqrt{3}}}$. **1620.** $\sqrt{s}$. **1621.** $\sqrt{\frac{2s}{3\sqrt{3}}}$.

1622. $\frac{\sqrt{2s\sqrt{25-10\sqrt{5}}}}{6}$.

1623. $2r^2\sqrt{2}$. **1624.** $3r^2$.

1625. $3r^2\sqrt{3}$. **1626.** $4r^2$. **1627.** $2r^2\sqrt{3}$.

1628. $2r^2\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}$. **1629.** $\frac{5}{8}r^2\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$.

1630. $5r^2\sqrt{5-2\sqrt{5}}$.

Въ 5-ти слѣдующихъ задачахъ даны точныя десятичныя цыфры, получаемыя при вычисленіи радикаловъ съ 7-ю десятичными знаками. Для полученія результатовъ съ точностью 0,01 достаточно въ окончательныхъ формулахъ вычислить радикалы съ 4-мя десятичными знаками, за исключеніемъ № 1632 и № 1634, гдѣ должно для S_{24} и S_{16} вычислить радикалы съ 4-мя десят. знаками.

1631. $s_{12}=3$ и $S_{12}=12(2-\sqrt{3})=3,21539$.

1632. $s_{24}=6\sqrt{2-\sqrt{3}}=3(\sqrt{6}-\sqrt{2})=3{,}105828$ и

$S_{24}=24\left\{2\sqrt{2+\sqrt{3}}-2-\sqrt{3}\right\}=$

$=24\ \{\sqrt{6}+\sqrt{2}-2-\sqrt{3}\}=3{,}15966.$

1633. $s_8=2\sqrt{2}=2{,}8228427$ и $S_8=8\ (\sqrt{2}-1)=$ $=3{,}313708.$

1634. $s_{16}=4\sqrt{4-\sqrt{2}}=3{,}061467$ и

$S_{16}=16\ \left\{\sqrt{4+2\sqrt{2}}-\sqrt{2}-1\right\}=3{,}18257.$

1635. Площ.$=7\sqrt{2(7-3\sqrt{5})}=7(3-\sqrt{5})=5{,}347524.$

Стран. 145.

1645. 452,376; 314,15; 19,6343 и 138540,15.

1646. 1) K=122,59; 2) K=4,91.

1647. 1) $r=6{,}77$ и $L=42{,}538$; 2) $r=8$ и $L=50{,}264$.

1648. 495,771 кв. фут.

1649. 10,97 кв. фут. **1650.** 15,9 фут. **1651.** 2,07 саж.

1652. 4,905... кв. дюйм.

1653. 1 саж. 1 фут. и 3 дюйма. **1654.** 2,821 дюйм. и 2,459 дюйм. **1655.** 595,13 кв. саж.

1656. 1) 8796,2; 2) 374,06 и 3) 125,66.

1657. $r=$почти $1\,^1/_{33}$ дюйм. **1658.** 3,816 кв. фут.

1659. Площ. меньшаго круга$=25$ кв. фут.; а площ. кольца$=75$ кв. фут. **1660.** $r_1=28{,}87$ и $r_2=40{,}82$.

1661. 6,682 кв. фут. **1662.** $r=9{,}38$ фут.

1663. 1) $q=136{,}655$; 2) $q=10{,}687$; 3) $q=31{,}033$.

1664. 1) $q=183{,}75$; 2) $q=891$.

1665. $s=63^{0}39'49{,}8''$ и $\sigma=16\,^2/_3$; 2) $s=108^{0}48'21{,}4''$ и $\sigma=75{,}95865$; 3) $s=21^{0}47'52{,}6''$ и $\sigma=7$.

1666. 1) $r=76{,}4$ и $q=2290{,}88$; 2) $r=22{,}855$ и $q=$ $=914{,}2$; 3) $r=63{,}027$ и $q=2218{,}54$.

1667. 1) $r=57{,}6$ и $s=19^{0}53'41{,}8''$; 2) $r=2$ и $s=$ $=171^{0}53'33''$.

1668. $r=14{,}32$ и $\sigma=12{,}5$.

1669. 1) $\sigma=1{,}3797$ и $q=0{,}4363$; 2) $\sigma=1{,}57$ и $q=4{,}75$.

1670. 1) $s=95^\circ 29' 44{,}9''$ и $q=120$; 2) $s=304^\circ 15'$ и $q=338{,}4$; 3) $s=214^\circ 51' 55''$ и $q=120$.

1671. $s=2^\circ 29' 40''$ и $\sigma=4{,}039$.

1672. 1) $s=128^\circ 55' 9{,}5''$ и $\sigma=45$; 2) $s=207^\circ 21' 36''$ и $\sigma=64{,}55$; 3) $s=12^\circ 15'$ и $\sigma=6{,}46$.

1673. $\sigma=88{,}6$ и $q=4654{,}09$. **1674.** 33,732 кв. фута.

1675. 461800 рубл. 50 коп.

1676. 691130. **1677.** Почти 1 фунтъ 13 лот.

1678. 6 фунт. 6 лот. **1679.** Болѣе на 615,734 кв. д.

1680. 354,64... **1681.** 99,4 кв. дюйма.

1682. 482,708 кв. фут.

Стран. 151.

1695. $\dfrac{\triangle ABC}{\triangle PDE}=\dfrac{AB \cdot BC}{m \cdot n}$.

1696. $\dfrac{\triangle ADE}{\triangle ABC}=\left(\dfrac{m}{m+n}\right)^2$; $\dfrac{\triangle BDF}{\triangle ABC}=\left(\dfrac{n}{m+n}\right)^2$;

$$\frac{DECF}{\triangle ABC}=\frac{2mn}{(m+n)^2}.$$

Площадь DECF будетъ наибольшая, когда $m=n$.

1697. $1-\dfrac{2m}{AB}$; когда $m=\dfrac{AB}{4}$; $m=\dfrac{AB}{3}$.

1698. $\dfrac{\triangle DEF}{\triangle ABC}=\dfrac{abc-m(ab+ac+bc)+m^2(a+b+c)}{abc}$.

Если m отложено на продолженіяхъ сторонъ, то въ полученной формулѣ должно измѣнить знакъ m на обратный.

сли $\triangle ABC$ равносторонній, то искомое отношеніе равно $\dfrac{a^2-3ma+3m^2}{a^2}$.

1699. $\dfrac{\text{пл.}EFGH}{\text{пл.}ABCD}=\dfrac{2ab-(b_1a_2+c_1b_2+d_1c_2+a_1d_2)}{2ab}$;

1) $\dfrac{\text{пл.}EFGH}{\text{пл.}ABCD}=\dfrac{ab-a_1b_2-a_2b_1}{ab}$;

2) $\dfrac{\text{пл.}EFGH}{\text{пл.}ABCD}=\dfrac{n(a_1+c_1)(b_1+d_1)}{2abm}=\dfrac{mn(a+c)(b+d)}{2ab(m+n)^2}$;

3) $\frac{\text{пл.}EFGH}{\text{пл.}ABCD}=\frac{2abmn-[m^2(a_1d_1+b_1c_1)+n^2(a_1b_1+c_1d_1)]}{2abmn}=$
$=\frac{2ab(m+n)^2-m(ad+bc)-n(ab+cd)}{2ab(m+n)^2}$;

4) $\frac{\text{пл. }EFGH}{\text{пл. }ABCD}=\frac{1}{2}$.

1701. 2, 40 и 50 ф. **1702.** AD=36. **1703.** 10 саж.

1704. $r=\frac{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a-b+c)(a+b-c)}}{2(a+b+c)}=12$.

1) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}$.

1705. $R=\frac{abc}{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a-b+c)(a=b-c)}}=1\frac{11}{14}$.

1) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{a}{2}$.

1706. Стороны суть: 29, 25 и 36 дюймовъ; площадь= =360 кв. д.; радіусъ круга вписаннаго=8 дюйм., а описаннаго=$18\,^1/_8$ дюйма.

1707. 26. **1708.** $\frac{(m+\sqrt{4n^2+m^2})^2}{2mn\pi}k$. **1709.** $q=\frac{a^2}{4}$.

1710. $r^2(\pi-\sqrt{3})$. **1711.** 3. **1712.** 4.

1713. 1) $AMNE=\frac{2}{3}a^2\sqrt{3}=8$; 1) $\triangle AFE=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=3$;

3) $\triangle BCM=\triangle CDN=a^2\frac{\sqrt{3}}{12}=1$; 4) $\triangle MCN=a^2\frac{\sqrt{3}}{12}=1$;

5) $\triangle ABM=\triangle EDN=a^2\frac{\sqrt{3}}{6}=2$.

1714. $\triangle ABC=\triangle AEF=a^2\frac{\sqrt{3}}{4}=3$; $\triangle ACD=\triangle ADE=$
$=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=6$; $\frac{3a^2}{4}(7-4\sqrt{2})\pi=3(7\sqrt{3}-12)\pi$;
$\frac{a^2}{2}(2-\sqrt{3})\pi=2(2\sqrt{3}-3)\pi$.

1315. $\triangle ABK = \triangle AFG = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$; **AKCJ**$= AHEG =$
$= \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{9}{2}$; $AJDH = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = 6$.

1316. $a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = 1$. **1317.** $r = \frac{a}{20}\sqrt{10(5-\sqrt{5})} = 5$.

1318. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3} = 3$.

1319. $\frac{9}{2}a^2\sqrt{3}$.

1320. 1) сумма радіусовъ$= r(2+\sqrt{2})$; сумма периметр.$=$
$= 2\pi r(2+\sqrt{2})$; 2) $2\pi r^2$.

1321. 1) $2a^2$; 2) $4a(2+\sqrt{2})$.

1322. $\frac{a^2(m+n)^2}{2mn}$.

1323. 1-е рѣшеніе: $h = a(b-1+\sqrt{b^2-2b}) = 242$ арш.
и $k = \frac{a}{2b}(b+\sqrt{b^2-2b}) = 108{,}9$ арш.

2-е рѣшеніе: $h_1 = a(b-1-\sqrt{b^2-2b}) = 162$ арш.
и $k_1 = \frac{a}{2b}(b-\sqrt{b^2-2b}) = 89{,}1$ арш.; 3-е рѣш.: $h_2 = 0$ и $k_2 = 0$.

Площадь треуг. равна двойной площади квадрата, если высота треугольника равна его основанію.

1324. $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \frac{a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2}{abc}$;

1) $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \frac{a_1c_1}{ac} = \frac{a_1(a-a_1)}{a^2}$; 2) $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \frac{a_1b_1c_1}{abc}\cdot\frac{m^3+n^3}{m^3}$,
полагая $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{m}{n}$;

3) $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \frac{1}{4}$; 4) $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \frac{2a_1b_1c_1}{abc}$, такъ какъ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c}{b}$,
$\frac{b_1}{b_2} = \frac{a}{c}$ и $\frac{c_1}{c_2} = \frac{b}{a}$;

5) $\dfrac{\triangle DEF}{\triangle ABC}=\dfrac{2a_1b_1c_1}{abc}$, такъ какъ $\dfrac{a}{b_1}=\dfrac{b}{a_2}$, $\dfrac{b}{c_1}=\dfrac{c}{b_2}$ и $\dfrac{c}{a_1}=\dfrac{a}{c_2}$;

6) $\dfrac{\triangle DEF}{\triangle ABC}=\dfrac{2a_1b_1c_1}{abc}$, такъ какъ $a_2=b_1$, $b_2=c_1$ и $c_2=a_1$.

1725. Искомыя отношенія получатся изъ рѣшенія предыдущей задачи, измѣняя въ послѣднемъ знаки внѣшнихъ отрѣзковъ на обратные.

1726. 1) $\dfrac{\triangle DEF}{\triangle ABC}=\dfrac{a_1b_1c_1}{abc}\cdot\dfrac{m^3-n^3}{m^3}$, полагая $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=$ $=\dfrac{c_1}{c_2}=\dfrac{m}{n}$;

2) $\dfrac{\triangle DEF}{\triangle ABC}=7$; 3) внѣшніе отрѣзки суть: $\dfrac{b}{2}$, $\dfrac{c}{2}$ и $\dfrac{a}{2}$, и искомое отношеніе въ случаѣ равносторонняго треугольника $=\dfrac{13}{4}$.

1728. Діагонали суть:

$$\sqrt{\frac{b(a^2-d^2)+d(b^2-c^2)}{b-d}} \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{d(b^2-a^2)+b(c^2-d^2)}{b-d}}.$$

Высота $=\dfrac{1}{2(b-d)}\sqrt{(a+b+c-d)(a-b+c+d)(a+b-c-d)(-a+b+c-d)}$

Площадь $=\dfrac{b+d}{4(b-d)}\sqrt{(a+b+c-d)(a-b+c+d)(a+b-c-d)(-a+b+c-d)}$.

1729. $e=\sqrt{\dfrac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}}$; $f=\sqrt{\dfrac{(ac+bd)(ab+cd)}{ad+bc}}$;

$F=\sqrt{\left(\dfrac{s}{2}-a\right)\left(\dfrac{s}{2}-b\right)\left(\dfrac{s}{2}-c\right)\left(\dfrac{s}{2}=d\right)}$, гдѣ $s=a+b+c+d$;

$r=\dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}{F}}$.

1736. $$q=\frac{1}{\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}-\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a}-\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\left(-\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)}.$$

1737. $q=2800$. **1738.** 80 арш. **1739.** $\dfrac{a^2}{2}(3\sqrt{3}-\pi)$.

1740. 3π. **1741.** 20 фут. **1742.** $\frac{2}{3}\sqrt[4]{27}$.

1743. 3 фута. **1744.** 14 фут. **1745.** 12 фут. 6 дюйм.

1746. 26 фут. и 21 футъ.

1747. $\frac{r}{3}$. **1748.** $r=2$. **1749.** 4.

1750. 84. **1751.** $x=6r$.

1752. 1) $s\left(1-\frac{\pi\sqrt{3}}{6}\right)$; 2) $\left(\frac{2+\sqrt{3}}{3}\right)\sqrt{s\sqrt{3}}$.

1753. $\pi r^2(3-2\sqrt{2})=\pi$. **1754.** 2.

1755. Стор. квадр. $=40$ фут.; часть площади $=171{,}7$ кв. фут.

1756. $\frac{a^2}{4}(2-\sqrt{3})[2-\pi(2-\sqrt{2})]$.

1757. $r=\sqrt{\frac{6s}{2\sqrt{3}-\pi}}$. **1758.** $s=\frac{r^2}{6}(7\pi-6\sqrt{3})$.

1759. $r\sqrt{\frac{1}{n}}$; $r\sqrt{\frac{2}{n}}$; $r\sqrt{\frac{3}{n}}\ldots\ldots$

1760. $\frac{1}{\pi}$. **1761.** $12(\pi-6+3\sqrt{3})=28{,}05$ кв. ф.

1762. $\frac{r^2}{3}(3\sqrt{3}-\pi)=6{,}1635$ кв. фут.

1763. $r=\frac{1}{2(a+b)}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}=$
$=6\frac{2}{9}$. **1764.** $\frac{a^2}{8}(4-\pi)$.

1765. $(R+r)\sqrt{Rr}+\frac{\pi n}{720}(R^2-r^2)-\frac{\pi}{4}(R^2+r^2)=$
$=(R+r)\sqrt{Rr}-\frac{\pi}{3}\left(\frac{R^2}{2}+r^2\right)$.

1766. 1) $\frac{\pi r^2}{3}=3\pi$ и 2) $r^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}\right)=9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}\right)$.

1767. $2\sqrt{3}-3=0{,}46$.

1768. $R=\frac{(r+r_1)(r+r_2)(r_1+r_2)}{4\sqrt{rr_1r_2(u+r_1+r_2)}}$ и $R=2$ един.

1769. $\triangle=2r^2(2\sqrt{3}+3)$; часть при вершинѣ $=\frac{r^2}{3}(3\sqrt{3}-\pi)$; часть, прилежащая сторонѣ и не прилеж. вершинѣ $=\frac{r^2}{2}(4-\pi)$; часть между окружностями $=\frac{r^2}{2}(2\sqrt{3}-\pi)$.

1770. $x=2r$. **1771.** $\frac{\pi r^2(3-\sqrt{5})}{3}=\pi$.

1772. $5[3\pi(\sqrt{5}-1)+5\sqrt{10+2\sqrt{5}}]=152{,}9$.

1773. 1) пл. $\triangle ABC=\triangle=\sqrt{a_1b_1c_1(a_1+b_1+c_1)}$;

2) радіусъ впис. окруж. $=\sqrt{\frac{a_1b_1c_1}{a_1+b_1+c_1}}$;

3) $\frac{\triangle}{a_1}=\sqrt{\frac{(a_1+b_1+c_2)b_1c_1}{a_1}}$, $\frac{\triangle}{b_1}=\sqrt{\frac{(a_1+b_1+c_1)a_1c_1}{b_1}}$ и $\frac{\triangle}{c_1}=\sqrt{\frac{(a_1+b_1+c_1)a_1b_1}{c_1}}$; 4) стороны суть:

$(a_1+b_1)\sqrt{\frac{(a_1+c_1)(b_1+c_1)}{a_1b_1}}$; $({}_1+c_1)\sqrt{\frac{(a_1+b_1)(b_1+c_1)}{a_1c_1}}$ и $(b_1+c_1)\sqrt{\frac{(a_1+b_1)(a_1+c_1)}{b_1c_1}}$. Пл.тр. $=\frac{(a_1+b_1)(a_1+c_1)(b_1+c_1)}{2a_1b_1c_1}\triangle=$ $=\frac{(a_1+b_1)(a_1+c_1)(b_1+c_1)}{2a_1b_1c_1}\sqrt{a_1b_1c_1(a_1+b_1+c_1)}$.